

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE CIMENTACIONES

LUIS GARZA VASQUEZ., I.C. M.I.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SEDE MEDELLÍN

FACULTAD NACIONAL DE MINAS

MEDELLÍN

JUNIO , 2000

PROLOGO

El diseño estructural de las cimentaciones, por si mismo, representa la frontera y unión del diseño estructural y la mecánica de suelos. Como tal, comparte las hipótesis, suposiciones y modelos de ambas disciplinas, que no siempre coinciden.

La razón de ser de estas notas, así como del curso que se imparte como parte del programa de la carrera de Ingeniería Civil en la Facultad de Minas de la Universidad Nacional, Sede Medellín, es la de hacer una versión crítica de los conceptos convencionales del diseño de los elementos estructurales de la cimentación, desde el punto de vista de la Mecánica de Suelos y el Análisis de Estructuras, con el objeto de hacer más compatibles los modelos que ambas disciplinas manejan en sus respectivas áreas.

La poca bibliografía que integre estos dos modelos, así como el hecho de que el autor haya sido formado en las dos disciplinas, ha sido la razón de la elaboración de estas notas.

Especial agradecimiento merecen los Ingenieros Jorge Alberto López, Juan Diego Rodríguez y Doralba Valencia por la recolección del material y su ordenamiento, los estudiantes Camilo Ramírez y Guillermo Gaviria por la correccion de los ejemplos, el Tecnólogo Luis Fernando Usme por los dibujos y la señorita Beatriz Elena Carvajal por las correcciones. Sin ellos, no hubiera sido posible poner en blanco y negro las notas dispersas.

CONTENIDO

	Pág.
LISTA DE FIGURAS	VI
RESUMEN	
1. INTRODUCCIÓN	10
2 GENERALIDADES DE LOS SISTEMAS DE CIMENTACIÓN	12
2.1 CIMENTACIONES SUPERFICIALES	12
2.2 CIMENTACIONES PROFUNDAS	14
3 DISEÑO ESTRUCTURAL DE CIMENTACIONES	16
3.1 VIGAS DE FUNDACIÓN	16
3.1.1 La Reducción de asentamientos diferenciales.	17
3.1.2 Atención de momentos generados por excentricidades no consideradas en el diseño.	18
3.1.3 El mejoramiento del comportamiento sísmico de la estructura.	19
3.1.4 El arriostramiento en laderas.	22
3.1.5 La disminución de la esbeltez en columnas.	23
3.1.7 Dimensiones mínimas.	23
3.1.8 Refuerzo longitudinal.	24
3.1.9 Refuerzo transversal.	24

3.2	DISEÑO DE ZAPATAS	25
3.2.1	Zapata concéntrica.	25
3.2.1.1	Obtener la carga de servicio P.	25
3.2.1.2	Determinar el ancho B de la zapata.	26
3.2.1.3	Suponer espesor h de la zapata.	26
3.2.1.4	Revisar punzonamiento o cortante bidireccional.	28
3.2.1.5	Revisar cortante unidireccional.	30
3.2.1.6	Revisar el momento para calcular el acero de refuerzo.	32
3.2.1.7	Revisar el aplastamiento.	34
3.2.1.8	Detalles del refuerzo.	35
3.2.2	Zapatas con $M_u \neq 0$, $P_u \neq 0$	47
3.2.2.1	Procedimiento de diseño	49
3.2.3	Zapatas con $P_u \neq 0$, $M_x \neq 0$, $M_y \neq 0$	64
3.2.4	Zapata medianera	77
3.2.4.1	Caso de carga axial liviana: Análisis de zapata medianera recomendado por Enrique Kerpel	78
3.2.4.2	Caso de carga axial mediana: Análisis de zapata medianera con viga aérea, recomendado por José Calavera.	79
3.2.4.2.1	Zapata medianera con distribución uniforme de presiones y reacción mediante viga aérea.	79
3.2.4.2.2	Zapata medianera con distribución variable de presiones y reacción mediante viga aérea.	81
3.2.5	Zapata esquineras	107
3.2.6	Zapata enlazadas	125
3.2.7	ZAPATAS CONTINUAS	128
3.2.8	LOSAS DE CIMENTACIÓN	134
3.2.8.1	Losas de cimentación por contacto	134
3.2.8.2	Placas de flotación.	139
3.2.8.3	Cajones de flotación	139
3.2.9	PILAS CORTAS	141

3.2.10	PILOTES	142
3.2.11	PILAS LARGAS (CAISSONS)	145
4	MODELACIÓN DEL ANÁLISIS INTERACCIÓN SUELO ESTRUCTURA (ISE)	147
5	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
FIGURA 1. Cimentación con viga de fundación	16
FIGURA 2. Momento inducido en un extremo de la viga de fundación por el asentamiento diferencial	18
FIGURA 3. La viga de fundación toma los momentos resultantes del análisis estructural y la zapata la carga axial.	18
FIGURA 4. Vigas para arriostramiento en edificios construidos en laderas.	23
FIGURA 5. Zapata concéntrica	25
FIGURA 6. Cortante bidireccional en zapata que soporta columna, pedestal o muro de concreto.	28
FIGURA 7. Cortante bidireccional en zapata que soporta columna metálica.	29
FIGURA 8. Cortante unidireccional en zapata que soporta columna, pedestal o muro de concreto.	31
FIGURA 9. Cortante unidireccional en zapata que soporta columna metálica.	31
FIGURA 10. Sección crítica para el cálculo del momento en zapata que soporta columna, pedestal o muro de concreto.	32
FIGURA 11. Sección crítica para el cálculo del momento en zapata que soporta columna metálica (a) y muro de mampostería estructural (b).	33

FIGURA 12. Modelo Geométrico y estructural par la verificación del aplastamiento.	34
FIGURA 13. Modelo estructural en zapata con $M_u \neq 0$, $P_u \neq 0$. Cuando $e < L/6$.	48
FIGURA 14. Zapata con $M_u \neq 0$, $P_u \neq 0$. Cuando $e > L/6$	48
FIGURA 15. Zapata con $P_u \neq 0$, $M_x \neq 0$, $M_y \neq 0$	64
FIGURA 16. Zapata Medianera.	77
FIGURA 17. Modelo estructural de la zapata medianera sin momento aplicado en la columna presentado por Enrique Kerpel.	78
FIGURA 18. Modelo estructural de la zapata medianera con distribución uniforme de presiones con viga aérea, presentada por José Calavera.	80
FIGURA 19. Modelo estructural de la zapata medianera con distribución variable de presiones con viga aérea, presentada por José Calavera.	81
FIGURA 20. Modelo del giro y del asentamiento en zapata medianera con viga aérea presentado por José Calavera.	82
FIGURA 21. Geometría del modelo estructural de la zapata esquinera con dos vigas aéreas presentado por José Calavera.	107
FIGURA 22. Modelo estructural de la zapata esquinera con distribución variable de presiones y dos vigas aéreas.	108
FIGURA 23. Momentos que actúan sobre la zapata esquinera.	110
FIGURA 24. Distribución del acero de refuerzo en la zapata esquinera.	111
FIGURA 25. Geometría y modelo estructural de la zapata enlazada.	126
FIGURA 26. Apoyo de la viga de enlace en la zapata central.	127
FIGURA 27. Alternativa de apoyo de la viga de enlace en la zapata medianera.	128
FIGURA 28. Sección crítica para el cálculo del momento en zapata continua.	130
FIGURA 29. Alternativa de cimentación consistente en un sistema o entramado de zapatas continuas en dos direcciones.	131
FIGURA 30. Detalle donde se indica la interrupción del apoyo en una zapata continua cuando se presentan vanos en la mampostería.	133
FIGURA 31. Diversas formas de diseñar y construir una losa de cimentación.	136

FIGURA 32. Detalle donde se indica la no conveniencia de losas de cimentación muy alargadas, debido a la generación de momentos muy altos en el centro de la losa.	138
FIGURA 33. Articulación en la losa realizada mediante la configuración y colocación del acero de refuerzo.	138
FIGURA 34. Detalle de una pila corta	141
FIGURA 35. Trabajo de los pilotes apoyados en estratos de diferente calidad	143
FIGURA 36. Aporte de resistencia por punta y por fricción en los pilotes	143
FIGURA 37. Pilotes por fricción contruidos monolíticamente con una losa de cimentación	144

1. INTRODUCCIÓN

El hecho de que el alto grado de especialización con que se realiza el diseño hoy en día haga que los ingenieros estructurales y los ingenieros de suelos tengan diferentes enfoques, afecta en cierto modo el producto final en que se encuentran estas dos disciplinas: el diseño de la cimentación.

En efecto, para el trabajo normal el análisis estructural se realiza normalmente con las hipótesis de que la estructura de los edificios está empotrada en el suelo, es decir, apoyada en un material indeformable. Esta, desgraciadamente, no es una condición común en fundaciones.

De otro lado, el ingeniero de suelos, para el cálculo de las condiciones de servicio por asentamiento del suelo, desprecia la estructura, cuyo modelo son solo fuerzas como resultante de las reacciones.

La realidad es que ni el suelo es indeformable ni la estructura tan flexible como para que sus efectos no estén interrelacionados. Al final de cuentas, el sistema suelo-estructura es un continuo cuyas deformaciones del uno dependen del otro.

Sin embargo, por facilidad en los cálculos, se suele hacer caso omiso de esta dependencia. El caso más reciente es el que se utiliza para el diseño de zapatas comunes. El procedimiento normal casi universalmente aceptado es que se diseñen todas para transmitir la misma presión admisible que recomienda el Ingeniero de Suelos. Basado en este valor, que es con mucho la única liga de los Ingenieros de suelos y estructuras, se dimensionan las zapatas para todos los tamaños, sobre la premisa común de la resistencia de materiales de que a iguales presiones corresponden iguales deformaciones.

Es una cosa sabida en la Mecánica de Suelos, que lo anterior no es así, ya que por ser el suelo un continuo, las deformaciones, además de la presión, dependen del tamaño de la fundación. A mayor tamaño, mayor asentamiento para iguales presiones. Luego entonces, con el procedimiento anterior, se están diseñando las zapatas para que se generen asentamientos diferenciales. Sería más compatible con la hipótesis de diseño, diseñar para iguales asentamientos en lugar de iguales presiones. El ejemplo anterior solo ilustra una de las muchas incongruencias que se presentan por el manejo de hipótesis de trabajo distintos en ambas disciplinas, en el diseño rutinario, pero que por los criterios conservadores que usualmente están incluidos en la determinación de la capacidad de carga admisible, no necesariamente desembocan en patologías en la mayoría de los casos.

El ingeniero G.P. Tschebotarioff, quien dedicó gran parte de su vida a la Patología de Cimentaciones, decía que más del 80% de los casos patológicos que él había estudiado habían sido causados principalmente por las siguientes causas: los ingenieros estructurales no comprendían adecuadamente los problemas de suelos; los ingenieros de suelos no tenían claros ó despreciaban los conceptos estructurales; ó los ingenieros constructores no tuvieron en cuenta las recomendaciones de los Ingenieros de Suelos ó los Estructurales.

La apreciación anterior puede seguir siendo válida si no se hacen esfuerzos para aclarar los conceptos que ambas disciplinas deben manejar relacionadas con su problema común: la Ingeniería de Cimentaciones, y es la motivación principal que se pretende subsanar con este trabajo.

2. GENERALIDADES DE LOS SISTEMAS DE CIMENTACIÓN

Se entiende por cimentación a la parte de la estructura que transmite las cargas al suelo. Cada edificación demanda la necesidad de resolver un problema de cimentación. En la práctica se usan cimentaciones superficiales o cimentaciones profundas, las cuales presentan importantes diferencias en cuanto a su geometría, al comportamiento del suelo, a su funcionalidad estructural y a sus sistemas constructivos.

2.1 CIMENTACIONES SUPERFICIALES

Una cimentación superficial es un elemento estructural cuya sección transversal es de dimensiones grandes con respecto a la altura y cuya función es trasladar las cargas de una edificación a profundidades relativamente cortas, menores de 4 m aproximadamente con respecto al nivel de la superficie natural de un terreno o de un sótano.

En una cimentación superficial la reacción del suelo equilibra la fuerza transmitida por la estructura. Esta reacción de fuerzas, que no tiene un patrón determinado de distribución, se realiza en la interfase entre el suelo y la sección transversal de la cimentación que está en contacto con él. En este caso, el estado de esfuerzos laterales no reviste mayor importancia. En consecuencia, el comportamiento estructural, de una cimentación superficial tiene las características de una viga o de una placa.

Las cimentaciones superficiales, cuyos sistemas constructivos generalmente no presentan mayores dificultades pueden ser de varios tipos, según su función: zapata aislada, zapata combinada, zapata corrida o losa de cimentación.

En una estructura, una zapata aislada, que puede ser concéntrica, medianera o esquinera se caracteriza por soportar y trasladar al suelo la carga de un apoyo individual; una zapata combinada por soportar y trasladar al suelo la carga de varios apoyos y una losa de cimentación o placa por sostener y transferir al suelo la carga de todos los apoyos.

Las zapatas individuales se plantean como solución en casos sencillos, en suelos de poca compresibilidad, suelos duros, con cargas de la estructura moderadas: edificios hasta de 7 pisos.

Con el fin de darle rigidez lateral al sistema de cimentación, las zapatas aisladas siempre deben interconectarse en ambos sentidos por medio de vigas de amarre.

Las zapatas combinadas se plantean en casos intermedios, esto es, suelos de mediana compresibilidad y cargas no muy altas. Con esta solución se busca una reducción de esfuerzos, dándole cierta rigidez a la estructura, de modo que se restrinjan algunos movimientos relativos.

La losa de cimentación por lo general ocupa toda el área de la edificación. Mediante esta solución se disminuyen los esfuerzos en el suelo y se minimizan los asentamientos diferenciales.

Cuando se trata de atender y transmitir al suelo las fuerzas de un muro de carga, se usa una zapata continua o corrida, cuyo comportamiento es similar al de una viga.

2.2 CIMENTACIONES PROFUNDAS

Una cimentación profunda es una estructura cuya sección transversal es pequeña con respecto a la altura y cuya función es trasladar las cargas de una edificación a profundidades comprendidas aproximadamente entre 4 m y 40 m.

A diferencia de las cimentaciones superficiales, en una cimentación profunda, no solamente se presentan reacciones de compresión en el extremo inferior del elemento sino también laterales. En efecto, la cimentación profunda puede estar sometida a momentos y fuerzas horizontales, en cuyo caso, no solo se desarrollará una distribución de esfuerzos en el extremo inferior del elemento, sino también lateralmente, de modo que se equilibren las fuerzas aplicadas. En consecuencia, el comportamiento estructural de una cimentación profunda se asimila al de una columna.

Las cimentaciones profundas pueden ser de dos tipos: Pilotes o pilas

Los pilotes, que tienen máximo un diámetro del orden de 0.80 m, son comparativamente más flexibles que las pilas cuyo diámetro es superior a los 0.80 m. La respuesta frente a solicitaciones tipo sismo o carga vertical es diferente en cada una de estas dos estructuras.

Por las limitaciones de carga de un pilote individual, frecuentemente es necesario utilizar varios elementos para un mismo apoyo de la estructura, este es caso de una zapata aislada apoyada en varios pilotes. En otros casos, la situación puede ser aún más compleja: zapatas combinadas o losas de cimentación apoyadas en varios pilotes.

Cuando se utilizan pilas como sistema de cimentación, generalmente se emplea un elemento por apoyo. Las pilas están asociadas a cargas muy altas, a condiciones del suelo superficialmente desfavorables y a condiciones aceptables en los estratos profundos del suelo, a donde se transmitirán las cargas de la estructura.

En cuanto a los sistemas constructivos, los pilotes pueden ser preexcavados y vaciados en el sitio o hincados o prefabricados e instalados a golpes o mediante vibración o presión mecánica.

Cuando un pilote se hinca, a medida que se clava se está compactando el suelo, y por ende mejorando sus condiciones, en cambio, cuando el pilote se vacía, las características del suelo pueden relajarse.

Generalmente los elementos hincados son reforzados

Las pilas siempre son preexcavadas y vaciadas en el sitio. El sistema constructivo empleado, tendrá incidencia en el diseño.

Las pilas pueden o no ser reforzadas. En las zonas con riesgo sísmico importante conviene reforzarlas, al menos nominalmente.

3 DISEÑO ESTRUCTURAL DE CIMENTACIONES

3.1 VIGAS DE FUNDACIÓN

Las vigas de fundación (Figura 1) son los elementos estructurales que se emplean para amarrar estructuras de cimentación tales como zapatas, dados de pilotes, pilas o caissons, etc.

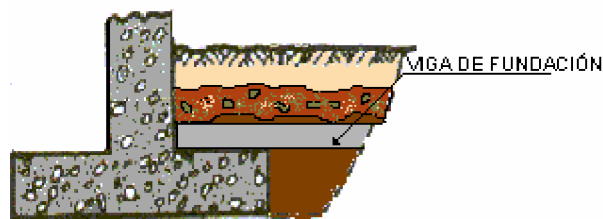


Figura 1. Cimentación con viga de fundación

A las vigas de fundación tradicionalmente se les han asignado las siguientes funciones principales:

- La reducción de los asentamientos diferenciales
- La atención de momentos generados por excentricidades no consideradas en el diseño.
- El mejoramiento del comportamiento sísmico de la estructura

Y las siguientes funciones secundarias:

- El arriostramiento en laderas
- La disminución de la esbeltez en columnas
- El aporte a la estabilización de zapatas medianeras

3.1.1 La reducción de asentamientos diferenciales. El efecto de las vigas de fundación como elementos que sirven para el control de asentamientos diferenciales depende de su rigidez. En nuestro medio, el tamaño de las secciones de las vigas de fundación que normalmente se emplean (máx $L/20$), permite descartar cualquier posibilidad de transmisión de cargas entre una zapata y la otra. No se puede garantizar que una viga de fundación transmita momentos debidos a los asentamientos diferenciales de las zapatas, a menos que para ello tenga la suficiente rigidez.

Cuando una viga de fundación se proyecta con rigidez suficiente para controlar asentamientos diferenciales de la estructura, es necesario considerar la interacción suelo – estructura (ISE).

Un método que en ocasiones se ha empleado con el propósito de que la viga de fundación controle asentamientos diferenciales, es el de suministrar, como dato del ingeniero de suelos, el valor del asentamiento diferencial δ que sufre la cimentación correspondiente a uno de los extremos de la viga; el cual induce sobre el otro extremo un momento M dado por:

$$M = \frac{6EI}{L^2} \delta \quad (1)$$

En este caso, ilustrado en la Figura 2, para un valor determinado de δ , se tiene que a mayor sección transversal de la viga, mayor será el momento inducido M . Aquí la rigidez de la viga no estaría controlando el asentamiento diferencial δ (que para el caso, es un dato y no una variable) sino el valor del momento, generando un diseño dicotómico, es decir que a mayor rigidez, se requiere más acero, lo cual no tiene sentido práctico, y por lo tanto no se recomienda. En este sentido, una viga de fundación no expresamente diseñada para reducir los asentamientos

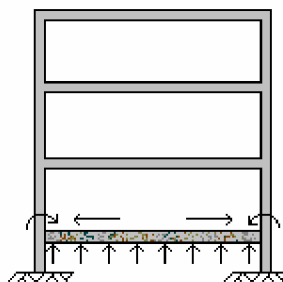
diferenciales y sin la suficiente rigidez no se recomienda considerarla en el diseño para atender este efecto.



Figura 2. Momento inducido en un extremo de la viga de fundación por el asentamiento diferencial

3.1.2 Atención de momentos generados por excentricidades no consideradas en el diseño. Esta función la ejerce la viga de fundación dependiendo del criterio que se adopte para su diseño.

- Criterio 1: Diseñar la viga de fundación para que tome los momentos y la zapata sólo atienda carga axial. En este caso, se debe considerar la viga en el análisis estructural, tal como se ilustra en la Figura 3.



Es importante considerar que la viga de fundación está apoyada sobre el suelo, no en el aire como se supone en el análisis.

Figura 3. La viga de fundación toma los momentos resultantes del análisis estructural y la zapata la carga axial.

Algunos diseñadores no incluyen la viga en el análisis estructural, pero arbitrariamente la diseñan con los momentos obtenidos en los nudos columna – zapata.

- Criterio 2: Diseñar la zapata para que atienda el momento biaxial (o al menos en una dirección), criterio que se ajusta con mayor precisión a la suposición inicial de empotramiento entre la columna y la zapata. En este caso la viga de fundación se diseña únicamente para carga axial.

3.1.3 El mejoramiento del comportamiento sísmico de la estructura. Este criterio, de acuerdo con el artículo A.3.6.4.2 de la NSR-98 (1), establece que las vigas de fundación deben resistir una fuerza ya sea de tracción o de compresión (C ó T), dada por la expresión:

$$C \text{ ó } T = 0.25 A_a P_u \quad (2)$$

Donde:

A_a : Coeficiente que representa la aceleración pico efectiva para diseño. El valor de este coeficiente debe determinarse de acuerdo con lo estipulado en las secciones A.2.2.2 y A2.2.3 de las NSR–98 (1).

P_u : Valor de la fuerza axial mayorada o carga última correspondiente a la columna más cargada (comparando las dos fuerzas axiales a las cuales están sometidas las dos columnas unidas por la viga de amarre).

Por ejemplo, para la ciudad de Medellín el valor de A_a es de 0.20; por lo tanto, para este caso particular, $C \text{ ó } T = 0.05 P_u$. Esto significa que una viga de fundación en Medellín debe resistir, a tracción o a compresión, una fuerza axial equivalente al 5% de la fuerza axial (P_u) que actúa sobre la columna más cargada que une la viga.

Para el valor de la fuerza P_u que se presenta en la mayoría de los casos prácticos, la fuerza de tracción o de compresión (C ó T) que actúa sobre la viga de fundación es muy inferior al valor de la fuerza a tracción o a compresión que puede resistir una viga de sección pequeña que usualmente se utiliza, por ejemplo, una viga de 300 mm X 300 mm reforzada de acuerdo con el criterio de refuerzo longitudinal mínimo para columnas (artículo C.10.14.8 (f) de la NSR-98 (1)), el cual especifica:

$$A_{s,min} = 0.01 A_g \quad (3)$$

Donde:

A_g = Área bruta de la sección, expresada en mm^2 . Para este caso,
 $A_g = 90000 \text{ mm}^2$

Remplazando se tiene:

$$A_{s,min} = 0.01 \times 90000 \text{ mm}^2 = 900 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,min} \approx 4 \phi \text{ 3/4"} = 1136 \text{ mm}^2$$

Esta afirmación se puede corroborar así:

Supóngase que la viga de fundación esté sometida a una fuerza axial de compresión C. De acuerdo con el artículo C.10.3.5.2 de las NSR-98 (1), la resistencia de diseño a fuerza axial de un elemento no preesforzado, reforzado con estribos cerrados, sometido a compresión, está dada por la expresión:

$$C = 0.80 \phi [0.85 f'_c (A_g - A_{St}) + f_y A_{St}] \quad (4)$$

Donde:

ϕ = Coeficiente de reducción de resistencia, que para elementos reforzados con estribos cerrados es igual a 0.70.

f'_c = Resistencia nominal del concreto a la compresión, expresada en MPa.
 Supóngase $f'_c = 21 \text{ MPa}$.

- A_g = Área bruta de la sección, expresada en mm^2 . Para el caso, $A_g = 90000 \text{ mm}^2$.
- A_{st} = Área total del refuerzo longitudinal, expresada en mm^2 . Para el caso $A_{st} = 1136 \text{ mm}^2$.
- F_y = Resistencia nominal a la fluencia del acero de refuerzo, expresada en MPa. Supóngase $F_y = 420 \text{ MPa}$.

Remplazando para los valores particulares del ejercicio, se tiene:

$$C = 0.80 \times 0.70 \times [0.85 \times 21 \times (300^2 - 1136) + 420 \times 1136] = 1'155.472 \text{ N} = 116 \text{ ton.}$$

De acuerdo con lo expresado en la ecuación (2) para el caso particular de la ciudad de Medellín, una fuerza sísmica axial de compresión de 116 ton en la viga de amarre, implica una fuerza axial (P_u) en la columna más cargada de $116/0.05 = 2320$ toneladas. Para cargas superiores a este valor tendría que aumentarse la sección de la viga.

Análogamente, supóngase que la viga de fundación esté sometida a una fuerza axial de tracción T . En este caso, la resistencia de diseño a fuerza axial de la viga (despreciando la resistencia a tracción del concreto), está dada por la expresión:

$$T = 0.90 F_y A_{st} \tag{5}$$

$$T = 0.90 \times 420 \times 1136 = 429.408 \text{ N} \approx 43 \text{ ton.}$$

Una fuerza axial de tracción de 43 ton actuando sobre la viga de amarre implica una fuerza axial (P_u) igual a $43/0.05 = 860$ toneladas sobre la columna más cargada.

Este resultado indica que una viga de fundación de 300 mm x 300 mm, reforzada con $4\phi 3/4"$, funciona adecuadamente siempre y cuando, la fuerza axial (P_u) que actúa sobre la columna más cargada no sea superior a 860 toneladas, equivalente a la carga gravitacional que sobre esta columna transmitiría un edificio de aproximadamente 25 pisos. A partir de este valor, sería necesario modificar la sección transversal de la viga de fundación, por este concepto.

En conclusión, para la mayoría de los casos prácticos la viga de fundación de 300 mm x 300 mm, reforzada con $4\phi 3/4"$, resiste la carga sísmica en forma eficiente. Sin embargo, es importante advertir que concebida de esta manera, la viga de fundación no toma momentos del empotramiento columna – zapata; y que por lo tanto la zapata requiere diseñarse a flexión biaxial.

La viga de fundación de 300 mm x 300 mm, reforzada con $4\phi 3/4"$, tiene sentido en suelos buenos, donde es poco probable la rotación de la fundación, y por lo tanto tiene mayor garantía de cumplimiento la condición de empotramiento columna – fundación. En suelos blandos es preferible concebir las vigas de amarre como elementos estructurales que toman momento, y esto obligaría a aumentar la sección.

3.1.4 El arriostramiento en laderas. Esta función de las vigas de fundación tiene bastante aplicación por las características topográficas de nuestro entorno geográfico.

Por el desnivel del terreno, un edificio puede presentar irregularidad en altura, configuración geométrica que favorece la generación de esfuerzos de flexión en las columnas que pueden ser atendidos mediante vigas de fundación en dirección diagonal (Figura 4), las cuales al arriostrar el edificio, aportan rigidez a la zona más flexible y vulnerable. Debe cerciorarse que la edificación quede rígida en todas las direcciones.

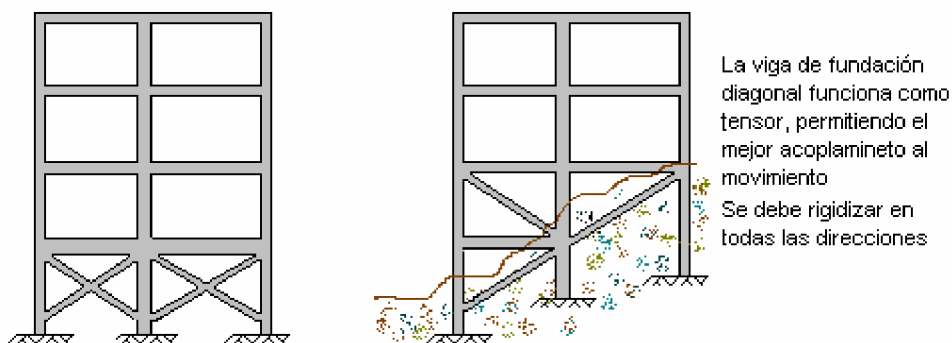


Figura 4. Vigas para arriostramiento en edificios construidos en laderas.

3.1.5 La disminución de la esbeltez en columnas. Una función estructural importante presenta la viga de fundación cuando se diseña y construye a cierta altura con respecto a la cara superior de las zapatas que une. La viga en este evento, al interceptar las columnas inferiores en su longitud, las biseca disminuyendo su esbeltez. En términos generales, debe procurarse que la viga de fundación sea lo más superficialmente posible para lograr menor excavación (y por ende mayor estabilidad lateral del suelo), mayor facilidad en la colocación del acero de refuerzo y en el vaciado del hormigón. En este caso el suelo sirve de formaleta, lo que constituye una gran ventaja económica.

3.1.6 El aporte a la estabilización de zapatas medianeras. En el caso de zapatas medianeras una viga de amarre no sólo ayuda a disminuir el valor de los asentamientos sino que también ayuda a mantener su estabilidad, ya sea actuando como un elemento tensor que se opone al momento volcador que le transfiere la columna a la zapata, o como un elemento relativamente pesado que a manera de palanca impide la rotación de la zapata al centrar la fuerza desequilibrante de la reacción en la fundación y la carga que baja por la columna.

3.1.7 Dimensiones mínimas. En el artículo C.15.13.3 de la NSR-98 (1) se establece que las vigas de amarre deben tener una sección tal que su mayor

dimensión debe ser mayor o igual a la luz dividida entre 20 para estructuras con capacidad especial de disipación de energía (DES), a la luz dividida entre 30 para estructuras con capacidad moderada de disipación de energía (DMO) y a la luz dividida por 40 para estructuras con capacidad mínima de disipación de energía (DMI).

La norma no menciona si la dimensión máxima especificada en el este artículo se refiere a la dimensión horizontal o a la vertical. En Medellín (DMO) por ejemplo, la máxima dimensión de una viga de amarre de 6 m de longitud sería $L/30 = 6000/30 = 200$ mm. Esta viga, con una dimensión mínima de 100 mm, podría eventualmente desaparecer como elemento viga al quedar embebida en la losa de piso; situación que obliga a diseñar la zapata por flexión biaxial.

3.1.8 Refuerzo longitudinal. El acero de refuerzo longitudinal debe ser continuo. Las varillas de 3/4" en nuestro ejemplo pasan de una zapata a otra con el fin de garantizar el trabajo de tensión. Este refuerzo debe ser capaz de desarrollar f_y por medio de anclaje en la columna exterior del vano final.

3.1.9 Refuerzo transversal. Deben colocarse estribos cerrados en toda su longitud, con una separación que no exceda la mitad de la menor dimensión de la sección o 300 mm. Para la viga mínima de 300 mm x 300 mm, la separación será entonces de 150 mm. Esta afirmación es válida cuando la zapata se diseña a flexión biaxial; en caso de que la viga de fundación resista momentos flectores provenientes de columna, debe cumplir los requisitos de separación y cantidad del refuerzo transversal que fije la Norma para el nivel de capacidad de disipación de energía en el rango inelástico del sistema de resistencia sísmica.

3.2 DISEÑO DE ZAPATAS

Para la localización de las secciones críticas de momento, cortante y desarrollo del refuerzo de las zapatas, en columnas o pedestales de concreto no cuadrados, la NSR 98 en su artículo C.15.3.1, permite, por simplicidad, trabajar con columnas o pedestales cuadrados equivalentes en área.

3.2.1 Zapata concéntrica. Para el diseño de una zapata concéntrica (Figura 5) se deben llevar a cabo los siguientes pasos:

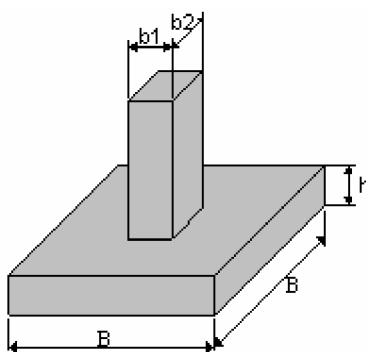


Figura 5. Zapata concéntrica

3.2.1.1 Obtener la carga de servicio P. Esto significa que se debe “desmayorar” la carga última P_u obtenida del análisis estructural, dividiéndola por el factor de seguridad F_G , el cual vale aproximadamente 1.5 para estructuras de concreto y 1.4 para estructuras de acero, o calcularla con cargas de servicio.

$$P = \frac{P_u}{F_G} \quad (6)$$

La carga última se “desmayora” con el propósito de hacerla conceptualmente compatible con la capacidad admisible del suelo q_a , calculada por el ingeniero de suelos a partir de q_u (presión última que causa la falla por cortante en la estructura

del suelo), en la cual ya se involucra el factor de seguridad, de acuerdo con expresiones del siguiente tipo (válidas para suelos cohesivos):

$$q_u = cN_c + \gamma D_f \quad (7)$$

$$q_a = \frac{c N_c}{F_s} + \gamma D_f \quad (8)$$

Donde:

c (ton/m²) = Cohesión del suelo.

N_c = Factor de capacidad de carga.

γ (ton/m³) = Peso volumétrico de la masa del suelo.

D_f (m) = Profundidad de desplante de la zapata.

F_s = Factor de seguridad.

γD_f se compensa con el peso propio de la zapata, por lo tanto, no hay necesidad de considerar un porcentaje de P como peso propio, y en general se puede despreciar.

3.2.1.2 Determinar el ancho B de la zapata. Para ello se emplea la expresión:

$$B = \sqrt{P_s / q_a} \quad (9)$$

3.2.1.3 Suponer espesor h de la zapata. Esta suposición se hace sobre las siguientes bases conceptuales, estipuladas en la NSR 98:

- El espesor efectivo de la zapata por encima del refuerzo inferior no puede ser menor de 150 mm ($d_{min} > 150$ mm, para zapatas apoyadas sobre suelo) (Artículo C.15.7.1).

- El recubrimiento mínimo debe ser de 70 mm, para el caso en que la zapata esté apoyada sobre suelo natural. (Artículo C.7.7.1 a)
- El recubrimiento mínimo debe ser de 50 mm, para el caso en que la zapata esté apoyada sobre suelo de relleno y el acero de refuerzo que se deba recubrir sea $\phi > 5/8"$. (Artículo C.7.7.1 b).
- El recubrimiento mínimo debe ser de 40 mm, para el caso en que la zapata esté apoyada sobre suelo de relleno y el acero de refuerzo que se deba recubrir sea $\phi \leq 5/8"$. (Artículo C.7.7.1 b).

De acuerdo con estos conceptos, el espesor mínimo de una zapata será 190 mm, y corresponde al caso de una zapata reforzada con varillas con diámetro inferior a $5/8"$, apoyada sobre un suelo de relleno (150 mm + 40 mm).

Con respecto a lo anterior se pueden hacer los siguientes comentarios:

- El recubrimiento funciona como una capa que rompe la capilaridad, protegiendo el acero de refuerzo. Cuando la zapata se apoya sobre un suelo de relleno granular como arenilla o grava, donde el fenómeno de la capilaridad no es tan importante, podría optarse por un recubrimiento menor.
- El solado que normalmente se vacía como actividad preliminar y preparatoria de la superficie sobre la cual se colocará la zapata, no es suficiente recubrimiento.
- Cuando se da un cambio de rigidez brusco entre los estratos del suelo se disminuyen las deformaciones horizontales; propiedad que se constituye en una forma indirecta de confinar el suelo por fricción. Esta ventaja se aprovecha en muchos casos prácticos, por ejemplo, cuando al construir un lleno se intercalan capas de geotextil con arenilla o con otro material de lleno. El resultado final es un aumento en la capacidad portante del suelo. (Aunque por costos, en este caso particular, puede resultar más favorable mezclarle cemento a la arenilla, lo que se conoce como suelo - cemento).

3.2.1.4 Revisar punzonamiento o cortante bidireccional. (Artículo C.11.12.1.2. de la NSR 98 (1)). Se refiere al efecto en que la zapata trata de fallar por una superficie piramidal, como respuesta a la carga vertical que le transfiere la columna o pedestal (Figura 6a).

En la práctica, para simplificar el problema, se trabaja con una superficie de falla o sección crítica perpendicular al plano de la zapata y localizada a $d/2$ de la cara de la columna, pedestal o muro si son de concreto (Figuras 6b, 6c y 6d), o a partir de la distancia media de la cara de la columna y el borde de la placa de acero si este es el caso (Figura 7); con una traza en la planta igual al perímetro mínimo b_o .

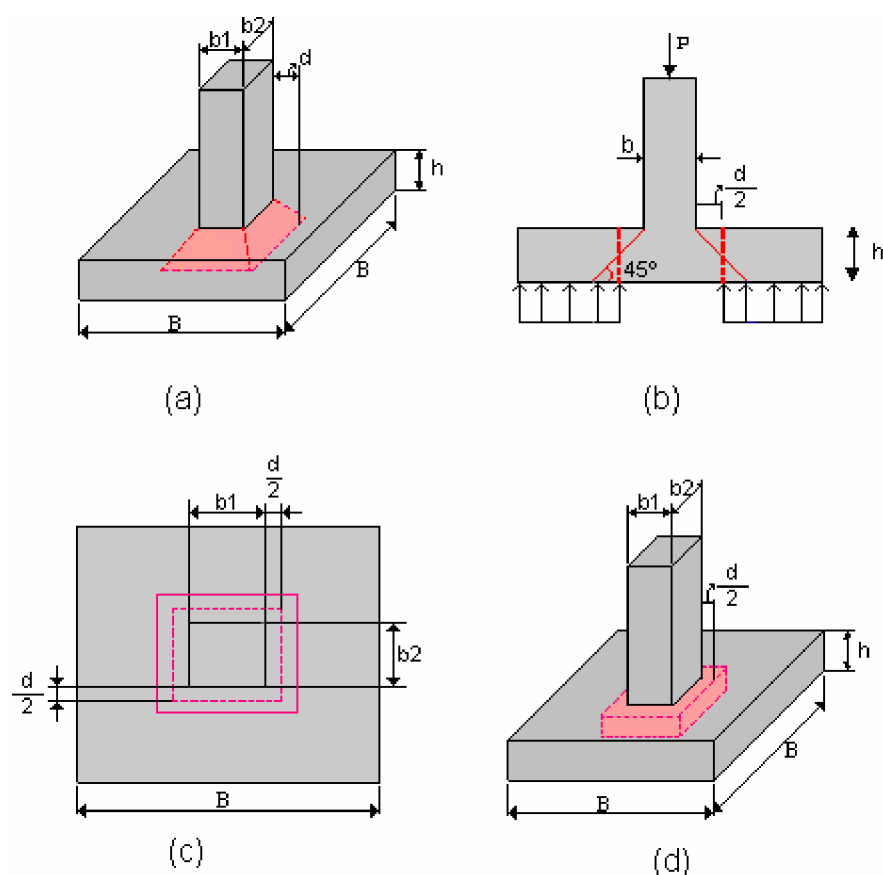


Figura 6. Cortante bidireccional en zapata que soporta columna, pedestal o muro de concreto.

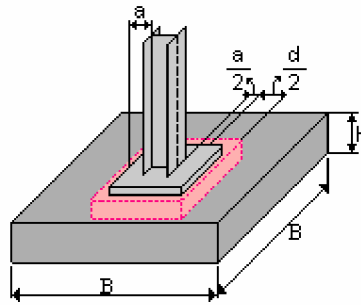


Figura 7. Cortante bidireccional en zapata que soporta columna metálica.

Para el caso supuesto de zapata cuadrada, si se asume que debajo de ella se presenta una reacción uniforme del suelo dada por $q = P/B^2$, el esfuerzo cortante bidireccional, v_{ubd} , será:

$$v_{ubd} = \frac{P_u}{B^2} \frac{(B^2 - (b_1 + d)(b_2 + d))}{2(b_1 + d + b_2 + d)d} \quad (10)$$

Donde:

P_u = Carga última, que se transfiere a la zapata a través de la columna o pedestal.

B = Ancho de la zapata, expresado en mm .

d = Distancia desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide del refuerzo a tracción ($d = h$ -recubrimiento), expresada en mm.

b_1 = Lado corto de la columna o pedestal, expresado en mm.

b_2 = Lado largo de la columna o pedestal, expresado en mm.

De acuerdo con el Artículo C.11.12.2.1, se deben cumplir las siguientes relaciones:

$$V_{ubd} < \begin{cases} \phi \frac{\sqrt{f'_c}}{3} & (11) \\ \phi \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{\alpha_s d}{2 b_o}\right) & (12) \\ \phi \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) & (13) \end{cases}$$

Donde:

ϕ = Coeficiente de reducción de resistencia. Para esfuerzos de cortante, $\phi=0.85$.

$\sqrt{f'_c}$ = raíz cuadrada de la resistencia nominal del concreto a la compresión, expresada en Mpa.

α_s = Factor que depende de la posición de la columna o pedestal en la zapata (no de la posición de la columna o pedestal en el edificio); se considera igual a 40 cuando la columna o pedestal está al interior de la zapata, 30 cuando la columna o pedestal está al borde de la zapata y 20 cuando la columna o pedestal está en una de las esquinas de la zapata.

b_o = Perímetro de la sección crítica

β_c = b_2/b_1 , Es la relación entre el lado largo y el lado corto de la columna o pedestal. Si la columna o pedestal es cuadrada, $\beta_c = 1$

3.2.1.5 Revisar cortante unidireccional. (Artículo C.11.12.1.1) Se refiere al efecto en el comportamiento de la zapata como elemento viga, con una sección crítica que se extiende en un plano a través del ancho total y está localizada a una distancia d de la cara de la columna, pedestal o muro si son de concreto (Figura 8)., o a partir de la distancia media de la cara de la columna y el borde de la placa de acero si este es el caso (Figura 9).

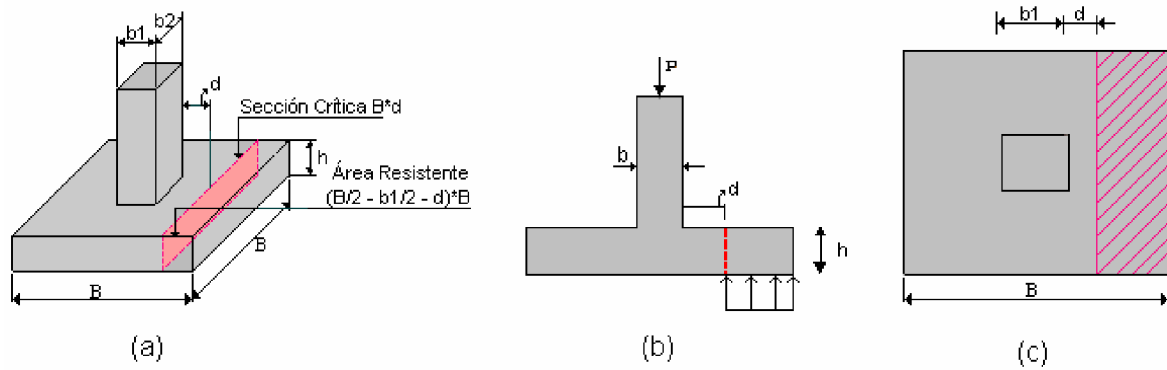


Figura 8. Cortante unidireccional en zapata que soporta columna, pedestal o muro de concreto.

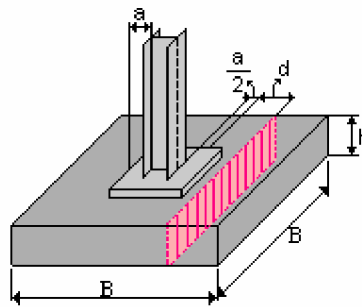


Figura 9. Cortante unidireccional en zapata que soporta columna metálica.

Para el caso supuesto de zapata cuadrada, el esfuerzo cortante unidireccional, v_{uud} , está dada por:

$$v_{uud} = \frac{P_u}{B^2} \cdot \frac{B \left(\frac{B}{2} - \frac{b_1}{2} - d \right)}{B d} = \frac{P_u}{B^2} \cdot \frac{\left(\frac{B}{2} - \frac{b_1}{2} - d \right)}{d} \quad (14)$$

Se debe cumplir que:

$$V_{uud} < \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{6} \quad \text{Con: } \phi = 0.85 \quad (15)$$

3.2.1.6 Revisar el momento para calcular el acero de refuerzo. (Artículo C.15.4.2). La sección crítica en la cual se calcula el momento mayorado máximo se determina pasando un plano vertical a través de la zapata, justo en la cara de la columna, pedestal o muro si estos son de concreto (Figura 10). Para los apoyos de columnas con placas de acero, en la mitad de la distancia entre la cara de la columna y el borde de la placa (Figura 11a) y para mampostería estructural, en la mitad de la distancia entre el centro y el borde del muro (Figura 11b).

El momento mayorado máximo será igual al momento de las fuerzas que actúan sobre la totalidad del área de la zapata, en un lado de ese plano vertical. Se puede expresar entonces:

$$M_u = \frac{P_u}{B^2} \frac{B}{2} \left(\frac{B}{2} - \frac{b_1}{2} \right)^2 = \frac{P_u}{2B} \left(\frac{B}{2} - \frac{b_1}{2} \right)^2 \quad (16)$$

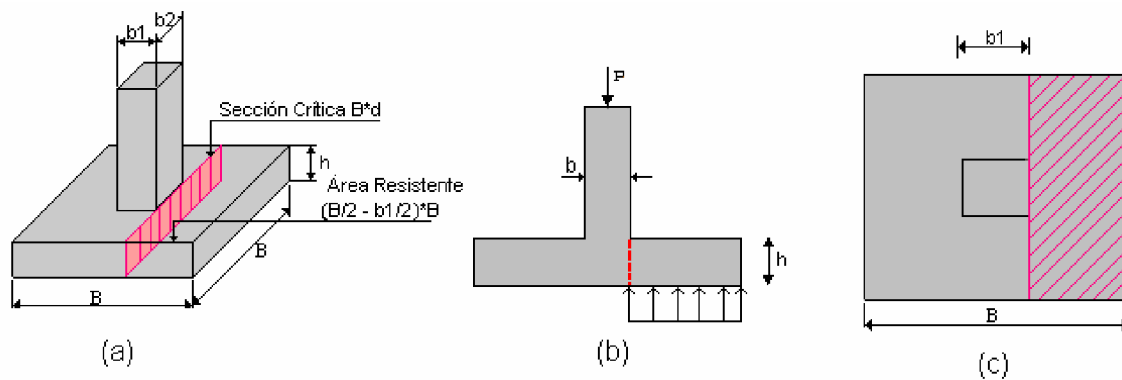


Figura 10. Sección crítica para el cálculo del momento en zapata que soporta columna, pedestal o muro de concreto.

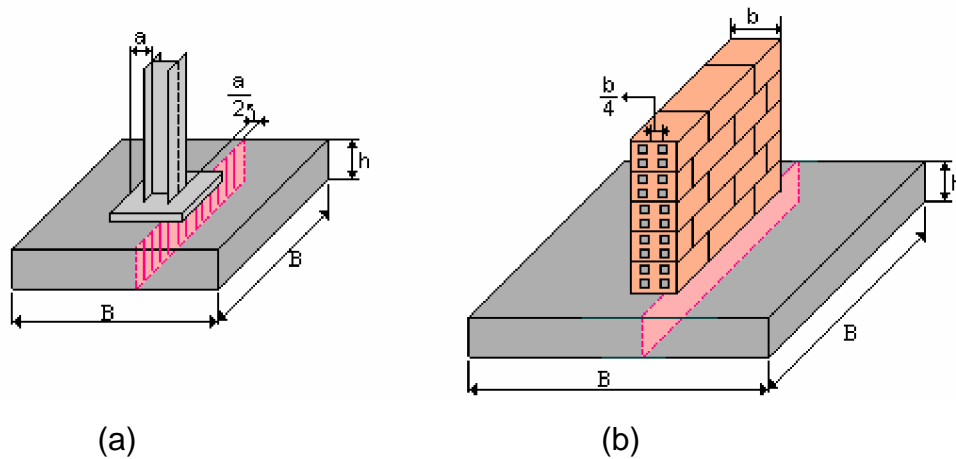


Figura 11. Sección crítica para el cálculo del momento en zapata que soporta columna metálica (a) y muro de mampostería estructural (b).

De acuerdo con los artículos C.15.4.3 y C15.4.4, el refuerzo resultante debe repartirse uniformemente a todo lo ancho de la zapata, con excepción del refuerzo transversal de zapata rectangulares, en donde una banda central de ancho igual al menor de la zapata debe tener uniformemente repartida una porción del refuerzo total dada por la ecuación C.15-1, que se transcribe a continuación:

$$\frac{\text{refuerzo en el ancho de la banda}}{\text{refuerzo total en la dirección corta}} = \frac{2}{(\beta + 1)} \quad (17)$$

Donde:

$$\beta = \frac{\text{longitud larga}}{\text{longitud corta}} \quad (18)$$

En cualquier caso, el refuerzo a flexión debe tener una cuantía mínima de 0.0018 en ambas direcciones.

En el evento en que la zapata pueda quedar sometida a solicitaciones de tensión, debe considerarse un refuerzo para flexión en su parte superior (o parrilla de acero

superior), en la cuantía requerida o mínima y revisarse el acero que pasa a la columna a tensión.

3.2.1.7 Revisar el aplastamiento. Como se observa en la Figura 12 se suele considerar que la presión de compresión que transmite la columna o pedestal se va disipando con el espesor h de la zapata, a razón de 2 horizontal por 1 vertical, desde el área A_1 en su cara superior (área de contacto columna o pedestal – zapata), hasta el área A_2 en su cara inferior.

La capacidad de carga por aplastamiento debe ser tal que:

$$P_u < \phi 0.85 f'_c A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \quad \text{Con: } \phi = 0.70 \quad (19)$$

En esta expresión se debe cumplir:

$$\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2 \quad (20)$$

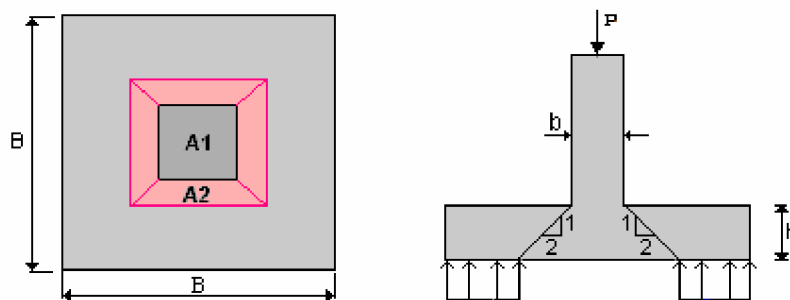


Figura 12. Modelo Geométrico y estructural para la verificación del aplastamiento.

Tiene sentido hablar de aplastamiento cuando la resistencia nominal del concreto a la compresión de la columna (f'_c de la columna), sea mayor que la resistencia

nominal del concreto de la zapata (f'_c de la zapata), y es más importante cuando la carga es transmitida por una columna de acero.

Si la capacidad de aplastamiento del concreto no es suficiente, el exceso se puede trasladar por el acero de refuerzo de la columna o dovelas si se requieren.

3.2.1.8 Detalles del refuerzo. De acuerdo con los artículos C.15.4.6 y C.15.4.7 el refuerzo longitudinal de la columna debe llevarse hasta el refuerzo inferior de la fundación, y debe terminarse con un gancho horizontal. En la suposición usual de columna empotrada en la zapata, este gancho horizontal debe orientarse hacia el centro de la columna, disposición que en la practica pocas veces se cumple, quizás por la dificultad de acomodar en poco espacio la cantidad de varillas que llegan a la zapata, muchas veces de diámetros grandes.

En el caso de zapatas medianeras, de acuerdo con los requisitos estipulados en el artículo C.21, se recomienda que las columnas tengan estribos en la porción embebida en la zapata para garantizar el confinamiento, de acuerdo con los requisitos estipulados en el artículo C.21.

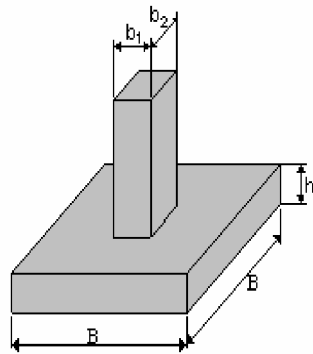
De conformidad con lo establecido en el artículo C.15.8.2.1, la cuantía de refuerzo de la columna o pedestal que pasa a la zapata debe ser al menos 0.005, límite que equivale a la mitad de la cuantía mínima de la columna o pedestal.

En general, se debe revisar la longitud de desarrollo con respecto a la sección crítica. Si se seccionan varillas de refuerzo de diámetros pequeños la longitud de desarrollo se suele garantizar sin necesidad de ganchos.

Otros detalles importantes relacionados con el traslapo de las dovelas de transferencia, si se requieren, deben ser consultados en la norma.

EJEMPLO DE ZAPATA AISLADA.

Se desea diseñar una zapata concéntrica con la siguiente información básica:



$$P = 344 \text{ kN}$$

$$q_a = 100 \text{ kN/m}^2$$

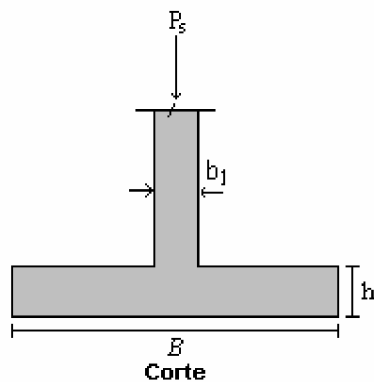
$$f'_c = 21 \text{ MPa}$$

$$F_y = 420 \text{ MPa}$$

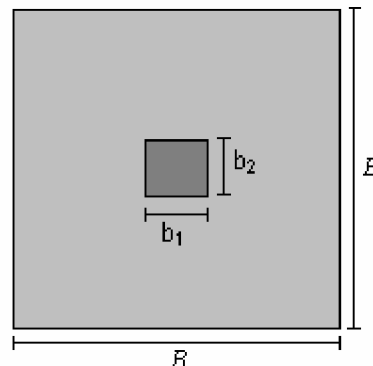
$$b_1 = 300 \text{ mm}$$

$$b_2 = 400 \text{ mm}$$

Los elementos de la fundación se dimensionan para que resistan las cargas mayoradas y las reacciones inducidas. El área de apoyo de la base de la fundación se determina a partir de las fuerzas sin mayorar y el esfuerzo permisible sobre el suelo.



Corte



Planta

Dimensionamiento

La carga de servicio es:

$$P_s = 344 \text{ kN}$$

La capacidad admisible del suelo es:

$$q_a = 100 \text{ kN} / \text{m}^2$$

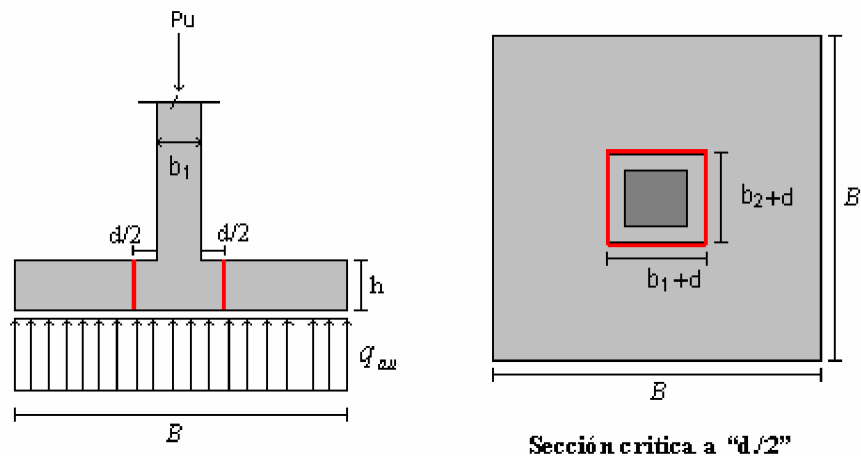
Por lo tanto B estara dado por la ecuacion (9):

$$B = \sqrt{\frac{P_s}{q_a}}$$

$$B = \sqrt{\frac{344 \text{ kN}}{100 \text{ kN} / \text{m}^2}}$$

$$B \approx 1.85 \text{ m}$$

Cortante por punzonamiento sección crítica a “d/2” de la columna (cortante bidireccional)



El espesor de la zapata por encima del refuerzo inferior no puede ser menor de 150 mm para zapatas sobre el suelo (C.15.7.1, NSR-98). Se supone inicialmente un espesor de zapata de:

$$h = 250 \text{ mm}$$

La profundidad efectiva para un recubrimiento de 70 mm es:

$$d = h - 70 \text{ mm}$$

$$d = 250 \text{ mm} - 70 \text{ mm}$$

$$d = 180 \text{ mm} > 150 \text{ mm} \quad \text{OK}$$

De conformidad con la sección 3.2.1.1, por tratarse de una estructura de concreto, la carga última es aproximadamente igual a la carga de servicio multiplicada por 1.5; esto es:

$$P_u = 1.5 \cdot P = 516 \text{ kN}$$

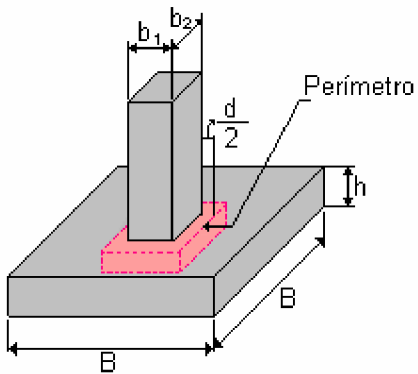
El esfuerzo último aplicado sobre el suelo de cimentación para el diseño estructural de la zapata es:

$$q_u = \frac{P_u}{B^2}$$

$$q_u = \frac{516 \text{ kN}}{(1.85 \text{ m})^2}$$

$$q_u = 151 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Para la superficie de falla indicada en la figura que se presenta a continuación, se determinan los esfuerzos cortantes v_{up} aplicando la ecuación (10) y verificando luego el cumplimiento de las ecuaciones (11), (12) y (13):



La fuerza total por punzonamiento que hace el pedestal sobre la placa es:

$$V_{up} = \frac{P_u}{B^2} \left(B^2 - (b_1 + d)(b_2 + d) \right)$$

Tomando $b_1 = 30\text{cm}$ y $b_2 = 40\text{cm}$

$$V_{up} = \frac{516 \text{ kN}}{(1.85 \text{ m})^2} \left((1.85 \text{ m})^2 - (0.30 \text{ m} + 0.18 \text{ m})(0.40 \text{ m} + 0.18 \text{ m}) \right)$$

$$V_{up} = 474 \text{ kN}$$

El esfuerzo cortante por punzonamiento es:

$$v_{up} = \frac{V_{up}}{b_o d}$$

Donde:

$$b_o = 2(b_1 + b_2 + 2d)$$

$$b_o = 2(0.30 \text{ m} + 0.40 \text{ m} + 2(0.18 \text{ m}))$$

$$\text{Luego: } b_o = 2.12 \text{ m}$$

$$v_{up} = \frac{473000 \text{ N}}{(2120 \text{ mm})(180 \text{ mm})}$$

$$v_{up} = 1.24 \text{ MPa}$$

Debe cumplirse que:

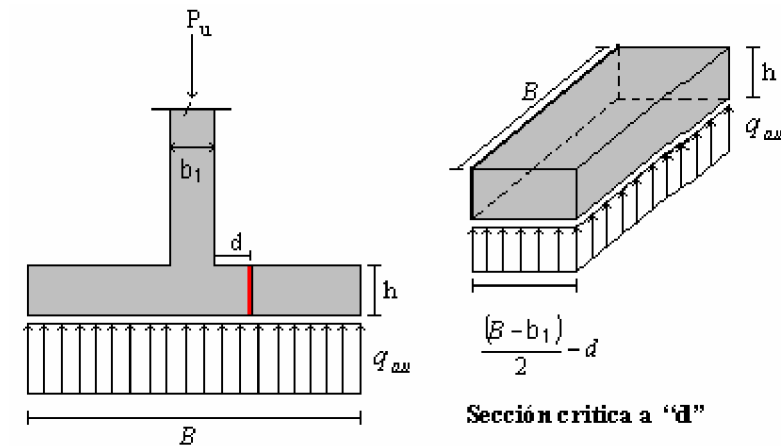
$$v_{up} \leq \begin{cases} \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{3} \\ \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{\alpha_s d}{2b_o} \right), \alpha_s = \begin{cases} 40 \text{ Columna interior} \\ 30 \text{ Columna borde} \\ 20 \text{ Columna esquina} \end{cases} \\ \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right), \beta_c = \frac{b_2}{b_1} \end{cases}$$

Con $\phi_v = 0.85$, $\alpha_s = 40$, $\beta_c = 1.33$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$1.24 \text{ MPa} \leq \begin{cases} 1.30 \text{ MPa Cumples} \\ 1.75 \text{ MPa Cumples} \\ 1.62 \text{ MPa Cumples} \end{cases}$$

Con este espesor de zapata se cumplen todos los requerimientos necesarios para que la zapata no falle por punzonamiento, ósea que la columna con el pedestal se separe de la zapata y se hunda, produciendo así posibles asentamientos diferenciales.

Cortante directo sección crítica a “d” del pedestal (cortante unidireccional)

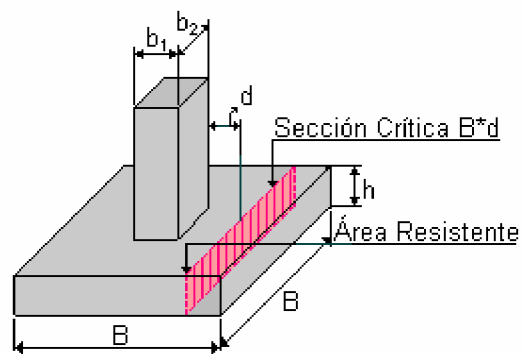


La fuerza cortante vertical que actúa sobre el voladizo por la ecuación (14) es:

$$V_{ud} = \frac{P_u B}{B^2} \left(\frac{B - b_1}{2} - d \right)$$

$$V_{ud} = \frac{516 \text{ kN}}{1.85 \text{ m}} \left(\frac{1.85 \text{ m} - 0.30 \text{ m}}{2} - 0.18 \text{ m} \right)$$

$$V_{ud} = 166 \text{ kN}$$



El esfuerzo cortante es:

$$v_{ud} = \frac{V_{ud}}{Bd}$$

$$v_{ud} = \frac{167000 \text{ N}}{(1850 \text{ mm})(180 \text{ mm})}$$

$$v_{ud} = 0.50 \text{ MPa}$$

Éste debe ser menor que el resistido por el concreto:

$$v_{ud} \leq \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6}$$

Con $\phi_v = 0.85$ y $F'_c = 21 \text{ MPa}$, se obtiene:

$$0.50 \text{ MPa} \leq \frac{0.85 \sqrt{21 \text{ MPa}}}{6}$$

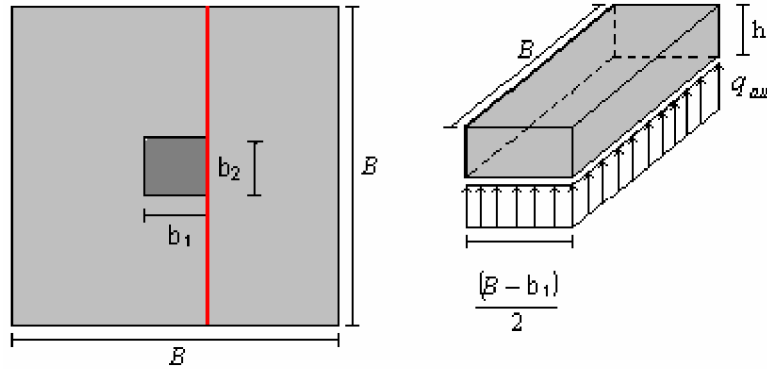
$$0.50 \text{ MPa} \leq 0.65 \text{ MPa} \quad \text{OK}$$

Finalmente las dimensiones de la zapata seran : **B = 1.85 m**, **L = 1.85 m** y **h = 0.25 m**.

Diseño a flexión sección crítica cara de la columna

El momento externo en cualquier sección de una zapata se determina pasando un plano vertical a través de la zapata, y calculando el momento de las fuerzas que actúan sobre la totalidad del área de la zapata, en un lado de ese plano vertical (C.15.4.1-NSR 98).

En las zapatas cuadradas que trabajan en dos direcciones, el refuerzo debe



Sección crítica cara de la columna

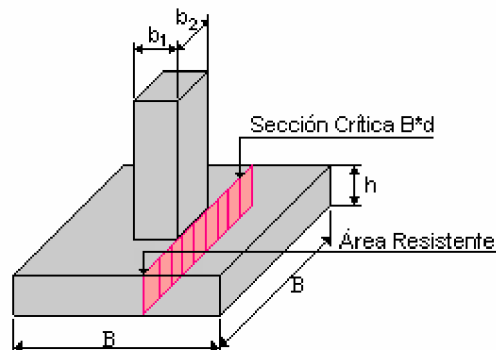
distribuirse uniformemente a todo su ancho (C.15.4.3-NSR 98).

De acuerdo con la ecuación (16), se tiene:

$$M_u = \frac{P_u}{2B^2} \left(\frac{B - b_1}{2} \right)^2 B$$

$$M_u = \frac{516 \text{ kN}}{2(1.85 \text{ m})} \left(\frac{1.85 \text{ m} - 0.30 \text{ m}}{2} \right)^2$$

$$M_u = 83.8 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



El área de refuerzo a flexión con:

$$B = 1.85 \text{ cm}$$

$$d = 18 \text{ cm}$$

$$\rho = 0.00387 > \rho_{min} = 0.0018 \text{ (C.15.4.5, NSR-98)} \quad OK$$

Es:

$$A_s = \rho B d$$

$$A_s = 0.00387(185 \text{ cm})(18 \text{ cm})$$

$$A_s = 12.9 \text{ cm}^2$$

El área de refuerzo a flexión se logra con el siguiente arreglo de barras: **11 N°4 @ 17 cm.**

La longitud de desarrollo de las barras corrugadas expresada en *mm* es:

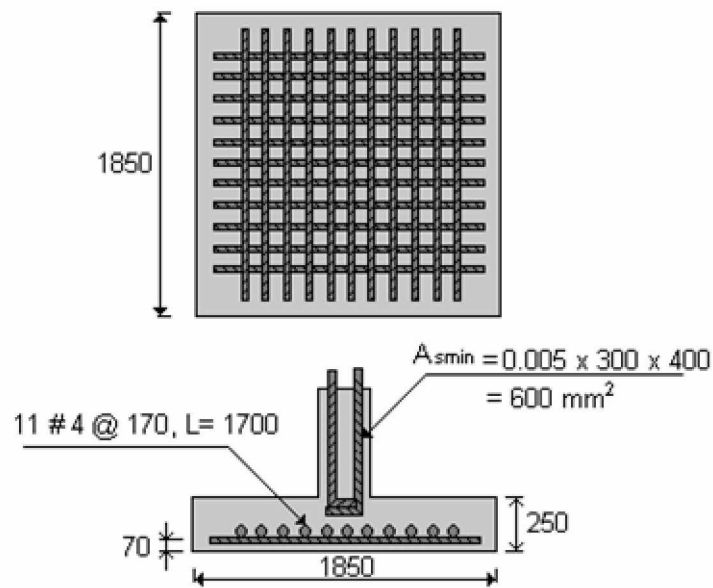
$$l_d = \frac{12 f_y \alpha \beta}{25 \sqrt{f'_c}} d_b$$

Con $\alpha = 1$, $\beta = 1$ y $d_b = 12.7 \text{ mm}$ (N°4), $f'_c = 21 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$l_d = 560 \text{ mm} < 1850 / 2 - 300 / 2 - 70 = 705 \text{ mm} \quad \text{No requiere gancho}$$

Se hace notar que, si por ejemplo, se hubieran seleccionado 5 barras #6, la longitud de desarrollo sería 840 mm, y se requeriría gancho.

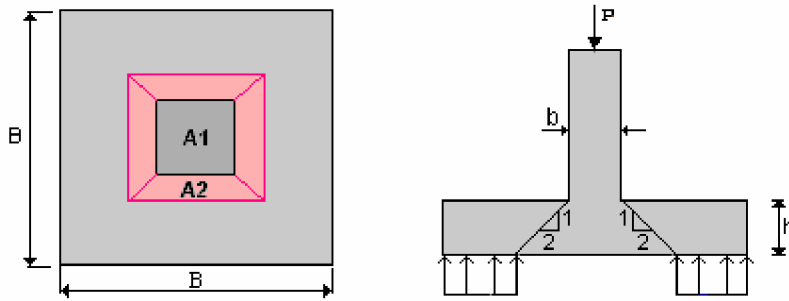
En la figura que se presenta a continuación se muestra el detalle final del refuerzo. Es importante resaltar que no requiere gancho en los extremos de los emparrillados.



Resistencia a los esfuerzos de contacto (aplastamiento)

La resistencia de diseño del concreto a los esfuerzos de contacto (aplastamiento) no debe exceder de $\phi 0.85 f'_c A_1$; excepto cuando la superficie de apoyo sea más ancha en todos los lados que el área cargada, la resistencia de diseño al aplastamiento sobre el área cargada puede multiplicarse por: $\sqrt{A_2 / A_1} \leq 2$, (C.10.13.2 –NSR-98).

En la siguiente figura, se indican los elementos geométricos para calcular las expresiones que permiten verificar el aplastamiento de la zapata.



La condición de aplastamiento en la zapata es fundamental cuando existe un cambio de resistencia entre ésta y el pedestal. Debido a que esta situación no se presenta, esta condición será verificada únicamente para efectos ilustrativos.

$$A_1 = b_1 \cdot b_2$$

$$A_1 = (0.30 \text{ m})(0.40 \text{ m})$$

$$A_1 = 0.120 \text{ m}^2 = 0.120 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = (b_1 + 2 \cdot h)(b_2 + 2 \cdot h)$$

$$A_2 = (0.80 \text{ m})(0.90 \text{ m})$$

$$A_2 = 0.720 \text{ m}^2 = 0.720 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = \sqrt{\frac{0.720 \text{ m}^2}{0.120 \text{ m}^2}} = 2.45 \geq 2$$

Se toma 2 de acuerdo con la ecuación (20)

$$\phi P_n = \phi 0.85 f'_c A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$$

$$\phi P_n = (0.7)(0.85)(21 \text{ MPa})(0.120 \times 10^6 \text{ mm}^2)(2)$$

$$\phi P_n = 3000 \text{ kN}$$

$$P_u = 516 \text{ kN} < \phi P_n = 3000 \text{ kN}$$

Solo requiere pedestal para cumplir con recubrimientos dentro del suelo, lo cuál se cumple con 50mm más que la columna a cada lado.

3.2.2 Zapatas con flexión en una dirección. Esta situación corresponde al caso de una zapata que transmite una carga de servicio P con una excentricidad e , de modo que $M=Pe$. En este caso, puede analizarse la distribución de presiones de una manera simplista asumiendo que las presiones tienen una variación lineal en la dirección L .

Se analizan dos situaciones:

Cuando la excentricidad es menor o igual que un sexto del ancho de la zapata ($e \leq L/6$), se presenta compresión bajo toda el área de la zapata (Figura 13 a y b). En este caso:

$$q_{\max} = \frac{P}{BL} + \frac{6eP}{BL^2} = \frac{P}{BL} \left(1 + \frac{6e}{L} \right) \quad (21)$$

$$q_{\min} = \frac{P}{BL} - \frac{6eP}{BL^2} = \frac{P}{BL} \left(1 - \frac{6e}{L} \right) \quad (22)$$

Cuando la excentricidad es mayor que un sexto del ancho de la zapata ($e > L/6$), una parte de ésta se encuentra exenta de presiones y para garantizar su estabilidad, se debe cumplir la condición que se explica con la Figura 14 en la cual, se deduce por equilibrio estático que:

$$P = \frac{3 q_m B}{2} \quad (23)$$

Despejando q , se tiene:

$$q = \frac{2P}{3mB} \quad (24)$$

Donde:

$$m = L/2 - e$$

(25)

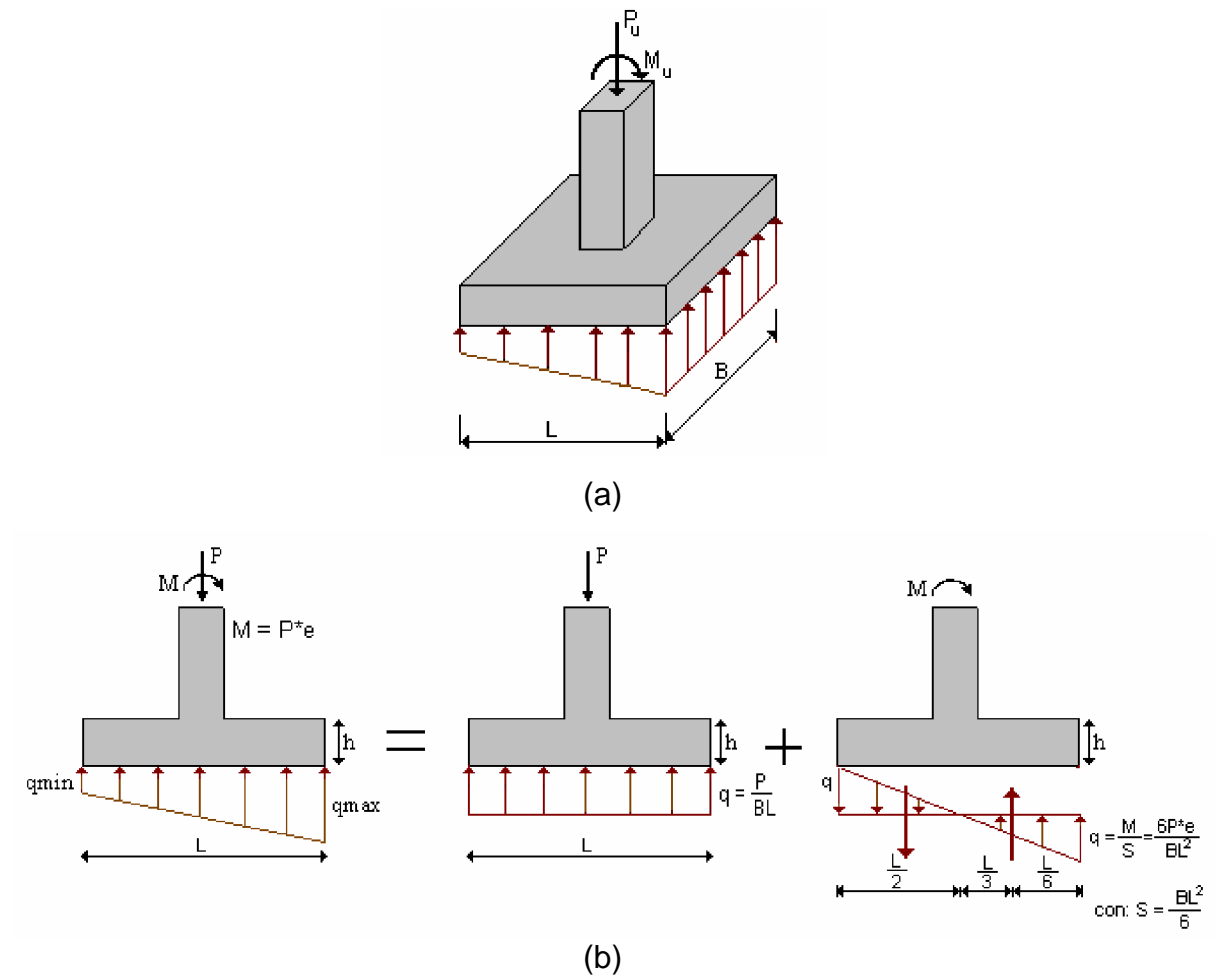


Figura 13. Modelo estructural en zapata con flexión uniaxial, cuando $e < L/6$.

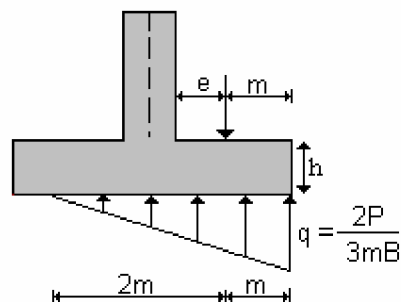


Figura 14. Zapata con flexión uniaxial, cuando $e > L/6$

3.2.2.1 Procedimiento de diseño.

- Se selecciona L de tal manera que L sea mayor que 6e ($L > 6e$) y se despeja B, suponiendo que $q_{\text{máx}} = q_a$ (valor obtenido en el estudio de suelos).

$$B = \frac{P}{q_a} \left(1 + \frac{6e}{L}\right) \quad (26)$$

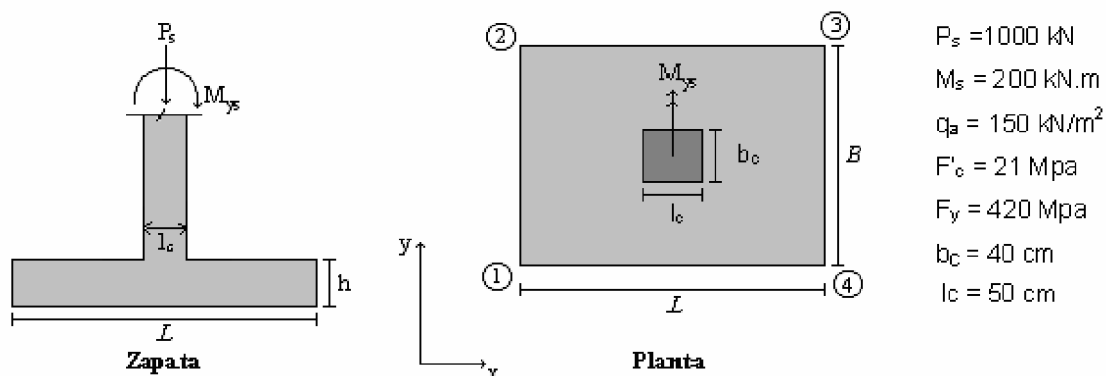
Las parejas de L y B se determinan, de modo que la relación L/B esté comprendida entre 1.5 y 2.0 (relación que normalmente se utiliza).

Es importante advertir que si para la determinación de la carga de servicio P, se incluyeron combinaciones de sismo y de viento, la capacidad de carga del suelo, q_a , puede ser incrementada en un 33%.

- Se mejoran las cargas de servicio.
- Se revisa el punzonamiento, utilizando para ello la presión promedio \bar{q} .
- Se revisa la cortante bidireccional
- Se calcula el acero longitudinal, es decir, en el sentido del momento (acero principal).
- Se calcula el acero transversal. Teniendo como base el acero mínimo (0.0018 Bd), concebido como si fuera en una sola dirección.

EJEMPLO DE DISEÑO DE ZAPATA CON FLEXION EN UNA DIRECCION

Se requiere diseñar la siguiente zapata mostrada en la figura con la siguiente información básica.



Dimensionamiento

Los elementos de la fundación se dimensionan para que resistan las cargas mayoradas y las reacciones inducidas. El área de apoyo de la base de la fundación se determina a partir de las fuerzas sin mayorar y el esfuerzo permisible sobre el suelo.

Las cargas de servicio son:

$$P_s = 1000 \text{ kN}$$

$$M_s = 200 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

La excentricidad es:

$$e = \frac{M_s}{P_s}$$

$$e = \frac{200 \text{ kN} \cdot \text{m}}{1000 \text{ kN}}$$

$$e = 0.2 \text{ m}$$

La excentricidad calculada con las cargas de servicio es igual a la calculada con las cargas mayoradas.

La zapata se dimensiona mediante las siguientes expresiones:

$$q_{\max s} = \frac{P_s}{BL} \left(1 + \frac{6e}{L} \right) \leq q_a$$

$$q_{\min s} = \frac{P_s}{BL} \left(1 - \frac{6e}{L} \right) \geq 0$$

Para que se cumplan las expresiones anteriores se requiere que la resultante caiga en el tercio medio de la base: $e \leq L/6$. Se dimensiona la zapata asumiendo un L mucho mayor que $6 \cdot e$. Se tomará inicialmente: $L = 1.5 B$.

$$B \geq \frac{P_s}{1.5 B q_a} \left(1 + \frac{6e}{1.5 B} \right)$$

$$B \geq \frac{1000 \text{ kN}}{1.5 B (150 \text{ kN/m}^2)} \left(1 + \frac{6(0.2 \text{ m})}{1.5 B} \right)$$

$$B \geq 2.6 \text{ m}$$

Para $B = 2.6 \text{ m}$ se obtiene $L = 3.9 \text{ m}$. A continuación se verifican las expresiones (3.2) y (3.3) y la condición $e \leq L/6$:

$$q_{\max s} = \frac{1000 \text{ kN}}{(2.6 \text{ m})(3.9 \text{ m})} \left(1 + \frac{6(0.2 \text{ m})}{(3.9 \text{ m})} \right) = 129 \text{ kN/m}^2 < q_a 150 \text{ kN/m}^2 \quad \text{cumple}$$

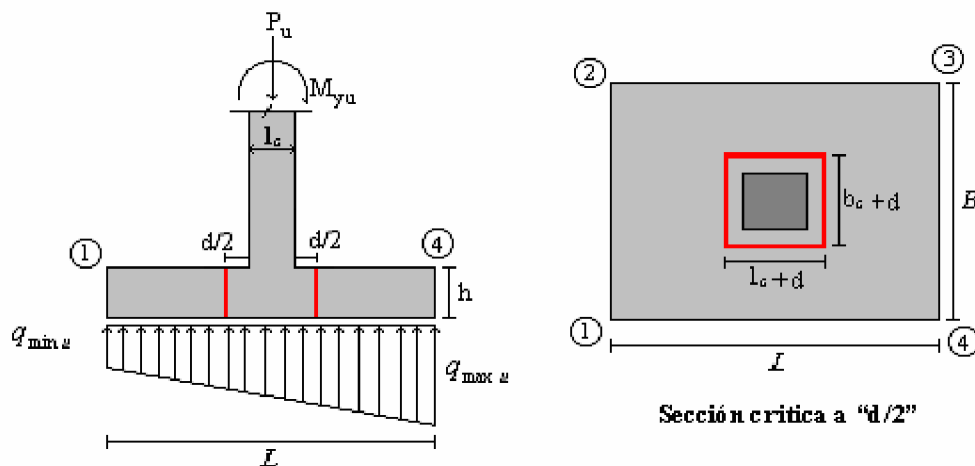
$$q_{\min s} = \frac{1000 \text{ kN}}{(2.6 \text{ m})(3.9 \text{ m})} \left(1 - \frac{6(0.2 \text{ m})}{(3.9 \text{ m})} \right) = 68 \text{ kN/m}^2 > 0 \text{ kN/m}^2 \quad \text{cumple}$$

$$\frac{L}{6} = \frac{3.9\text{ m}}{6} = 0.65\text{ m} > e = 0.2\text{ m} \quad \text{OK}$$

Como estas dimensiones cumplen las condiciones exigidas, la zapata se construirá con

$L = 3.9\text{ m}$ y $B = 2.6\text{ m}$

Cortante por punzonamiento sección crítica a “ $d/2$ ” del pedestal (cortante bidireccional)



Cortante por punzonamiento.

El espesor de la zapata sobre el suelo por encima del refuerzo inferior no puede ser menor de 150 mm (C.15.7.1, NSR-98). Se supone inicialmente un espesor de zapata de:

$$h = 400\text{ mm}$$

La profundidad efectiva para un recubrimiento de 70 mm es:

$$d = h - 70\text{ mm}$$

$$d = 400\text{ mm} - 70\text{ mm}$$

$$d = 330 \text{ mm} > 150 \text{ mm}$$

Las cargas mayoradas son:

$$P_u = 1500 \text{ kN}$$

$$M_u = 300 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

La fuerza total por punzonamiento que hace el pedestal sobre la placa es:

$$V_{up} = P_u - \frac{q_{u \max} + q_{u \min}}{2} [(l_c + d)(b_c + d)]$$

$$V_{up} = 1500 \text{ kN} - \frac{194 \text{ kN} / \text{m}^2 + 102 \text{ kN} / \text{m}^2}{2} [(0.5 \text{ m} + 0.33 \text{ m})(0.4 \text{ m} + 0.33 \text{ m})]$$

$$V_{up} = 1410 \text{ kN}$$

El esfuerzo cortante por punzonamiento es:

$$v_{up} = \frac{V_{up}}{b_o d}$$

Donde:

$$b_o = 2(b_c + l_c + 2d)$$

$$b_o = 2(0.4 \text{ m} + 0.5 \text{ m} + 2(0.33))$$

$$b_o = 3.12 \text{ m}$$

Luego:

$$v_{up} = \frac{1410000 \text{ N}}{(3120 \text{ mm})(330 \text{ mm})}$$

$$v_{up} = 1.37 \text{ MPa}$$

Debe cumplirse que:

$$v_{up} \leq \begin{cases} \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{3} \\ \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{\alpha_s d}{2b_o} \right), \alpha_s = \begin{cases} 40 \text{ Columna interior} \\ 30 \text{ Columna borde} \\ 20 \text{ Columna esquina} \end{cases} \\ \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right), \beta_c = \frac{l_c}{b_c} \end{cases}$$

Con $\phi_v = 0.85$, $\alpha_s = 40$, $\beta_c = 1.25$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$1.37 \text{ MPa} \leq \begin{cases} 1.30 \text{ MPa No Cumple} \\ 2.02 \text{ MPa Cumple} \\ 1.69 \text{ MPa Cumple} \end{cases}$$

Como no se cumple una de las condiciones de cortante se debe aumentar el valor de h ; tomando un valor de:

$$h = 500 \text{ mm}$$

La profundidad efectiva para un recubrimiento de 70 mm es:

$$d = h - 70 \text{ mm}$$

$$d = 500 \text{ mm} - 70 \text{ mm}$$

$$d = 430 \text{ mm} > 150 \text{ mm}$$

De esta manera se tiene que:

$$V_{up} = 1386 \text{ kN}$$

$$b_o = 3.52 \text{ m}$$

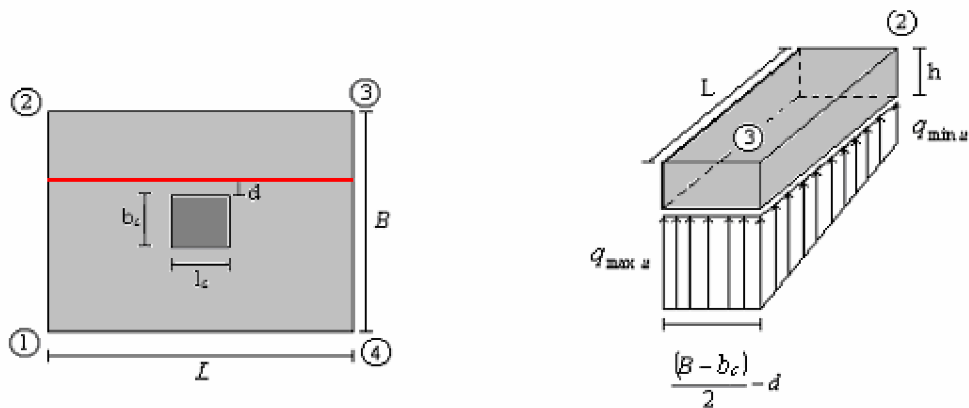
$$v_{up} = 0.92 \text{ MPa}$$

$$0.92 \text{ MPa} \leq \begin{cases} 1.30 \text{ MPa Cumple} \\ 2.24 \text{ MPa Cumple} \\ 1.63 \text{ MPa Cumple} \end{cases}$$

Cortante directo sección crítica a “d” del pedestal (cortante unidireccional)

El cortante unidireccional se chequea tanto para el sentido longitudinal como para el transversal.

Sentido longitudinal



Sección crítica a “d”

Cortante directo sentido longitudinal.

La fuerza cortante vertical en sentido longitudinal es:

$$V_{ud} = \frac{q_{u \max} + q_{u \min}}{2} \left[\frac{(B - b_c)}{2} - d \right] L$$

$$V_{ud} = \frac{194 \text{ kN} / \text{m}^2 + 102 \text{ kN} / \text{m}^2}{2} \left[\frac{(2.6 \text{ m} - 0.40 \text{ m})}{2} - 0.43 \text{ m} \right] \cdot 3.9 \text{ m}$$

$$V_{ud} = 387 \text{ kN}$$

El esfuerzo cortante es:

$$v_{ud} = \frac{V_{ud}}{Ld}$$

$$v_{ud} = \frac{387000 \text{ N}}{(2600 \text{ mm})(430 \text{ mm})}$$

$$v_{ud} = 0.23$$

Éste debe ser menor que el resistido por el concreto:

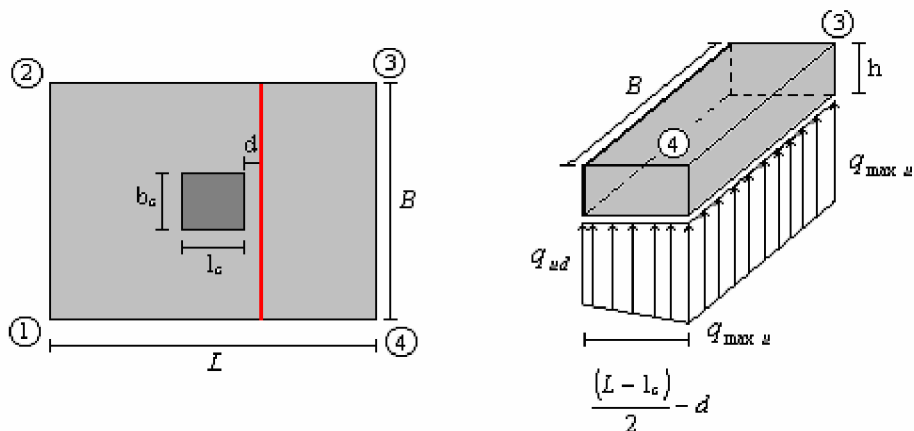
$$v_{ud} \leq \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6}$$

Con $\phi_v = 0.85$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$0.23 \text{ MPa} \leq \frac{0.85 \sqrt{21 \text{ MPa}}}{6}$$

$$0.23 \text{ MPa} \leq 0.65 \text{ MPa} \quad \text{Cumple}$$

Sentido transversal



Sección crítica a “d”

Cortante directo sentido transversal.

$$q_{ud} = q_{u \max} - \frac{q_{u \max} - q_{u \min}}{L} \left[\frac{(L - l_c)}{2} - d \right]$$

$$q_{ud} = 194 \text{ kN} / \text{m}^2 - \frac{194 \text{ kN} / \text{m}^2 - 102 \text{ kN} / \text{m}^2}{3.9 \text{ m}} \left[\frac{(3.9 \text{ m} - 0.50 \text{ m})}{2} - 0.43 \text{ m} \right]$$

$$q_{ud} = 164 \text{ kN} / \text{m}^2$$

La fuerza cortante vertical en sentido transversal es:

$$V_{ud} = \frac{q_{ud} + q_{u \max}}{2} \left[\frac{(L - l_c)}{2} - d \right] B$$

$$V_{ud} = \frac{164 \text{ kN} / \text{m}^2 + 194 \text{ kN} / \text{m}^2}{2} \left[\frac{(3.9 \text{ m} - 0.5 \text{ m})}{2} - 0.43 \text{ m} \right] \cdot 2.6 \text{ m}$$

$$V_{ud} = 590 \text{ kN}$$

El esfuerzo cortante es:

$$v_{ud} = \frac{V_{ud}}{Bd}$$

$$v_{ud} = \frac{590000 \text{ N}}{(3900 \text{ mm})(430 \text{ mm})}$$

$$v_{ud} = 0.53 \text{ MPa}$$

Éste debe ser menor que el resistido por el concreto:

$$v_{ud} \leq \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6}$$

Con $\phi_v=0.85$ y $f'_c = 21 MPa$ se obtiene:

$$0.53 MPa \leq \frac{0.85 \sqrt{21} MPa}{6}$$

$$0.53 MPa \leq 0.65 MPa \quad \text{Cumple}$$

Finalmente las dimensiones de la zapata son:

$B = 2.6 m$, $L = 3.9 m$ y $h = 0.5 m$.

Diseño a flexión sección crítica cara del pedestal

El momento externo en cualquier sección de una zapata se determina pasando un plano vertical a través de la zapata, y calculando el momento de las fuerzas que actúan sobre la totalidad del área de la zapata, en un lado de ese plano vertical (C.15.4.1-NSR 98).

Refuerzo en sentido longitudinal o largo

$$M_u = \left[\left(\frac{q_{u \max} - q_{uf}}{2} \right) \left(\frac{2L_v^2}{3} \right) + q_{uf} \frac{L_v^2}{2} \right] B$$

Donde:

$$q_{uf} = q_{u \max} - \left(\frac{q_{u \max} - q_{u \min}}{L} \right) \left(\frac{L - l_c}{2} \right)$$

$$q_{uf} = 194 \text{ kN} / \text{m}^2 - \left(\frac{194 \text{ kN} / \text{m}^2 - 102 \text{ kN} / \text{m}^2}{3.9 \text{ m}} \right) \left(\frac{3.9 \text{ m} - 0.50 \text{ m}}{2} \right)$$

$$q_{uf} = 154 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$L_v = \frac{L - l_c}{2}$$

$$L_v = \frac{3.9 \text{ m} - 0.50 \text{ m}}{2}$$

$$L_v = 1.7 \text{ m}$$

Luego:

$$M_u = \left[\left(\frac{194 \text{ kN} / \text{m}^2 - 154 \text{ kN} / \text{m}^2}{2} \right) \left(\frac{2(1.7 \text{ m})^2}{3} \right) + 154 \text{ kN} / \text{m}^2 \frac{(1.7 \text{ m})^2}{2} \right] \cdot 2.6 \text{ m}$$

$$M_u = 677 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El área de refuerzo a flexión en dirección larga con:

$$B = 260 \text{ cm}$$

$$d = 43 \text{ cm}$$

$$\rho = 0.0039 > \rho_{\min} = 0.0018 \text{ (C.15.4.5, NSR-98) OK}$$

es:

$$A_{s_l} = \rho B d \quad (3.20)$$

$$A_{s_l} = 0.0039(260 \text{ cm})43 \text{ cm}$$

$$A_{s_l} = 43.67 \text{ cm}^2$$

El refuerzo en la dirección larga debe distribuirse uniformemente a todo lo ancho de la zapata (C.15.4.4a-NSR-98).

Dicho refuerzo se logra con el siguiente arreglo de barras:

35 N°4 @ 0.07 m

La longitud de desarrollo de las barras corrugadas expresada en *mm* es:

$$l_d = \frac{12 f_y \alpha \beta}{25 \sqrt{f'_c}} d_b$$

Con $\alpha=1$, $\beta=1$ y $d_b=12.7 \text{ mm}$ (N°4), $f'_c=21 \text{ MPa}$ y $f_y=420 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$l_d = 560 \text{ mm} < 1700 \text{ mm} - 70 \text{ mm} = 1630 \text{ mm} \quad \text{No requiere}$$

Finalmente el refuerzo longitudinal de acero distribuido uniformemente a todo lo ancho de la zapata es:

$$\mathbf{35 \text{ N}^\circ 4 @ 0.07 \text{ m}, Lb = 3.76 \text{ m}}$$

Refuerzo en sentido transversal o corto

$$M_u = \left[\frac{q_{u \max} + q_{u \min}}{2} \left(\frac{L_v^2}{2} \right) \right] L$$

Donde:

$$L_v = \frac{B - b_c}{2}$$

$$L_v = \frac{2.6 \text{ m} - 0.40 \text{ m}}{2}$$

$$L_v = 1.1 \text{ m}$$

Luego:

$$M_u = \left[\frac{129 \text{ kN/m}^2 + 68 \text{ kN/m}^2}{2} \left(\frac{(1.1 \text{ m})^2}{2} \right) \right] 3.9 \text{ m}$$

$$M_u = 349 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

El área de refuerzo a flexión en el sentido transversal con:

$$L = 390 \text{ cm}$$

$$d = 43 \text{ cm}$$

$$\rho = 0.0013 < \rho_{\min} = 0.0018 \text{ (C.15.4.5,NSR-98)}$$

es:

$$A_{st} = \rho L d \quad (3.23)$$

$$A_{st} = 0.0018(390 \text{ cm})(43 \text{ cm})$$

$$A_{st} = 30.2 \text{ cm}^2$$

Para el refuerzo en la dirección corta, una porción del refuerzo total dado por la ecuación (3.24) debe distribuirse uniformemente sobre un ancho de banda centrada sobre el eje de la columna o pedestal, igual a la longitud del lado corto de la zapata. El resto del refuerzo que se requiere en la dirección corta, debe distribuirse uniformemente por fuera del ancho de la banda central de la zapata (C.15.4.4a-NSR-98).

$$\frac{\text{refuerzo en el ancho de la banda}}{\text{refuerzo total en la dirección corta}} = \frac{2}{\beta + 1}$$

Donde:

β : relación del lado largo al lado corto de la zapata.

$$\beta = \frac{L}{B}$$

$$\beta = 1.5$$

El refuerzo en el ancho de banda de 2.6 m es:

$$\text{refuerzo en el ancho de la banda} = \frac{2}{\beta + 1} \cdot \text{refuerzo total en la dirección corta}$$

$$\text{refuerzo en el ancho de la banda} = \frac{2}{(1.5 + 1)} \cdot 30.2 \text{ cm}^2$$

$$\text{refuerzo en el ancho de la banda} = 24.15 \text{ cm}^2$$

El refuerzo en el ancho de la banda, distribuido uniformemente se logra con el siguiente arreglo de barras: **20 N°4 @ 0.13 m**

El resto del refuerzo que se requiere en la dirección corta, se distribuye uniformemente por fuera del ancho de la banda central de la zapata.

$$\text{refuerzo por fuera del ancho de la banda} = 30.2 \text{ cm}^2 - 24.15 \text{ cm}^2 = 6.04 \text{ cm}^2$$

Este refuerzo se consigue con 5 barras número 4, pero para que sea simétrico se colocaran 3 a cada lado por fuera del ancho de banda.

La longitud de desarrollo de las barras corrugadas expresada en mm es:

$$l_d = \frac{12 f_y \alpha \beta}{25 \sqrt{f'_c}} d_b$$

Con $\alpha=1$, $\beta=1$ y $d_b=12.7 \text{ mm}$ (N°4), $f'_c=21 \text{ MPa}$ y $f_y=420 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$l_d = 560 \text{ mm} \quad 1100 \text{ mm} - 70 \text{ mm} = 1030 \text{ mm} \quad \text{No Requiere gancho}$$

Por lo tanto, el refuerzo por fuera del ancho de la banda, distribuido uniformemente se logra con el siguiente arreglo de barras:

6 N°4 @ 0.19 m, Lb=2.44m

Resistencia a los esfuerzos de contacto (aplastamiento)

La resistencia de diseño del concreto a los esfuerzos de contacto (aplastamiento) no debe exceder de $\phi 0.85 f'_c A_1$; Excepto cuando la superficie de apoyo sea más ancha en todos los lados que el área cargada, la resistencia de diseño al aplastamiento sobre el área cargada puede multiplicarse por: $\sqrt{A_2 / A_1} \leq 2$, (C.10.13.2 –NSR-98.

La condición de aplastamiento en la zapata es fundamental cuando existe un cambio de resistencia entre ésta y el pedestal. Debido a que esta situación no se presenta, dicha condición no será verificada.

Requerimiento de pedestal

$$A_1 = b_c h_c$$

$$A_1 = (0.40 \text{ m})(0.50 \text{ m})$$

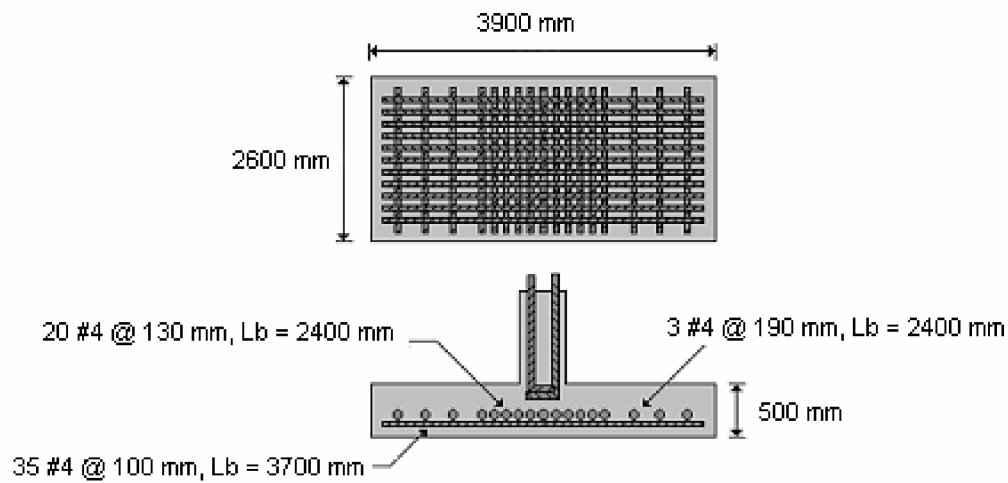
$$A_1 = 0.20 \text{ m}^2 = 0.200 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\phi P_n = \phi 0.85 f'_c A_1$$

$$\phi P_n = (0.7)(0.85)(21 \text{ MPa})(0.20 \times 10^6 \text{ mm}^2)$$

$$\phi P_n = 2499000 \text{ N} = 2499 \text{ kN}$$

$$P_u = 1500 \text{ kN} < \phi P_n = 2499 \text{ kN} \quad \text{No requiere pedestal}$$



Despiece de la zapata 6.

3.2.3 Zapatas con flexión biaxial. Esta situación se presenta cuando la viga de amarre no toma momentos. La zapata entonces trabaja a carga axial y a momentos flectores sobre los ejes “x” y “y”, como se indica en la Figura 15.

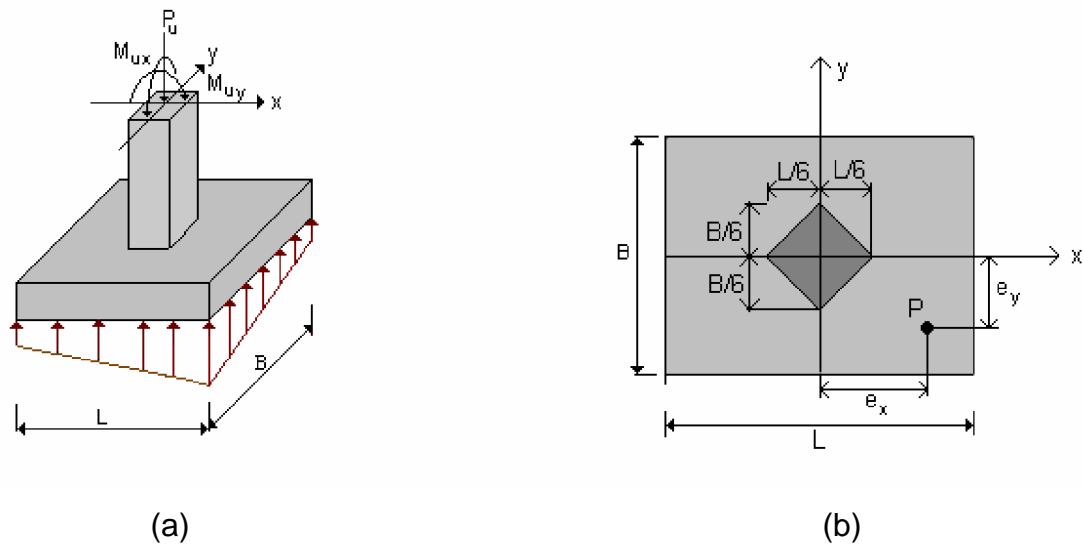


Figura 15. Zapata con $P_u \neq 0$, $M_x \neq 0$, $M_y \neq 0$

De acuerdo con la Figura 15 (b) la carga de servicio P actúa a la distancia e_x del eje “y” y e_y del eje “x”; de modo que:

$$e_x = \frac{M_y}{P} \quad (27)$$

$$e_y = \frac{M_x}{P} \quad (28)$$

Si $e_x \leq L/6$ y $e_y \leq B/6$ toda la superficie bajo la zapata estará sometida a compresión con una distribución de presiones en forma de prisma rectangular truncado o rebanado por un plano inclinado, tal como se muestra en la Figura 15 (a); lo cual dificulta el diseño de la zapata.

La distribución de presiones debajo de la zapata se puede expresar como :

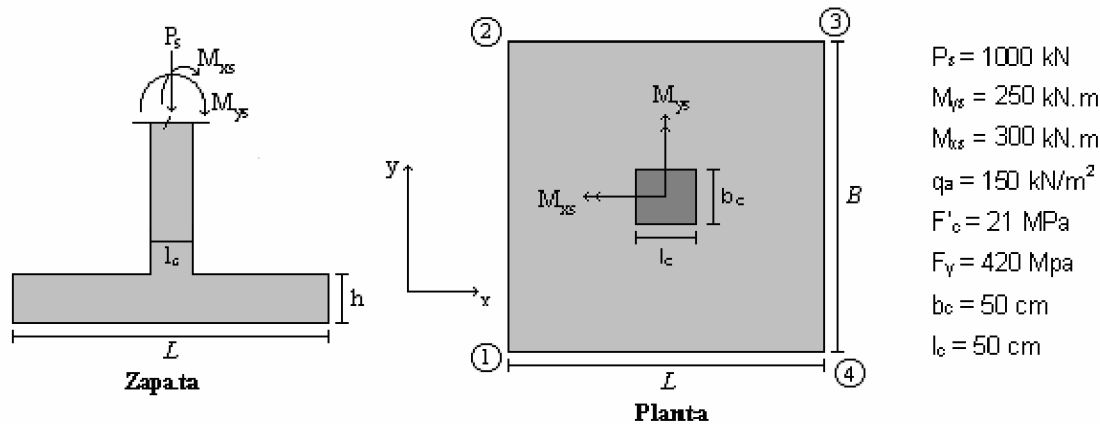
$$q = \frac{P}{BL} \left(1 \pm \frac{6e_x}{L} \pm \frac{6e_y}{B} \right) < q_a \quad (29)$$

Existen infinitos valores de B y L que cumplen esta desigualdad. Para facilitar la solución se supone $q = q_a$ (resultado del estudio de suelos) y $B \geq 6e_y$, datos que reemplazados en la ecuación permiten despejar L^2 , dos raíces para la solución de L , de las cuales se elige la solución correcta.

En el evento de que $e_y = 2e_x$, la longitud en la dirección Y debe ser el doble de la dirección en X ($B = 2L$). Sin embargo, para evitar errores en la colocación del acero de refuerzo durante la construcción de la zapata, se recomienda considerar $B = L$.

EJEMPLO DE DISEÑO DE ZAPATA AISLADA CON FLEXION BIAIXIAL

Se requiere diseñar la zapata mostrada en la figura con la siguiente información básica:



Dimensionamiento

Los elementos de la fundación se dimensionan para que resistan las cargas mayoradas y las reacciones inducidas. El área de apoyo de la base de la fundación se determina a partir de las fuerzas sin mayorar y el esfuerzo permisible sobre el suelo.

Las cargas de servicio son:

$$P_s = 1000 \text{ kN}$$

$$M_{ys} = 250 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{xs} = 300 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por lo tanto las excentricidades son:

$$e_y = \frac{M_{xs}}{P_s}$$

$$e_y = \frac{250 \text{ kN} \cdot \text{m}}{1000 \text{ kN}}$$

$$e_y = 0.25 \text{ m}$$

$$e_x = \frac{M_{ys}}{P_s}$$

$$e_x = \frac{300 \text{ kN} \cdot \text{m}}{1000 \text{ kN}}$$

$$e_x = 0.30 \text{ m}$$

Las excentricidades calculadas con las cargas de servicio son iguales a las calculadas con las cargas mayoradas.

La zapata se dimensiona según las siguientes expresiones mediante ensayo y error:

En el punto 1:

$$q_{1s} = q_{\min s} = \frac{P_s}{BL} \left(1 - \frac{6e_x}{L} - \frac{6e_y}{B} \right) \geq 0$$

En el punto 2 :

$$q_{2s} = \frac{P_s}{BL} \left(1 - \frac{6e_x}{L} + \frac{6e_y}{B} \right) \geq 0$$

En el punto 3 :

$$q_{3s} = q_{\max s} = \frac{P_s}{BL} \left(1 + \frac{6e_x}{L} + \frac{6e_y}{B} \right) \leq q_a$$

En el punto 4:

$$q_{4s} = \frac{P_s}{BL} \left(1 + \frac{6e_x}{L} - \frac{6e_y}{B} \right) \geq 0$$

Para satisfacer las ecuaciones anteriores se requiere que: $e_y \leq B/6$ y $e_x \leq L/6$.

Se dimensiona la zapata asumiendo L igual a B , debido a que la diferencia entre el momento en dirección x , y el momento en la dirección y , no es muy grande.

La siguiente tabla resume los resultados obtenidos para diferentes tanteos.

	qs (kN/m ²)			
B	condicion1	condicion2	condicion3	condicion4
2	-163	213	663	228
3	-11	100	233	122
3,5	5	75	159	89
3,6	6	71	148	84

Resultados obtenidos para tanteos de B.

Por lo tanto se toma $B = L = 3.6$ m

Se verifican las condiciones $e_y \leq B/6$ y $e_x \leq L/6$:

$$\frac{L}{6} = \frac{3.6\text{ m}}{6} = 0.60\text{ m} > e_x = 0.30\text{ m} \quad OK$$

$$\frac{B}{6} = \frac{3.6\text{ m}}{6} = 0.60\text{ m} > e_y = 0.25\text{ m} \quad OK$$

Debido a que el tanteo 3 satisface las condiciones exigidas, las dimensiones de la zapata serán: **$L = 3.6$ m y $B = 3.6$ m.**

La siguiente tabla contiene los valores de q_1 , q_2 , q_3 y q_4 para el estado último de carga:

Tanteo	B (m)	L (m)	q_1 (kN/m ²)	q_2 (kN/m ²)	q_3 (kN/m ²)	q_4 (kN/m ²)
4	3.6	3.6	9	107	222	126

Valores de q_1 , q_2 , q_3 y q_4 para el estado último de carga.

Cortante por punzonamiento sección crítica a “d/2” del pedestal (cortante bidireccional)

El cortante por punzonamiento se evalúa para la condición de carga más alta. El espesor de la zapata sobre el suelo por encima del refuerzo inferior no puede ser menor de 150 mm (C.15.7.1, NSR-98). Se supone inicialmente un espesor de zapata de:

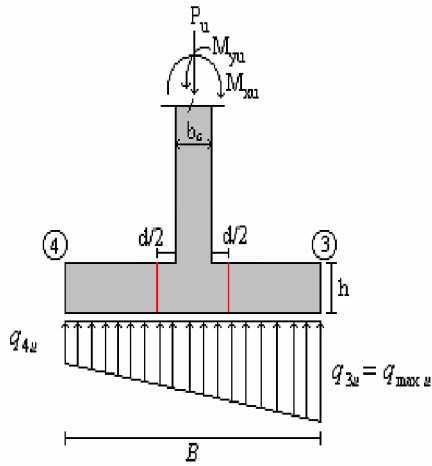
$$h = 400 \text{ mm}$$

La profundidad efectiva para un recubrimiento de 70 mm es:

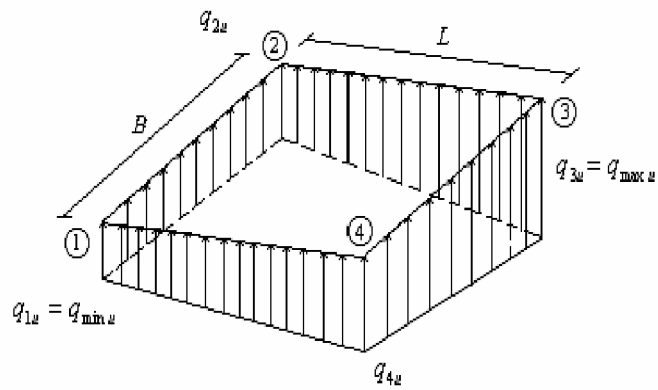
$$d = h - 70 \text{ mm}$$

$$d = 400 \text{ mm} - 70 \text{ mm}$$

$$d = 330 \text{ mm} > 150 \text{ mm} \quad \text{OK}$$



Sección crítica a "d/2"



Distribución de presiones en la zapata

Co

rtante por punzonamiento.

Las cargas mayoradas son:

$$P_u = 1000 \text{ kN}$$

$$M_{yu} = 450 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{xu} = 375 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

La fuerza total por punzonamiento que hace el pedestal sobre la placa es:

$$V_{up} = P_u - \frac{q_{4u} + q_{u \max}}{2} [(b_c + d)(l_c + d)]$$

$$V_{up} = 1000 \text{ kN} - \frac{222 \text{ kN} / \text{m}^2 + 125 \text{ kN} / \text{m}^2}{2} [(0.50 \text{ m} + 0.33 \text{ m})(0.50 \text{ m} + 0.33 \text{ m})]$$

$$V_{up} = 1387 \text{ kN}$$

El esfuerzo cortante por punzonamiento es:

$$v_{up} = \frac{V_{up}}{b_o d}$$

Donde:

$$b_o = 2((b_c + d) + (l_c + d))$$

$$b_o = 2((0.50 \text{ m} + 0.33 \text{ m}) + (0.50 \text{ m} + 0.33 \text{ m}))$$

$$b_o = 3.32 \text{ m}$$

Luego:

$$v_{up} = \frac{1380000 \text{ N}}{(3320 \text{ mm})(330 \text{ mm})}$$

$$v_{up} = 1.27 \text{ MPa}$$

Debe cumplirse que:

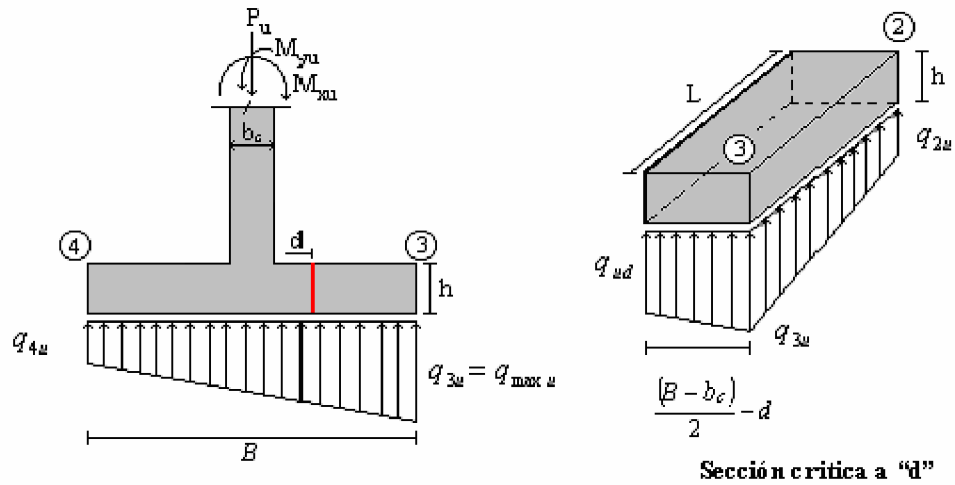
$$v_{up} \leq \begin{cases} \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{3} \\ \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{\alpha_s d}{2b_o} \right), \alpha_s = \begin{cases} 40 \text{ Columna interior} \\ 30 \text{ Columna borde} \\ 20 \text{ Columna esquina} \end{cases} \\ \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right), \beta_c = \frac{b_p}{l_p} \end{cases}$$

Con $\phi_v = 0.85$, $\alpha_s = 40$, $\beta_c = 1$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$1.26 \text{ MPa} \leq \begin{cases} 1.30 \text{ MPa} \text{ Cumple} \\ 1.94 \text{ MPa} \text{ Cumple} \\ 1.95 \text{ MPa} \text{ Cumple} \end{cases}$$

Cortante directo sección crítica a “d” del pedestal (cortante unidireccional)

El cortante directo se evalúa para la condición de carga más alta.



Cortante directo.

$$q_{ud} = q_{u \max} - \frac{q_{u \max} - q_{4u}}{B} \left[\frac{(B - b_c)}{2} - d \right]$$

$$q_{ud} = 222 \text{ kN} / \text{m}^2 - \frac{222 \text{ kN} / \text{m}^2 - 125 \text{ kN} / \text{m}^2}{3.6 \text{ m}} \left[\frac{(3.6 \text{ m} - 0.50 \text{ m})}{2} - 0.330 \text{ m} \right]$$

$$q_{ud} = 189 \text{ kN} / \text{m}^2$$

La fuerza cortante vertical que actúa sobre el voladizo es:

$$V_{ud} = \frac{q_{ud} + q_{u \max}}{2} \left[\frac{(B - b_c)}{2} - d \right] L$$

$$V_{ud} = \frac{189 \text{ kN} / \text{m}^2 + 222 \text{ kN} / \text{m}^2}{2} \left[\frac{(3.6 \text{ m} - 0.50 \text{ m})}{2} - 0.330 \text{ m} \right] 3.6 \text{ m}$$

$$V_{ud} = 903 \text{ kN}$$

El esfuerzo cortante es:

$$v_{ud} = \frac{V_{ud}}{Ld}$$

$$v_{ud} = \frac{903000 \text{ N}}{(3600 \text{ mm})(330 \text{ mm})}$$

$$v_{ud} = 0.76 \text{ MPa}$$

Éste debe ser menor que el resistido por el concreto:

$$v_{ud} \leq \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6}$$

Con $\phi_v = 0.85$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$0.76 \text{ MPa} \leq \frac{0.85 \sqrt{21} \text{ MPa}}{6}$$

$$0.76 \text{ MPa} \leq 0.65 \text{ MPa} \quad \text{No Cumple}$$

Por lo tanto hay que aumentar el valor de h. Tomando:

$$h = 450 \text{ mm}$$

La profundidad efectiva para un recubrimiento de 70 mm es:

$$d = h - 70 \text{ mm}$$

$$d = 450 \text{ mm} - 70 \text{ mm}$$

$$d = 380 \text{ mm} > 150 \text{ mm} \quad \text{OK}$$

Con esto se tiene que:

$$V_{ud} = 868 \text{ kN}$$

$$v_{ud} = 0.63 \text{ MPa}$$

Con $\phi_v = 0.85$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

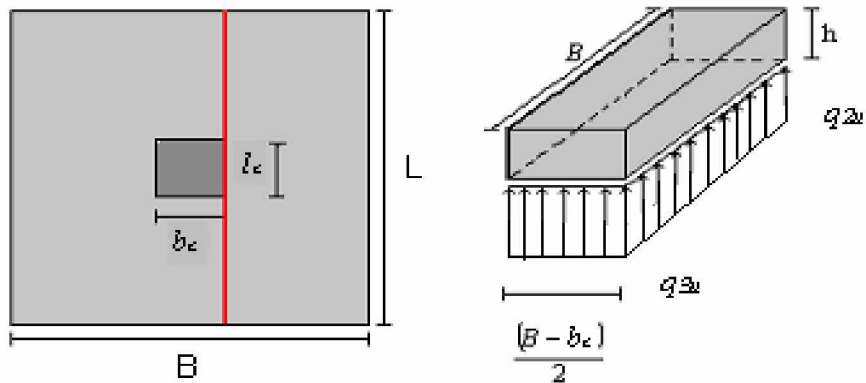
$$0.63 \text{ MPa} \leq \frac{0.85 \sqrt{21} \text{ MPa}}{6}$$

$$0.63 \text{ MPa} \leq 0.65 \text{ MPa} \quad \text{Cumple}$$

Finalmente las dimensiones de la zapata son: **$B = 3.6 \text{ m}$, $L = 3.6 \text{ m}$ y**

$h = 0.45 \text{ m}$.

Diseño a flexión sección crítica cara de la columna



Seccion critica cara de la columna

El voladizo crítico para flexión es el más cargado. El momento externo en cualquier sección de una zapata se determina pasando un plano vertical a través de la zapata, y calculando el momento de las fuerzas que actúan sobre la totalidad del área de la zapata, en un lado de ese plano vertical (C.15.4.1-NSR 98).

En las zapatas cuadradas que trabajan en dos direcciones, el refuerzo debe distribuirse uniformemente a todo su ancho.

$$M_u = \left[\left(\frac{q_{u \max} - q_{uf}}{2} \right) \left(\frac{2L_v^2}{3} \right) + q_{uf} \frac{L_v^2}{2} \right] L$$

Donde:

$$q_{uf} = q_{u \max} - \left(\frac{q_{u \max} - q_{4u}}{B} \right) \left(\frac{B - b_c}{2} \right)$$

$$q_{uf} = 222 \text{ kN} / \text{m}^2 - \left(\frac{222 \text{ kN} / \text{m}^2 - 125 \text{ kN} / \text{m}^2}{3.6 \text{ m}} \right) \left(\frac{3.6 \text{ m} - 0.50 \text{ m}}{2} \right)$$

$$q_{uf} = 180 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$L_v = \frac{B - b_c}{2}$$

$$L_v = \frac{3.6\text{ m} - 0.50\text{ m}}{2}$$

$$L_v = 1.55\text{ m}$$

Luego:

$$M_u = \left[\left(\frac{222\text{ kN} / \text{m}^2 - 180\text{ kN} / \text{m}^2}{2} \right) \left(\frac{2(1.55\text{ m})^2}{3} \right) + 180\text{ kN} / \text{m}^2 \frac{(1.55\text{ m})^2}{2} \right] 3.6\text{ m}$$

$$M_u = 899\text{ kN} \cdot \text{m}$$

El área de refuerzo a flexión con:

$$L = 360\text{ cm}$$

$$d = 38\text{ cm}$$

$$\rho = 0.0049 > \rho_{\min} = 0.0018 \text{ (C.15.4.5, NSR-98) OK}$$

Es:

$$A_s = \rho L d$$

$$A_s = 0.0049(360\text{ cm})(38\text{ cm})$$

$$A_s = 66.4\text{ cm}^2$$

El refuerzo a flexión se logra con el siguiente arreglo de barras:

34 N°5 @ 0.10 m

Este refuerzo se distribuye uniformemente en las dos direcciones.

La longitud de desarrollo de las barras corrugadas, expresada en *mm* es:

$$l_d = \frac{12 f_y \alpha \beta}{25 \sqrt{f'_c}} d_b$$

Con: $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $d_b = 16\text{ mm}$ (N°5), $f'_c = 21\text{ MPa}$ y $f_y = 420\text{ MPa}$ se obtiene:

$$l_d = 704 \text{ mm} > 1550 \text{ mm} - 70 \text{ mm} = 1480 \text{ mm} \quad \text{No Requiere gancho.}$$

Por lo tanto se toman ganchos con una longitud de 250mm y el refuerzo de acero distribuido uniformemente en las dos direcciones es: **34 N°5 @ 0.10 m, Lb = 3.4m**

Resistencia a los esfuerzos de contacto (aplastamiento)

La resistencia de diseño del concreto a los esfuerzos de contacto (aplastamiento) no debe exceder de $\phi 0.85 f'_c A_1$; excepto cuando la superficie de apoyo sea más ancha en todos los lados que el área cargada, la resistencia de diseño al aplastamiento sobre el área cargada puede multiplicarse por: $\sqrt{A_2 / A_1} \leq 2$, (C.10.13.2 –NSR-98).

Requerimiento de pedestal

$$A_1 = b_c h_c$$

$$A_1 = (0.50 \text{ m})(0.50 \text{ m})$$

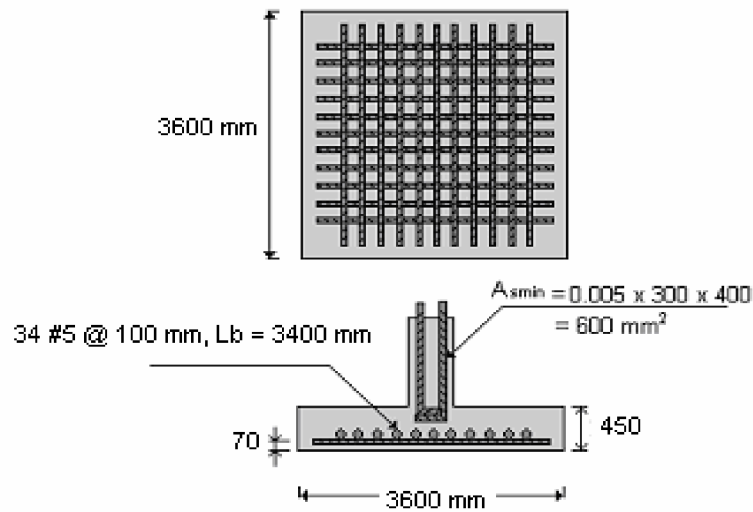
$$A_1 = 0.25 \text{ m}^2 = 0.25 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\phi P_n = \phi 0.85 f'_c A_1$$

$$\phi P_n = (0.7)(0.85)(21 \text{ MPa})(0.25 \times 10^6 \text{ mm}^2)$$

$$\phi P_n = 3124000 \text{ N} = 3124 \text{ kN}$$

$$P_u = 1500 \text{ kN} < \phi P_n = 3124 \text{ kN} \quad \text{No requiere pedestal}$$



Despiece de la zapata 3.

3.2.4 Zapatas medianeras. Las zapatas medianeras (Figura 32) son aquellas que soportan una columna dispuesta de tal forma que una de sus caras coincida con el borde de la zapata. La necesidad de su uso es muy frecuente debido a las limitaciones de colindancia con las edificaciones adyacentes.

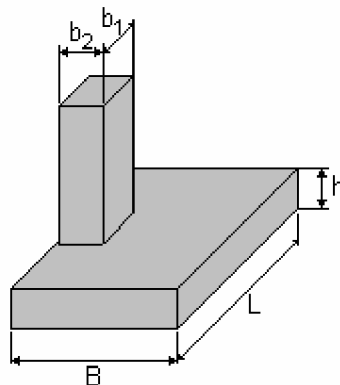


Figura 16. Zapata Medianera.

A continuación se expondrán las teorías expuestas por algunos autores para modelar y resolver el problema de las zapatas medianeras.

3.2.4.1 Caso de carga axial liviana: Análisis de zapata medianera recomendado por Enrique Kerpel. Enrique Kerpel (10) hace las siguientes suposiciones:

- El equilibrio exige que la resultante de las presiones sobre el terreno se igual y opuesta a la carga vertical que actúa sobre la columna.
- Como la zapata no es simétrica con respecto a la columna y la condición anterior debe cumplirse de todas maneras, es evidente que se deben tener presiones mayores del lado izquierdo que del lado derecho, como se muestra en la Figura 17, o sea que no habrá reacción uniforme. La presión máxima se obtendrá en el lado de la columna.
- No se toma en cuenta el peso propio de la zapata.

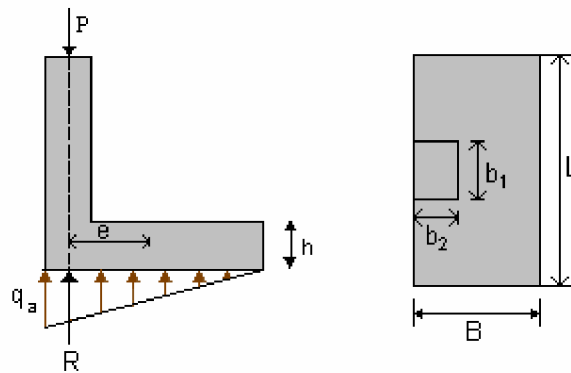


Figura 17. Modelo estructural de la zapata medianera sin momento aplicado en la columna presentado por Enrique Kerpel.

El método propuesto por Enrique Kerpel es aplicable para cargas axiales pequeñas. Para el dimensionamiento se utilizan las siguientes expresiones:

$$B = \frac{3}{2} b_2 \quad (30)$$

$$q_{\min} = \frac{P}{BL} \left(1 - \frac{6e}{B}\right) = 0 \quad (31)$$

$$q_{\max} = \frac{P}{BL} \left(1 + \frac{6e}{B}\right) = q_a \quad (32)$$

Para que $q_{\min} = 0$, se debe cumplir que $e = \frac{B}{6}$. Reemplazando este valor en la expresión de q_{\max} y despejando L se obtiene:

$$L = \frac{2P}{B q_a} \quad (33)$$

El diseño de una zapata medianera siguiendo el criterio de Kerpel, da como resultado zapatas muy alargadas, poco prácticas y antieconómicas. No requieren de viga de fundación, para efectos de estabilización.

3.2.4.2 Caso de carga axial mediana: Análisis de zapata medianera con viga aérea, recomendado por José Calavera. Este autor (5) supone que bajo la cimentación existe una distribución de presiones uniforme o linealmente variable, y realiza el análisis de cada una de ellas tal como se muestra en los siguientes numerales.

3.2.4.2.1 Zapata medianera con distribución uniforme de presiones y reacción mediante viga aérea. El equilibrio de la zapata medianera se obtiene de la fuerza T , ya que ésta centra la reacción bajo la zapata (Figura 18).

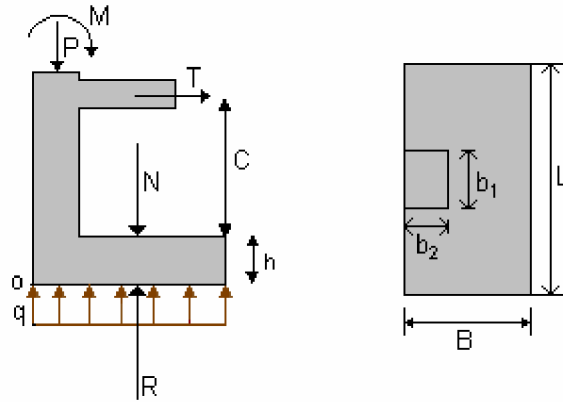


Figura 18. Modelo estructural de la zapata medianera con distribución uniforme de presiones con viga aérea, presentada por José Calavera.

Las ecuaciones de equilibrio son:

$$\sum F_y (\uparrow) = 0 \Rightarrow P + N - R = 0 \Rightarrow P + N = R \quad (34)$$

$$\sum M_o (\curvearrowright) = 0 \Rightarrow \frac{Pb_2}{2} + \frac{NB}{2} + T(C+h) - \frac{RB}{2} + M = 0 \quad (35)$$

Reemplazando la ecuación (34) en la ecuación (35) se tiene:

$$P\left(\frac{b_2}{2} - \frac{B}{2}\right) + T(C+h) + M = 0 \quad (36)$$

Despejando T

$$T = \frac{P(B - b_2) - 2M}{2(C+h)} \quad (37)$$

3.2.4.2.2 Zapata medianera con distribución variable de presiones y reacción mediante viga aérea. Un diseño de zapata medianera siguiendo el modelo descrito en el numeral anterior, concibe la viga aérea trabajando a una determinada tensión T que garantiza una distribución uniforme de presiones q .

A continuación se explicará una alternativa de diseño que se ajusta a los resultados obtenidos con un análisis de interacción suelo – estructura (ISE) la cual considera que la acción del momento trata de volcar la zapata, produciendo como efecto una reacción lineal no uniforme, con mayor intensidad de presiones en el vértice “o” de la zapata (Figura 19).

A diferencia del modelo con distribución uniforme de presiones, presentado en el numeral anterior, donde el número de ecuaciones son suficientes para despejar la incógnita del problema T , en este caso, dado que las incógnitas son tres (T , q_{\max} y q_{\min}) y el número de ecuaciones son dos ($\sum F_y (\uparrow) = 0$ y $\sum M_o (\curvearrowright) = 0$), el problema no tiene solución directa, es preciso entonces recurrir a una ecuación de compatibilidad de deformaciones, utilizando para su deducción la Figura 20.

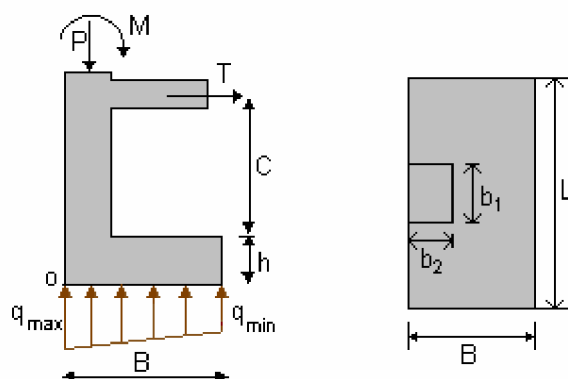


Figura 19. Modelo estructural de la zapata medianera con distribución variable de presiones con viga aérea, presentada por José Calavera.

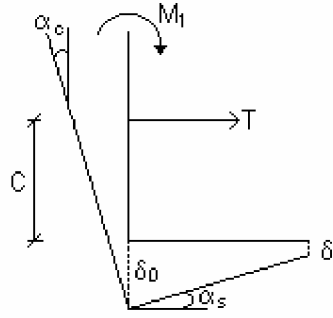


Figura 20. Modelo del giro y del asentamiento en zapata medianera con viga aérea presentado por José Calavera.

En la Figura 20 se tiene:

$$\text{Desplazamiento en el punto 0: } \delta_0 = \frac{q_{\max}}{K} \quad (38)$$

$$\text{Desplazamiento en el punto 1: } \delta_1 = \frac{q_{\min}}{K} \quad (39)$$

$$\text{Giro en la zapata: } \alpha_s = \frac{\delta_0 - \delta_1}{B} = \frac{q_{\max} - q_{\min}}{KB} \quad (40)$$

En estas expresiones, K representa el módulo de reacción del suelo, conocido también como módulo de balasto.

De otro lado, utilizando la fórmula para calcular la deformación de un voladizo con carga concentrada en el extremo T, se deduce para el cálculo del giro de la columna la siguiente expresión:

$$\text{Giro en la zapata: } \alpha_c = \frac{(T_c + M) \lambda^2 C^2}{3 E I_c} \quad (41)$$

Donde,

λ = Coeficiente que depende del grado de empotramiento de la columna y la viga aérea, con valores $\lambda = 1$ para articulación (tipo cable) y $\lambda = 0.75$ para empotramiento.

I_c = Inercia de la columna.

E = Módulo de elasticidad de la columna.

Igualando los giros de la zapata y de la columna, se obtiene una de las tres ecuaciones que permite resolver el problema:

$$\frac{T_c \lambda^2 C^2}{3 E I_c} = \frac{q_{\max} - q_{\min}}{KB} \quad (42)$$

Las otras dos ecuaciones, se obtienen por equilibrio estático:

$$\sum F_y (\uparrow) = 0 \Rightarrow P + N = R = \frac{(q_{\max} + q_{\min})}{2} BL \quad (43)$$

$$\sum M_o (\curvearrowright) = 0 \Rightarrow T(C+h) + \frac{1}{2} (NB + Pb_2) - \frac{(q_{\max} + 2q_{\min})}{6} B^2 L + M = 0 \quad (44)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos las expresiones:

$$T = \frac{P \left(\frac{B - b_2}{2} \right) - M}{\left[C + h + \frac{K \lambda^2 C^2}{36 E I_c} B^3 L \right]} \quad (45)$$

$$q_{\max} = \frac{P}{BL} + \frac{K \lambda^2 C^2 B}{6 E I_c} T \leq q_a \quad (46)$$

$$q_{\max} = \frac{P}{BL} - \frac{K \lambda^2 C^2 B}{6 E I_c} T > 0 \quad (47)$$

Con respecto a la ecuación (45), es importante observar que:

- A mayor brazo de palanca (valor de C), menor será el valor de T.
- Si el sentido del momento M es antihorario, es decir, hacia afuera, tratando de abrir las columnas, mayor será el valor de T.
- Debido a que los resultados obtenidos mediante la aplicación de esta expresión son inferiores a los obtenidos mediante un análisis de Interacción suelo estructura, se recomienda, para el cálculo del acero de refuerzo de la viga, duplicar este valor.

El valor del coeficiente de balasto K está dado por la expresión:

$$K = \frac{f}{0.67} K\} \quad (48)$$

Donde:

$$f = \frac{1 + 0.50 \left(\frac{b}{L} \right)}{1.5} \quad (49)$$

$$K\} = \frac{E_s}{B(1 - \mu^2)} \quad (50)$$

En esta última expresión, el término E_s representa el módulo de elasticidad del suelo, que se expresa en kg/cm^2 y es igual al inverso del módulo de compresibilidad volumétrica m_v , el cual se determina mediante el ensayo de consolidación. Por consiguiente, se puede escribir:

$$E_s = \frac{1}{m_v} \quad (51)$$

El término μ representa la relación de Poisson del suelo de fundación; su valor es de 0.35 para suelos arcillosos y de 0.25 para arenas.

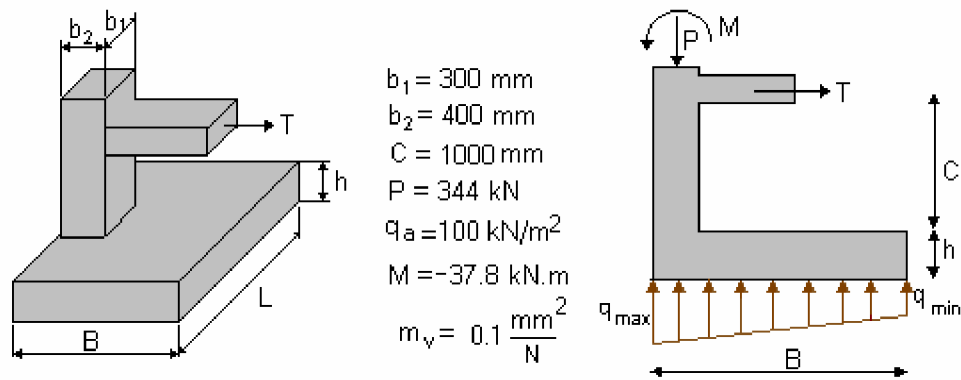
En la aplicación del sistema de ecuaciones (45), (46) y (47), se presentan en la práctica dos casos para el análisis: En el primero, se fijan las dimensiones de la zapata B, L y h y con el valor del coeficiente de balasto K, el cual se debe conocer previamente, se obtienen, mediante la solución del sistema de ecuaciones, las tensiones q_{\max} y q_{\min} y la fuerza T.

En el segundo caso, fijando las presiones q_{\max} y q_{\min} y la altura total de la zapata h, se determinan las dimensiones B y L de la zapata, mediante tanteos.

Para la determinación de las dimensiones de la zapata medianera con viga aérea se recomienda una relación de forma L/B igual a 2, pues ésta optimiza la cuantía total de refuerzo en ambas direcciones de la placas de este tipo de cimentación.

EJEMPLO ZAPATA MEDIANERA.

Se requiere diseñar la zapata medianera que se representa en la siguiente figura, en la cual se anota la información Básica.



Dimensionamiento

Los elementos de la fundación se dimensionan para que resistan las cargas mayoradas y las reacciones inducidas. El área de apoyo de la base de la fundación se determina a partir de las fuerzas sin mayorar y el esfuerzo permisible sobre el suelo.

Las cargas de servicio son:

$$P_s = 344 \text{ kN}$$

$$M_s = -37.8 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

La excentricidad es:

$$e = \frac{M_s}{P_s}$$

$$e = \frac{37.8 \text{ kN} \cdot \text{m}}{344 \text{ kN}}$$

$$e = 0.11 \text{ m}$$

La excentricidad calculada con las cargas de servicio es igual a la calculada con las cargas mayoradas.

Para dimensionar la zapata se utiliza la expresión dada por Meyerhof (4):

$$q_{\max s} = \frac{P_s}{(B - 2e)L} \leq q_a$$

La relación largo ancho más eficiente para zapatas medianeras con viga aérea es 2.

$$\frac{L}{B} = 2$$

Sustituyendo esta relación en la expresión dada por Meyerhof se obtiene:

$$B \geq \frac{P_s}{2(B - 2e)q_a}$$

$$B \geq \frac{344 \text{ kN}}{2(B - 2(0.11 \text{ m}))100 \text{ kN/m}^2}$$

$$B \geq 1.4 \text{ m}$$

Tomando $B = 1.5 \text{ m}$ se obtiene $L = 3.0 \text{ m}$. A continuación se verifica si la resultante cae en el tercio medio de la base: $e \leq B/6$.

$$\frac{B}{6} = \frac{1.5 \text{ m}}{6} = 0.25 \text{ m} > e = 0.11 \text{ m} \quad \text{OK}$$

El espesor de la zapata sobre el suelo por encima del refuerzo inferior no puede ser menor de 150 mm (C.15.7.1, NSR-98). Se supone inicialmente un espesor de zapata de:

$$h = 400 \text{ mm}$$

La profundidad efectiva para un recubrimiento de 70 mm es:

$$d = h - 70 \text{ mm}$$

$$d = 400 \text{ mm} - 70 \text{ mm}$$

$$d = 330 \text{ mm} > 150 \text{ mm} \quad \text{OK}$$

Según J. Calavera (5), la tensión en la viga aérea y las presiones máxima y mínima ejercidas por el suelo sobre la cara inferior de la zapata medianera están dadas por las expresiones (45), (46) y (47), las cuales se describen a continuación:

$$T_s = \frac{P_s \left(\frac{B - b_2}{2} \right) - M_s}{c + h + \frac{k\lambda^2 c^2}{36EI_c} B^3 L}$$

$$q_{S \max} = \frac{P_s}{BL} + \frac{k\lambda^2 c^2 B}{6EI_c} T_s \leq q_a$$

$$q_{S \min} = \frac{P_s}{BL} - \frac{k\lambda^2 c^2 B}{6EI_c} T_s > 0$$

Expresiones en las cuales:

λ : 1 para conexión viga columna articulada (tipo cable) y 0.75 para conexión viga columna empotrada. Para el caso en estudio corresponde a 0.75.

Según Aguirre y Amaris (1), el valor del coeficiente de balasto K se puede determinar mediante el empleo de las expresiones (48), (49) y (50), las cuales por facilidad nuevamente se presentan a continuación:

k : coeficiente de balasto dado por:

$$k = \frac{f}{0.67} k_1$$

Con:

$$f = \frac{1 + 0.5 \frac{B}{L}}{1.5}$$

$$k_1 = \frac{E_s}{B(1 - \mu^2)}$$

Donde $\mu = 0.35$ para arcillas ó $\mu = 0.25$ para arenas y:

$$E_s = \frac{1}{m_v}$$

E : modulo de elasticidad del concreto. Según C.8.5.4.1-NSR-98, E es:

$$E = 3900 \sqrt{f'_c}$$

I_c : momento de inercia de la columna, dado por:

$$I_c = \frac{1}{12} lb^3$$

Sustituyendo los valores correspondientes en las expresiones anteriores se obtiene:

$$f = \frac{1 + 0.5 \left(\frac{1.5 \text{ m}}{3 \text{ m}} \right)}{1.5} = 0.83$$

$$E_s = \frac{1}{0.1 \text{ mm}^2 / N} = 10 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$k_1 = \frac{10 \text{ N} / \text{mm}^2}{(1500 \text{ mm})(1 - 0.25^2)} = 7.1 \times 10^{-3} \frac{N}{\text{mm}^3}$$

$$k = \left(\frac{0.83}{0.67} \right) 7.1 \times 10^{-3} \frac{N}{mm^3} = 8.8 \times 10^{-3} \frac{N}{mm^3}$$

$$E = 3900 \sqrt{21} MPa = 17872 \frac{N}{mm^2}$$

$$I_c = \frac{1}{12} 300 (400 mm)^3 = 1600 \times 10^6 mm^4$$

Finalmente:

$$T_s = \frac{(344 \times 10^3 N) \left(\frac{1500 mm - 400 mm}{2} \right) - (-37.8 \times 10^6 N \cdot mm)}{1000 mm + 400 mm + \frac{\left(8.8 \times 10^{-3} \frac{N}{mm^3} \right) (0.75)^2 (1000 mm)^2}{36 \left(17872 \frac{N}{mm^2} \right) (1600 \times 10^6 mm^4)} (1500 mm)^3 (3000 mm)}$$

$$T_s = 156.7 kN$$

$$q_{S \max} = \frac{344 \times 10^3 N}{(1500 mm)(3000 mm)} + \frac{\left(8.8 \times 10^{-3} \frac{N}{mm^3} \right) (0.75)^2 (1000 mm)^2 (1500 mm)}{6 \left(17872 \frac{N}{mm^2} \right) (1600 \times 10^6 mm^4)} - 156.7 \times 10^3 N$$

$$q_{S \max} = 83 kN / m^2 < 100 kN / m^2 \quad OK$$

$$q_{S \min} = \frac{3440 \times 10^3 N}{(1500 mm)(3000 mm)} - \frac{\left(8.8 \times 10^{-3} \frac{N}{mm^3} \right) (0.75)^2 (1000 mm)^2 (1500 mm)}{6 \left(17872 \frac{N}{mm^2} \right) (1600 \times 10^6 mm^4)} - 156.7 \times 10^3 N$$

$$q_{S \min} = 70 kN / m^2 > 0 kN / m^2 \quad OK$$

Los valores de q_{\max} y q_{\min} para estado último de carga son:

$$q_{\max u} = 1.5q_{\max s}$$

$$q_{\max u} = 1.5(83 \text{ kN} / \text{m}^2)$$

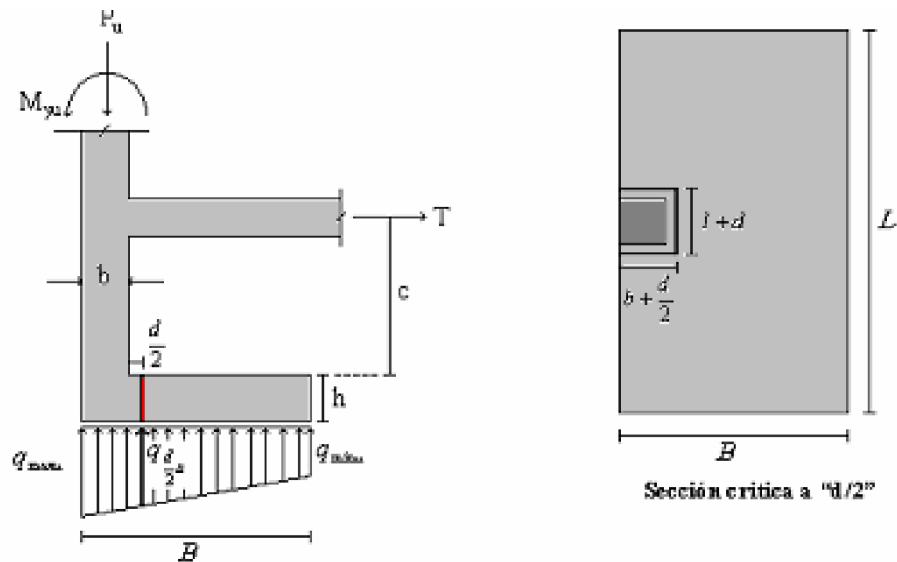
$$q_{\max u} = 125 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$q_{\min u} = 1.5q_{\min s}$$

$$q_{\min u} = 1.5(70 \text{ kN} / \text{m}^2)$$

$$q_{\min u} = 105 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Cortante por punzonamiento sección crítica a “d/2” de la columna (cortante bidireccional)



Las Cargas mayoradas son:

$$P_u = 516 \text{ kN}$$

$$M_u = 56.7 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$q_{\frac{d}{2}u} = q_{u \max} - \frac{q_{u \max} - q_{u \min}}{B} \left[b_2 + \frac{d}{2} \right]$$

$$q_{\frac{d}{2}u} = 125 \text{ kN} / \text{m}^2 - \frac{125 \text{ kN} / \text{m}^2 - 105 \text{ kN} / \text{m}^2}{1.5 \text{ m}} \left[0.40 \text{ m} + \frac{0.33 \text{ m}}{2} \right]$$

$$q_{\frac{d}{2}u} = 117 \text{ kN} / \text{m}^2$$

La fuerza total por punzonamiento que hace la columna sobre la placa es:

$$V_{up} = P_u - \frac{q_{u \max} + q_{d/2u}}{2} \left[(b_2 + d) \cdot \left(b_1 + \frac{d}{2} \right) \right]$$

$$V_{up} = 516 \text{ kN} - \frac{125 \text{ kN} / \text{m}^2 + 117 \text{ kN} / \text{m}^2}{2} \left[(0.40 \text{ m} + 0.33 \text{ m}) \left(0.30 \text{ m} + \frac{0.33 \text{ m}}{2} \right) \right]$$

$$V_{up} = 473 \text{ kN}$$

El esfuerzo cortante por punzonamiento es:

$$v_{up} = \frac{V_{up}}{b_o d}$$

Donde:

$$b_o = (b_1 + d) + 2 \left(b_2 + \frac{d}{2} \right)$$

$$b_o = (0.30 \text{ m} + 0.33 \text{ m}) + 2 \left(0.40 \text{ m} + \frac{0.33 \text{ m}}{2} \right)$$

$$b_o = 1.76 \text{ m}$$

Luego: $v_{up} = \frac{473000 \text{ N}}{(1760 \text{ mm})(330 \text{ mm})} \quad v_{up} = 0.81 \text{ MPa}$

Debe cumplirse que:

$$v_{up} \leq \begin{cases} \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{3} \\ \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{\alpha_s d}{2b_o} \right), \alpha_s = \begin{cases} 40 \text{ Columna interior} \\ 30 \text{ Columna borde} \\ 20 \text{ Columna esquina} \end{cases} \\ \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right), \beta_c = \frac{b}{l} \end{cases}$$

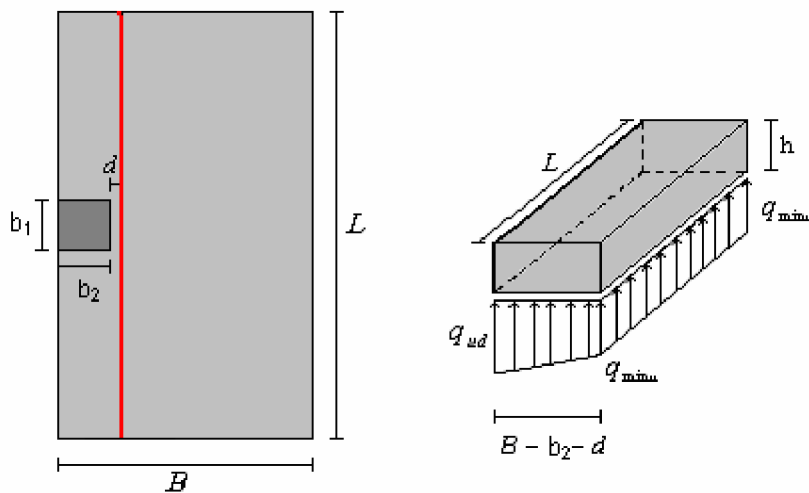
Con $\phi_v = 0.85$, $\alpha_s = 30$, $\beta_c = 1.33$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$0.81 \text{ MPa} \leq \begin{cases} 1.30 \text{ MPa Cumple} \\ 2.48 \text{ MPa Cumple} \\ 1.62 \text{ MPa Cumple} \end{cases}$$

Cortante directo sección crítica a “d” de la columna (cortante unidireccional)

El cortante unidireccional se chequea para el sentido longitudinal (L) y transversal (B).

Sentido longitudinal (L)



Sección crítica a “d”

$$q_{ud} = q_{u \min} + \frac{q_{u \max} - q_{u \min}}{B} [B - b_2 - d]$$

$$q_{ud} = 105 \text{ kN} / \text{m}^2 + \frac{125 \text{ kN} / \text{m}^2 - 105 \text{ kN} / \text{m}^2}{1.5 \text{ m}} [1.5 \text{ m} - 0.40 \text{ m} - 0.33 \text{ m}]$$

$$q_{ud} = 115 \text{ kN} / \text{m}^2$$

La fuerza cortante vertical en sentido longitudinal es:

$$V_{ud} = \frac{q_{u \min} + q_{ud}}{2} [B - b_2 - d] L$$

$$V_{ud} = \frac{105 \text{ kN} / \text{m}^2 + 115 \text{ kN} / \text{m}^2}{2} [1.5 \text{ m} - 0.40 \text{ m} - 0.33 \text{ m}] \cdot 3.0 \text{ m}$$

$$V_{ud} = 253 \text{ kN} / \text{m}^2$$

El esfuerzo cortante es:

$$v_{ud} = \frac{V_{ud}}{Ld}$$

$$v_{ud} = \frac{253000 \text{ N}}{(3000 \text{ mm})(330 \text{ mm})}$$

$$v_{ud} = 0.26 \text{ MPa}$$

Éste debe ser menor que el resistido por el concreto:

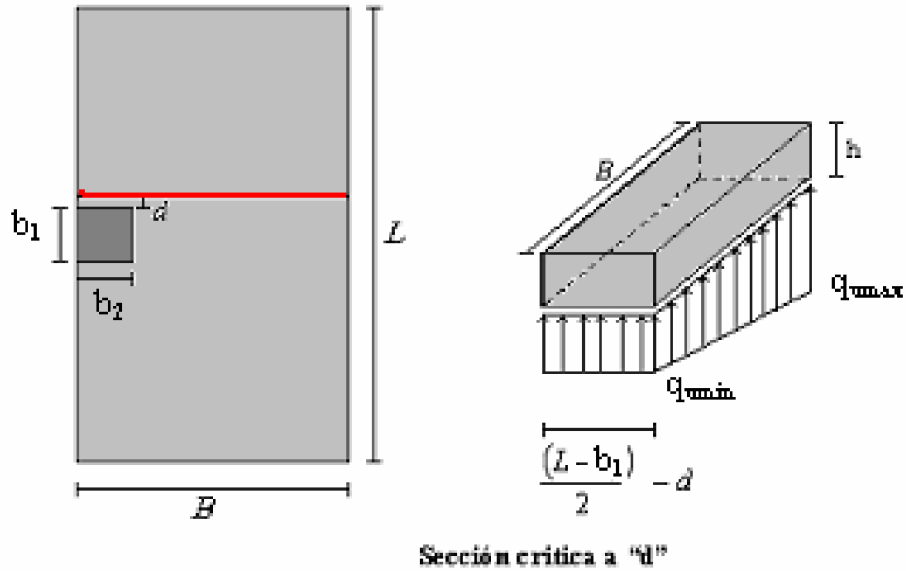
$$v_{ud} \leq \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6}$$

Con $\phi_v = 0.85$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$0.26 \text{ MPa} \leq \frac{0.85 \sqrt{21} \text{ MPa}}{6}$$

$$0.26 \text{ MPa} \leq 0.65 \text{ MPa} \quad \text{OK}$$

Sentido transversal (B)



La fuerza cortante vertical en sentido transversal es:

$$V_{ud} = \frac{q_{u \min} + q_{u \max}}{2} \left[\frac{(L - b_1)}{2} - d \right] B$$

$$V_{ud} = \frac{105 \text{ kN/m}^2 + 125 \text{ kN/m}^2}{2} \left[\frac{(3.0 \text{ m} - 0.30 \text{ m})}{2} - 0.33 \text{ m} \right] 1.5 \text{ m}$$

$$V_{ud} = 175.2 \text{ kN}$$

El esfuerzo cortante es:

$$v_{ud} = \frac{V_{ud}}{Bd}$$

$$v_{ud} = \frac{175200 \text{ N}}{(1500 \text{ mm})(330 \text{ mm})}$$

$$v_{ud} = 0.35 \text{ MPa}$$

Éste debe ser menor que el resistido por el concreto:

$$v_{ud} \leq \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6}$$

Con $\phi_v = 0.85$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$0.35 \text{ MPa} \leq \frac{0.85 \sqrt{21} \text{ MPa}}{6}$$

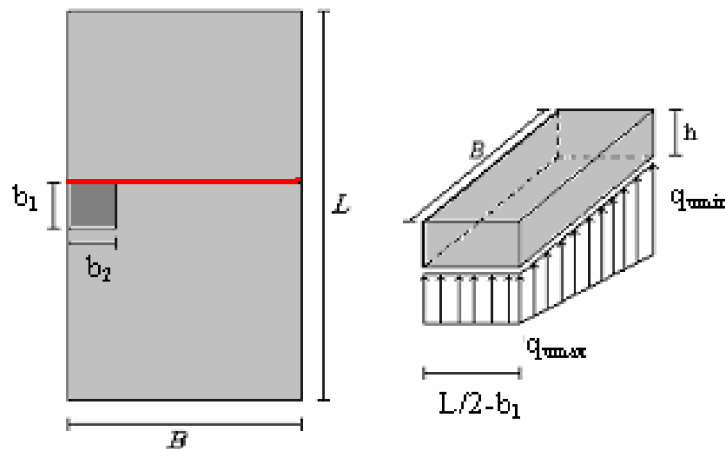
$$0.35 \text{ MPa} \leq 0.65 \text{ MPa} \quad \text{OK}$$

Finalmente las dimensiones de la zapata son: **B = 1.5 m, L=3.0 m y h = 0.40m**

Diseño a flexión sección crítica cara de la columna

El momento externo en cualquier sección de una zapata se determina pasando un plano vertical a través de la zapata, y calculando el momento de las fuerzas que actúan sobre la totalidad del área de la zapata, en un lado de ese plano vertical (C.15.4.1-NSR 98).

Refuerzo en sentido longitudinal o largo



Sección crítica cara de la columna

$$M_u = \left(\frac{q_{u \min} + q_{u \max}}{2} \right) \frac{L_v^2}{2} B$$

Donde:

$$L_v = \frac{L}{2} - \frac{b_1}{2}$$
$$L_v = \frac{3.0\text{ m}}{2} - \frac{0.3}{2}\text{ m}$$
$$L_v = 1.35\text{ m}$$

Luego:

$$M_u = \left[\left(\frac{105\text{ kN/m}^2 + 125\text{ kN/m}^2}{2} \right) \left(\frac{(1.35\text{ m})^2}{2} \right) \right] \cdot 1.5\text{ m}$$
$$M_u = 157\text{ kN} \cdot \text{m}$$

El área de refuerzo a flexión en dirección larga con:

$$B = 1.50\text{ m}$$
$$d = 33\text{ cm}$$
$$\rho = 0.0026 > \rho_{\min} = 0.0018 \text{ (C.15.4.5, NSR-98) OK}$$

es:

$$A_{s_l} = \rho B d$$
$$A_{s_l} = 0.0026(150\text{ cm})(33\text{ cm})$$
$$A_{s_l} = 12.9\text{ cm}^2$$

El refuerzo en la dirección larga debe distribuirse uniformemente a todo lo ancho de la zapata (C.15.4.4a-NSR-98).

Dicho refuerzo se logra con el siguiente arreglo de barras: **11 N°4 @ 13 cm,**
Lb = 2.86m

La longitud de desarrollo de las barras corrugadas expresada en *mm* es:

$$l_d = \frac{12 f_y \alpha \beta}{25 \sqrt{f'_c}} d_b$$

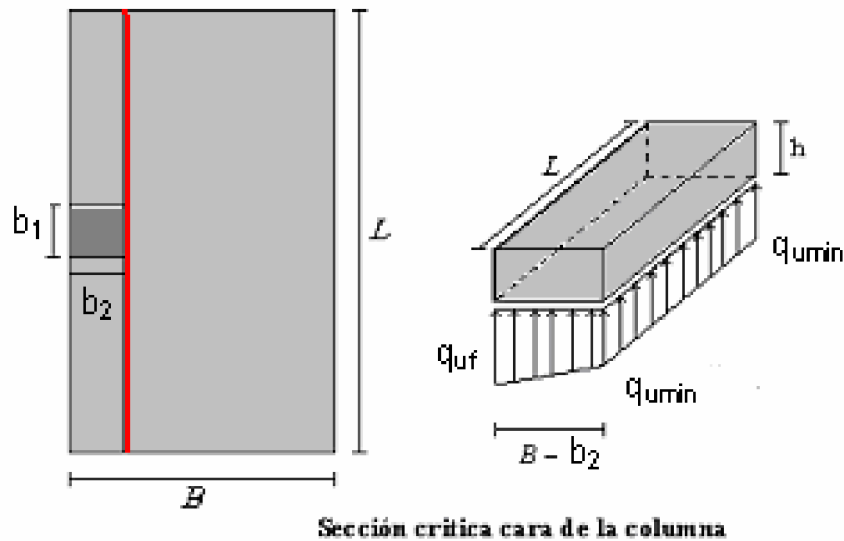
Con $\alpha=1$, $\beta=1$ y $d_b=12.7 \text{ mm}$ (N°4), $f'_c = 21 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$l_d = 559 \text{ mm} < 1350 \text{ mm} - 70 \text{ mm} = 1280 \text{ mm} \quad \text{No requiere gancho}$$

Finalmente el refuerzo de acero distribuido uniformemente a todo lo ancho de la zapata es:

$$11 \text{ N}^\circ @ 130 \text{ mm}, Lb = 2860 \text{ mm}$$

Refuerzo en sentido transversal o corto



$$q_{uf} = q_{u \min} + \frac{q_{u \max} - q_{u \min}}{B} (B - b)$$

$$q_{uf} = 105 \text{ kN} / \text{m}^2 + \frac{125 \text{ kN} / \text{m}^2 - 105 \text{ kN} / \text{m}^2}{1.5 \text{ m}} (1.50 \text{ m} - 0.40 \text{ m})$$

$$q_{uf} = 119 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$M_u = \left[q_{u \min} \left(\frac{L_v^2}{2} \right) + \left(\frac{q_{uf} - q_{u \min}}{2} \right) \left(\frac{L_v^2}{3} \right) \right] L$$

Donde:

$$L_v = B - b_2$$

$$L_v = 1.5 \text{ m} - 0.40 \text{ m}$$

$$L_v = 1.10 \text{ m}$$

Luego:

$$M_u = \left[105 \text{ kN} / \text{m}^2 \frac{(1.10 \text{ m})^2}{2} + \left(\frac{119 \text{ kN} / \text{m}^2 - 105 \text{ kN} / \text{m}^2}{2} \right) \frac{(1.10 \text{ m})^2}{3} \right] 1.5 \text{ m}$$

$$M_u = 199 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El área de refuerzo a flexión en el sentido transversal con:

$$L = 300 \text{ cm}$$

$$d = 33 \text{ cm}$$

$$\rho = 0.00163 < \rho_{\min} = 0.0018 \text{ (C.15.4.5, NSR-98) Se toma la } 0.0018$$

Es:

$$A_{st} = \rho L d$$

$$A_{st} = 0.0018(300 \text{ cm})(33 \text{ cm})$$

$$A_{st} = 17.82 \text{ cm}^2$$

Para el refuerzo en la dirección corta, una porción del refuerzo total obtenido debe distribuirse uniformemente sobre un ancho de banda

centrada sobre el eje de la columna o pedestal, igual a la longitud del lado corto de la zapata. El resto del refuerzo que se requiere en la dirección corta, debe distribuirse uniformemente por fuera del ancho de la banda central de la zapata (C.15.4.4a-NSR-98).

$$\frac{\text{refuerzo en el ancho de la banda}}{\text{refuerzo total en la dirección corta}} = \frac{2}{\beta + 1}$$

Donde:

β : relación del lado largo al lado corto de la zapata.

$$\beta = \frac{L}{B}$$

$$\beta = \frac{3.0\text{ m}}{1.5\text{ m}}$$

$$\beta = 2$$

El refuerzo en el ancho de banda de 1.5 m es:

$$\text{refuerzo en el ancho de la banda} = \frac{2}{\beta + 1} \text{refuerzo total en la dirección corta}$$

$$\text{refuerzo en el ancho de la banda} = \frac{2}{(2 + 1)} 17.82\text{ cm}^2$$

$$\text{refuerzo en el ancho de la banda} = 11.88\text{ cm}^2$$

El refuerzo en el ancho de la banda, distribuido uniformemente se logra con el siguiente arreglo de barras: **11 N°4 @ 16 c m, Lb = 1.36 m.**

El resto del refuerzo que se requiere en la dirección corta, se distribuye uniformemente por fuera del ancho de la banda central de la zapata.

$$\text{refuerzo por fuera del ancho de la banda} = 17.82 \text{ cm}^2 - 11.88 \text{ cm}^2 = 5.94 \text{ cm}^2$$

Este refuerzo se consigue con tres barras número 4 colocadas a lado y lado por fuera del ancho de banda: **3 N°4 @ 26 c m, Lb = 1.36 m.**

La longitud de desarrollo de las barras corrugadas expresada en *mm* es:

$$l_d = \frac{12 f_y \alpha \beta}{25 \sqrt{f'_c}} d_b$$

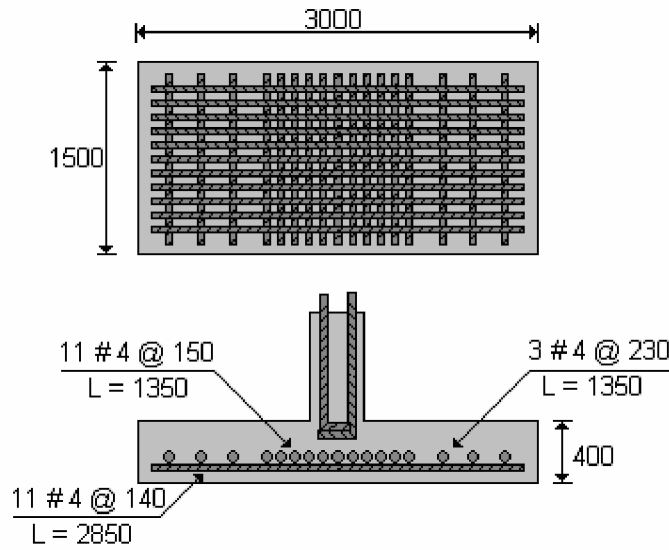
Con $\alpha = 1$, $\beta = 1$ y $d_b = 12.7 \text{ mm}$ (N°4), $f'_c = 21 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$l_d = 559 \text{ mm} < 1100 \text{ mm} - 70 \text{ mm} = 1030 \text{ mm} \quad \text{No requiere gancho}$$

Por lo tanto, el refuerzo en el ancho de la banda y por fuera de él, distribuido uniformemente se logra con el siguiente arreglo de barras:

En el ancho de banda: **11 N°4 @ 150 mm, Lb = 1350 mm**

Fuera del ancho de banda: **6 N°4 @ 260 mm, Lb = 1350 mm.**



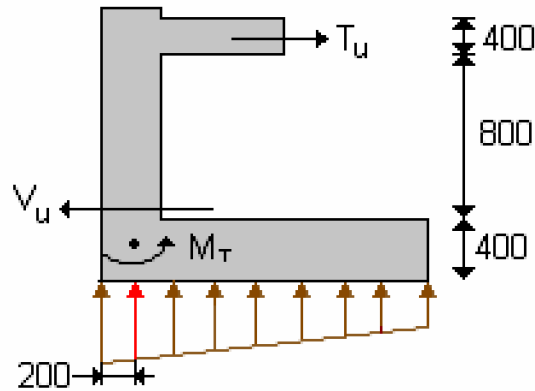
Revisión del cortante en la columna

T_u genera un esfuerzo cortante en la base de la columna, el cual se estudia a continuación teniendo en cuenta la recomendación que implica duplicar el valor de T_u para realizar dicho estudio.

$$T_u = 1.5(2T_s)$$

$$T_u = (1.5)(2)(156.7 \text{ kN})$$

$$T_u = 470 \text{ kN}$$



La fuerza cortante en la base de un pedestal de 400x500 mm es:

$$V_u = T_u = 470 \text{ kN}$$

El esfuerzo cortante en la base de la columna es:

$$v_u = \frac{V_u}{b_2 \cdot b_1}$$

$$v_u = \frac{470000 \text{ N}}{(400 \text{ mm})(500 \text{ mm})}$$

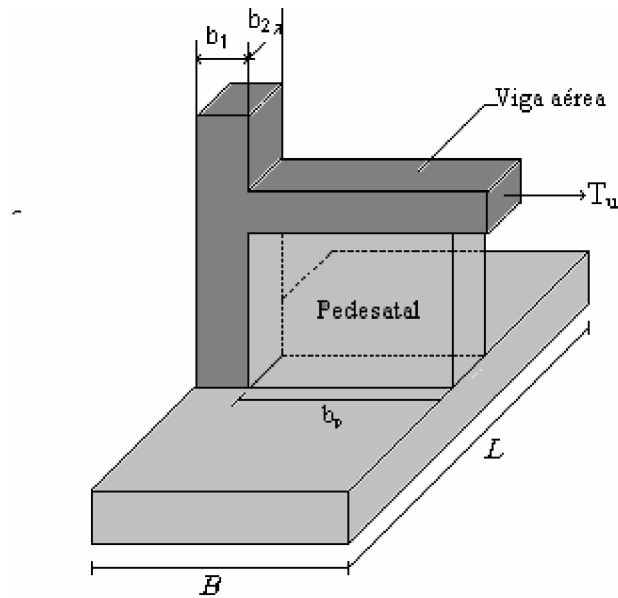
$$v_u = 2.35 \text{ MPa}$$

Debido a que el esfuerzo cortante en la base de la columna supera la resistencia a cortante del concreto $\left(v_{cu} = \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} = 0.65 \text{ MPa} \right)$, se requiere la colocación de estribos al pedestal o el aumento de seccion del mismo.

Se opta por la segunda alternativa, esto es, la colocación de pedestal. Con la inclusión del pedestal debería revisarse nuevamente las condiciones de punzonamiento y cortante directo, sin embargo, éstas serian satisfechas con

holgura, por lo tanto no serán revisadas, a pesar de que esto implique un sobredimensionamiento.

Tomando como ancho del pedestal la misma longitud que el ancho de la columna.



A continuación se revisa el esfuerzo cortante en el pedestal:

$$v_u = \frac{V_u}{Bl_p}$$

$$v_u = \frac{470000 \text{ N}}{(1500 \text{ mm})(300 \text{ mm})}$$

$$v_u = 1.04 \text{ MPa}$$

La resistencia a cortante que debe contribuir el refuerzo es:

$$v_{su} = v_u - v_{cu}$$

$$v_{su} = 1.04 \text{ MPa} - 0.65 \text{ MPa}$$

$$v_{su} = 0.39 MPa$$

El refuerzo de cortante consiste en estribos N°4 en dos ramas, dispuestos perpendicularmente al eje del pedestal. La separación entre éstos es:

$$s = \frac{\phi A_v f_y}{v_{su} l_p}$$

Donde:

A_v : es el área del refuerzo a cortante expresada en mm^2 dentro de la distancia s . Para estribos N°3 en dos ramas $A_v = 142 mm^2$.

Luego:

$$s = \frac{0.85(142 mm^2)(420 MPa)}{(0.39 MPa)(300 mm)}$$

$$s = 433 mm$$

Finalmente el refuerzo a cortante en el pedestal es:

4E N°3 @ 40 cm

DISEÑO DE LA VIGA DE FUNDACIÓN

Se diseñará una viga de fundación de 400 mm x 400 mm ($>L/40$), proyectada para unir la zapata concéntrica del ejemplo 1 y la zapata medianera del ejemplo 2.

De acuerdo con la información disponible, la fuerza axial (carga última) correspondiente a la columna más cargada es $P_{u \max} = 516 \text{ kN}$.

Para que la viga de fundación se comporte como un elemento eficiente para mejorar el comportamiento sísmico, se debe diseñar para una compresión o tracción, dada por la ecuación (2):

$$C \text{ ó } T = 0.25 A_a P_u = 0.25 \times 0.2 \times 516 = 0.05 \times 516 = 25.8 \text{ kN}$$

Adicionalmente debe resistir la tensión generada por la excentricidad de la zapata medianera ya calculada.

$$T_{um} = 235 \text{ kN} \times 2 = 470 \text{ kN} \text{ (por recomendación de diseño).}$$

La Tensión total mayorada para combinación de sismo es

$T_u = 470 \times 0.75 + 25.8 = 378 \text{ kN} < 470 \text{ kN}$, por lo que gobierna la combinación de cargas verticales.

$$A_{sreq} = \frac{T_u}{\phi f_y} = \frac{470000}{0.9 \times 420} = 1243 \text{ mm}^2$$

$$A_{s \min} = 0.01 \times 400 \times 400 = 1600 \text{ mm}^2 \text{ (como columna)}$$

Colocar 4 #7 continuas con estribos #4 @ $400/2 = 200 \text{ mm}$

3.2.5 Zapata esquineras. Se estudiará en este curso el caso de zapatas esquineras con dos vigas aéreas, considerando que bajo la cimentación existe una distribución de presiones linealmente variable, presentando para este propósito el fundamento teórico expuesto por José Calavera en su referencia (5).

José Calavera presenta un análisis partiendo del hecho de que la complejidad del modelo es muy grande si la columna y la zapata no son cuadrados. Puesto que en el caso de zapatas de esquina no existe ninguna restricción preferente para hacerlas mayores en una dirección que en la otra, en lo que sigue, el método se expondrá para el caso de zapata cuadrada.

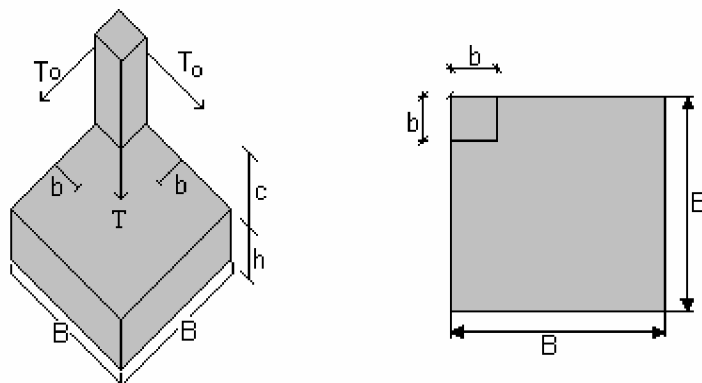


FIGURA 21. Geometría del modelo estructural de la zapata esquinera con dos vigas aéreas presentado por José Calavera.

En la Figura 21 se muestra el esquema estructural y las fuerzas en equilibrio.

En la Figura 22 se muestra una sección transversal trazada justo por la diagonal de la zapata, con base en la cual se determinan las ecuaciones de equilibrio suponiendo que todo el terreno bajo la zapata está comprimido.

$$P + N = B^2 \frac{(q_{\max} + q_{\min})}{2} \quad (52)$$

$$T(C+h)+P\frac{b\sqrt{2}}{2}+N\frac{B\sqrt{2}}{2}=\frac{B^3\sqrt{2}}{24}[5q_{\max}+7q_{\min}] \quad (53)$$

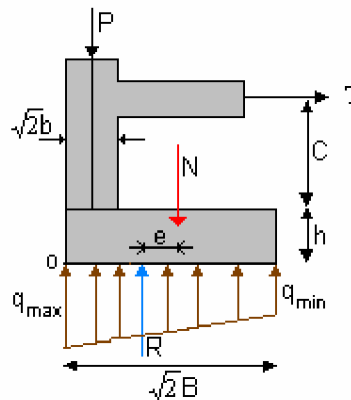


FIGURA 22. Modelo estructural de la zapata esquinera con distribución variable de presiones y dos vigas aéreas.

La tercera ecuación necesaria para resolver el problema es obtenida de la compatibilidad de deformaciones, igualando el giro de la zapata al de la columna, suponiendo un módulo de balasto K:

$$\frac{(q_{\max} - q_{\min})}{KB\sqrt{2}} = \frac{T\lambda^2 L^2}{3EI_{\phi}} \quad (54)$$

De la solución del sistema de ecuaciones (52), (53) y (54) resultan las expresiones necesarias para resolver el problema:

$$T = \frac{P(B-b)\frac{\sqrt{2}}{2} - Mr}{\left[C + h + \frac{KB^4\lambda^2 C^2}{36EI_\phi} \right]} \quad M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} \quad T_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} T \quad (55)$$

$$q_{\max} = \frac{P}{B_2} + \frac{KB\sqrt{2}\lambda^2 L^2}{6EI_\phi} T < q_a \quad (56)$$

$$q_{\min} = \frac{P}{B_2} - \frac{KB\sqrt{2}\lambda^2 L^2}{6EI_\phi} T > 0 \quad (57)$$

En la aplicación práctica del sistema de ecuaciones (55), (56) y (57), se presentan dos casos para el análisis: En el primero, se fijan las dimensiones de la zapata B y h, y con el valor del coeficiente de balasto K, determinado mediante la ecuación 48, se obtienen las tensiones q_{\max} y q_{\min} y la fuerza T. La obtención de valores aceptables por la estructura y por el coeficiente de balasto zapata – suelo, puede requerir la realización de algún tanteo. La fuerza de tracción T resultante puede descomponerse ortogonal mente en dos fuerzas iguales T_0 .

$$T_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} T \quad (58)$$

En el segundo caso, se fijan las tensiones q_{\max} y q_{\min} y se estima el valor de K, lo cual equivale a estimar las dimensiones del cimiento, y esto puede también requerir algún tanteo.

En la Figura 23 se representa el comportamiento de la zapata esquinera frente a los momentos que sobre ella actúan.

Calavera (5) supone que la placa (zapata) está apoyada sobre dos vigas virtuales en voladizo. Otros autores han encontrado que la placa está sometida a dos momentos máximos, uno (M_T) en dirección de la diagonal que pasa por la columna y que produce tracciones en la cara superior de la zapata (Figura 23 (b)), y otro (M_L) en dirección ortogonal a la anterior, que produce tracciones en la cara inferior (Figura 23 (c)). La magnitud de estos momentos es prácticamente la misma, siendo por unidad de ancho igual a:

$$M_L = M_T = \frac{\bar{q} B^2}{4.8} \quad (59)$$

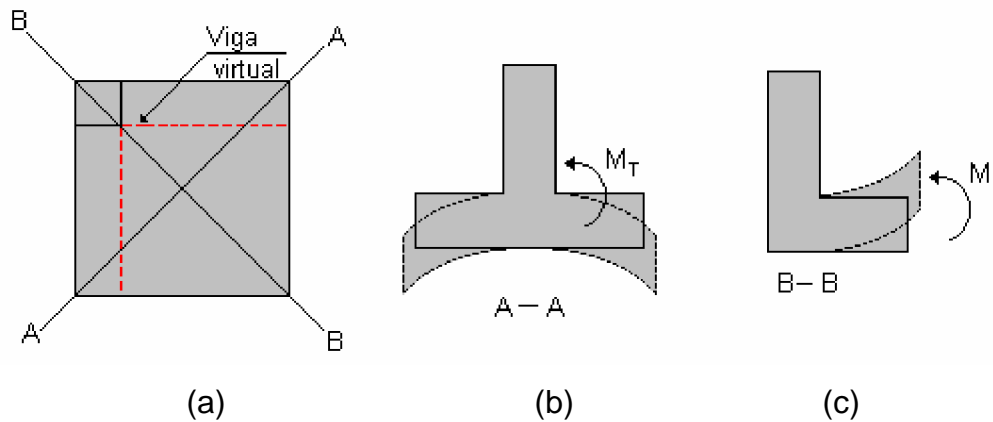


FIGURA 23. Momentos que actúan sobre la zapata esquinera.

Para el refuerzo en el centro de la placa (Figura 24 a) se colocan dos parrillas arriba y abajo de modo que cada una resista $M_L = M_T$.

El diseño de las vigas virtuales se realiza para el momento:

$$M_v = \frac{\bar{q} B^3}{3.0} \quad (60)$$

En las expresiones (59) y (60) \bar{q} representa la presión promedio bajo la zapata, es decir:

$$\bar{q} = \frac{(q_{\max} + q_{\min})}{2} \quad (61)$$

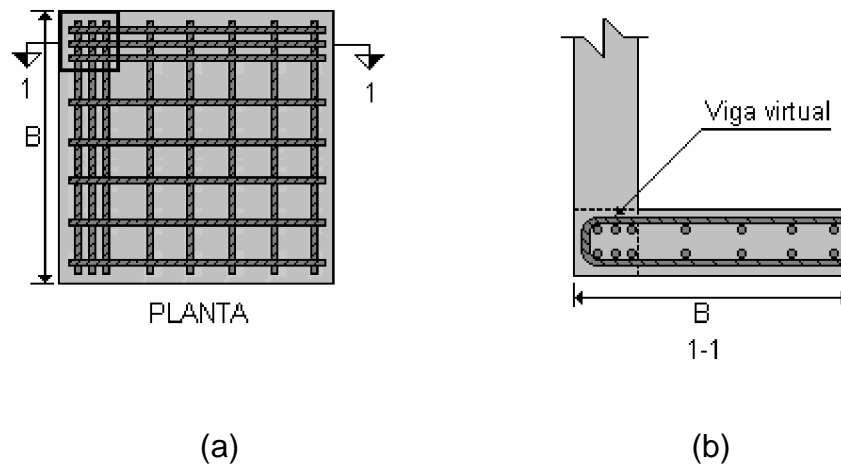
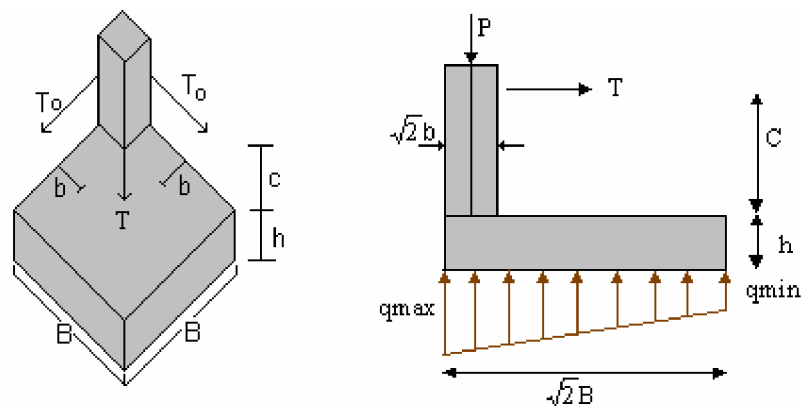


FIGURA 24. Distribución del acero de refuerzo en la zapata esquinera.

EJEMPLO DE ZAPATA ESQUINERA.



Se desea diseñar una zapata esquinera con la siguiente información básica:

$$P = 933 \text{ kN} \quad m_v = 0.1 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{aligned}
M_1 &= 9.7 \text{ kN.m} & \mu &= 0.25 \\
M_2 &= 8.3 \text{ kN.m} & F'_c &= 21 \text{ MPa} \\
q_a &= 150 \text{ kN / m}^2 & F_y &= 420 \text{ MPa} \\
b &= 0.45 \text{ m}
\end{aligned}$$

$$T = \frac{\frac{P(B-b)\sqrt{2}}{2} - M_r}{c+h + \frac{k B^4 \lambda^2 c^2}{36EI_0}} \quad M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} \quad T_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} T$$

$$q_{\max} = \frac{P}{B^2} + \frac{k B \sqrt{2} \lambda^2 c^2}{6EI_0} T \quad q_{\min} = \frac{P}{B^2} - \frac{k B \sqrt{2} \lambda^2 c^2}{6EI_0} T$$

A continuación, se sigue el mismo procedimiento que se indicó para la zapata medianera. Cabe anotar que para el análisis planteado por Calavera tanto la zapata como la columna se trabajan cuadradas por facilidad en las expresiones, por lo que sí se tiene una columna rectangular, se debe aumentar una de sus dimensiones para que sea cuadrada al entrar a conectarse con la zapata.

Tomando como momento resultante en l diagonal a:

$$M_r = \sqrt{8.3^2 + 9.7^2} = 12.8 \text{ kN.m}$$

La excentricidad equivalente en la diagonal será:

$$e = \frac{M_R}{P_S} = \frac{12.8 \text{ kN} \cdot \text{m}}{933 \text{ kN}} = 0.014 \text{ m}$$

La comprobación de q_a por Meyerhof (4) debe realizarse a partir de q_{smax} y q_{smin} tal como en las zapatas medianeras. Sin embargo con una excentricidad tan pequeña B podría estar dado por:

$$B = \sqrt{\frac{P_s}{q_a}}$$

$$B = \sqrt{\frac{933kN}{150kN/m^2}}$$

$$B \geq 2.5m$$

En las expresiones anteriores se tiene que:

$\lambda = 1$ para conexión viga columna articulada (tipo cable) y 0.75 para conexión viga columna empotrada. Para el caso en estudio corresponde a 0.75.

k = coeficiente de balasto dado por:

$$k = \frac{f}{0.67} k_1$$

Con:

$$f = \frac{1 + 0.5 \frac{B}{L}}{1.5}$$

$$k_1 = \frac{E_s}{B(1 - \mu^2)}$$

donde:

$$E_s = \frac{1}{m_v}$$

E : módulo de elasticidad del concreto. Según C.8.5.4.1-NSR-98, E es:

$$E = 3900\sqrt{f'_c}$$

I_c : momento de inercia de la columna, dado por:

$$I_c = \frac{1}{12}lb^3$$

Tomando un $B = 2.6$ m, definiendo un $C = 1.0$ m. Se trabaja con un $M_v = 0.1 \text{ mm}^2 / \text{N}$ y se supone un $\mu = 0.25$ para encontrar el coeficiente de balasto k .

Sustituyendo los valores correspondientes en las expresiones anteriores se obtiene:

$$f = \frac{1 + 0.5\left(\frac{2.6 \text{ m}}{2.6 \text{ m}}\right)}{1.5} = 1.0$$

$$E_s = \frac{1}{0.1 \text{ mm}^2 / \text{N}} = 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$k_1 = \frac{10 \text{ N} / \text{mm}^2}{(2600 \text{ mm})(1 - 0.25^2)} = 4.1 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{mm}^3}$$

$$k = \left(\frac{1.0}{0.67}\right) 4.1 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{mm}^3} = 6.12 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{mm}^3}$$

$$E = 3900\sqrt{21 \text{ MPa}} = 17872 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$I_c = \frac{1}{12} 450 (450 \text{ mm})^3 = 3417 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

El espesor de la zapata sobre el suelo por encima del refuerzo inferior no puede ser menor de 150 mm (C.15.7.1, NSR-98). Se supone inicialmente un espesor de zapata de:

$$h = 500 \text{ mm}$$

La profundidad efectiva para un recubrimiento de 70 mm es:

$$d = h - 70 \text{ mm}$$

$$d = 500 \text{ mm} - 70 \text{ mm}$$

$$d = 430 \text{ mm} > 150 \text{ mm} \quad \text{OK}$$

$$T_s = \frac{(933 \times 10^3 \text{ N}) \left(\frac{2600 \text{ mm} - 450 \text{ mm}}{2} \right) - 12.8 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{500 \text{ mm} + 1000 \text{ mm} + \frac{\left(6.12 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{mm}^3} \right) (0.75)^2 (1000 \text{ mm})^2}{36 \left(17872 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right) (3417 \times 10^6 \text{ mm}^4)}} (2600 \text{ mm})^4$$

$$T_s = 894 \text{ kN}$$

$$q_{max} = \frac{933 \times 10^3 N}{(2600mm)^2} + \frac{\left(6.12 \times 10^{-3} \frac{N}{mm^3}\right) (0.75)^2 (1000mm)^2 (2600mm)}{6 \left(17872 \frac{N}{mm^2}\right) (3417 \times 10^6 mm^4)} \cdot 886 \times 10^3 N$$

$$q_{max} = 169 \text{ kN} / m^2 < 150 \text{ kN} / m^2 \quad \text{No Cumple}$$

$$q_{min} = \frac{933 \times 10^3 N}{(2600mm)^2} - \frac{\left(6.12 \times 10^{-3} \frac{N}{mm^3}\right) (0.75)^2 (1000mm)^2 (2600mm)}{6 \left(17872 \frac{N}{mm^2}\right) (3417 \times 10^6 mm^4)} \cdot 886 \times 10^3 N$$

$$q_{min} = 107 \text{ kN} / m^2 < 150 \text{ kN} / m^2 \quad \text{OK}$$

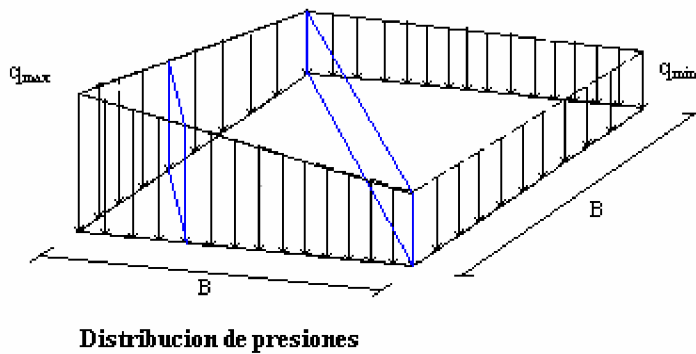
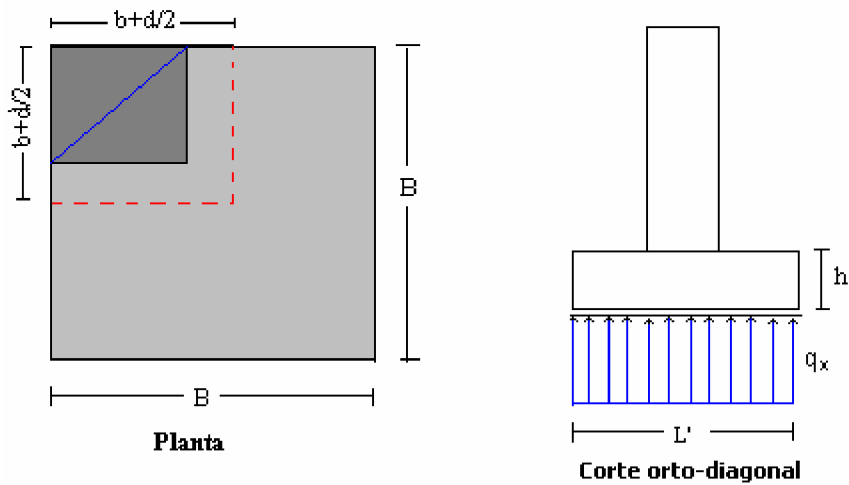
Como las dimensiones propuestas para la zapata no cumplen una de las condiciones de capacidad de carga por lo que toca modificarlas. En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos para diferentes valores de B.

B (m)	Ts (kN)	q _{min} (kN/m ²)	q _{max} (kN/m ²)
2.7	923	96	160
2.8	959	86	152
2.9	995	77	145

Valores de q_{min} y q_{max} para diferentes valores de B

De la tabla se puede observar que para un valor de B = 2.9 m se cumplen las condiciones necesarias de capacidad de carga sin embargo B = 2.8 m se acerca mucho al limite, por lo que seria mejor trabajar al limite y tomar este valor de B y ver que pasa si se tuviera que variar h por restricciones de punzonamiento unidireccional.

Cortante directo sección crítica a “d/2” de la cara de la columna (cortante bidireccional)



Cortante Bidireccional

Las cargas admisibles últimas en la zapata son:

$$q_{\max u} = 229 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{\min u} = 128 \text{ kN/m}^2$$

Se evalúa la carga última de reacción promedio en la zapata q_{um} (en toda la diagonal) al igual que la carga ultima de reacción promedio en el cuadrado de lado $b+d/2$ q_{ux} .

$$q_{um} = \frac{q_{umax} + q_{umin}}{2}$$

$$q_{um} = \frac{229 \frac{kN}{m^2} + 128 \frac{kN}{m^2}}{2}$$

$$q_{um} = 179 \frac{kN}{m^2}$$

$$q_{ux} = q_{max} - \frac{(q_{max} - q_{min})}{2 \cdot B} \cdot \left(b + \frac{d}{2} \right)$$

$$q_{ux} = 229 \frac{kN}{m^2} - \frac{(229 - 128) \frac{kN}{m^2}}{2 \cdot 2.8 m} \cdot \left(0.45 + \frac{0.43}{2} \right) m$$

$$q_{ux} = 217 \frac{kN}{m^2}$$

La fuerza total por punzonamiento que hace la columna sobre la placa es:

$$V_{ux} = q_{um} \cdot B^2 - q_{ux} \cdot \left(b + \frac{d}{2} \right)^2$$

$$V_{up} = 179 \frac{kN}{m^2} \cdot (2.8 m)^2 - 217 \frac{kN}{m^2} \cdot \left(0.45 + \frac{0.43}{2} \right) m^2$$

$$V_{up} = 1304 kN$$

El esfuerzo cortante por punzonamiento es:

$$v_{up} = \frac{V_{up}}{b_o d}$$

Donde:

$$b_o = 2 \left(b + \frac{d}{2} \right)$$

$$b_o = 2 \left(0.45 m + \frac{0.43 m}{2} \right)$$

$$b_o = 1.33 \text{ m}$$

$$\text{Luego: } v_{up} = \frac{1304000 \text{ N}}{(1330 \text{ mm})(430 \text{ mm})}$$

$$v_{up} = 2.28 \text{ MPa}$$

Debe cumplirse que:

$$v_{up} \leq \begin{cases} \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{3} \\ \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{\alpha_s d}{2b_o} \right), \alpha_s = \begin{cases} 40 \text{ Columna interior} \\ 30 \text{ Columna borde} \\ 20 \text{ Columna esquina} \end{cases} \\ \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right), \beta_c = \frac{b}{l} \end{cases}$$

Con $\phi_v = 0.85$, $\alpha_s = 20$, $\beta_c = 1$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$2.29 \text{ MPa} \leq \begin{cases} 1.30 \text{ MPa} & \text{No Cumple} \\ 2.75 \text{ MPa} & \text{Cumple} \\ 1.95 \text{ MPa} & \text{No Cumple} \end{cases}$$

Como la zapata no cumple la condiciones de cortante hay que aumentar el valor de h, tomando un h = 0.75m tenemos:

$$T_s = 836 \text{ kN}$$

$$q_{smax} = 148 \text{ kN} / \text{m}^2 < 150 \text{ kN} / \text{m}^2 \quad \text{OK}$$

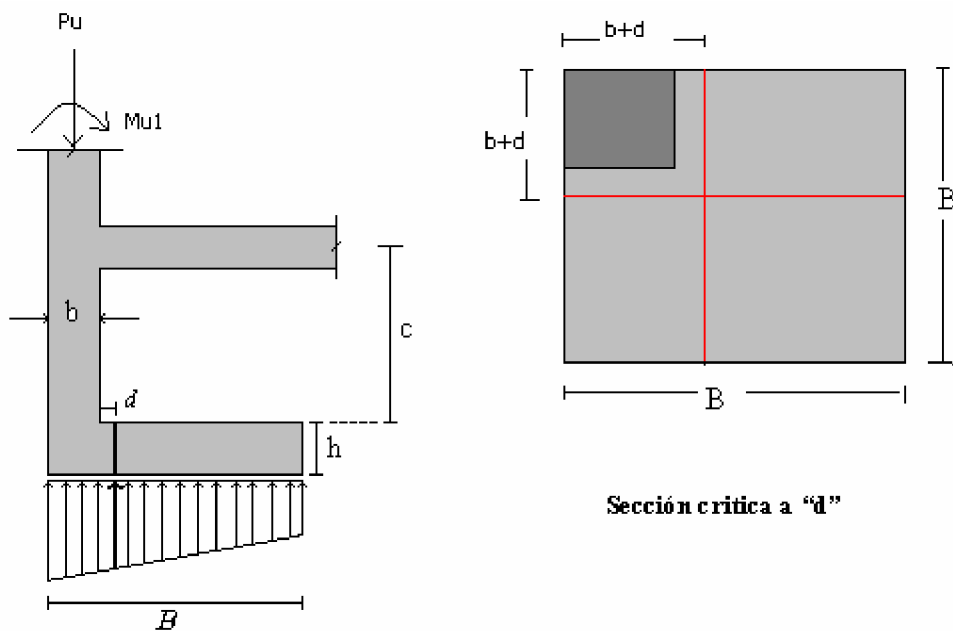
$$q_{smin} = 90 \text{ kN} / \text{m}^2 < 150 \text{ kN} / \text{m}^2 \quad \text{OK}$$

$$q_{um} = 179 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad q_{ux} = 209 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$V_{up} = 1269 \text{ kN} \quad v_{up} = 1.18 \text{ MPa}$$

$$1.18 \text{ MPa} \leq \begin{cases} 1.30 \text{ MPa} & \text{Cumple} \\ 3.45 \text{ MPa} & \text{Cumple} \\ 1.95 \text{ MPa} & \text{Cumple} \end{cases}$$

Cortante directo sección crítica a “d” de la columna



Sección crítica a “d”

cortante unidireccional

Como se parte de que la distribución de presiones en la zapata linealmente en la diagonal se vuelve complejo hallar la reacción resultante “exacta” en las posiciones indicada de la zapata por lo que se utiliza la siguiente expresión más sencilla aunque más conservadora:

$$V_{ud} = q_{um} \cdot [B \cdot (B - b - d)]$$

$$V_{ud} = 179 \frac{kN}{m^2} [2.8 \text{ m} (2.8 - 0.45 - 0.68) \text{ m}]$$

$$V_{ud} = 835 \text{ kN}$$

El esfuerzo cortante es:

$$v_{ud} = \frac{V_{ud}}{B \cdot d}$$

$$v_{ud} = \frac{835000 \text{ N}}{2800 \text{ mm} \cdot 680 \text{ mm}} = 0.44 \text{ MPa}$$

Éste debe ser menor que el resistido por el concreto:

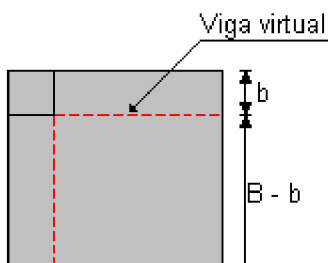
$$v_{ud} \leq \frac{\phi_v \sqrt{f'_c}}{6}$$

Con $\phi_v = 0.85$ y $f'_c = 21 \text{ MPa}$ se obtiene:

$$0.44 \text{ MPa} \leq \frac{0.85 \sqrt{21 \text{ MPa}}}{6} = 0.65 \text{ MPa} \quad \text{Cumple}$$

Diseño a flexión de la zapata

En la referencia (5) se supone que la placa (zapata) se encuentra apoyada sobre dos vigas



virtuales en voladizo. El caso ha sido objeto de estudio por otros autores y se ha encontrado que la placa esta sometida a dos momentos máximos uno en dirección de la diagonal que pasa por la columna (produce tracciones en la cara inferior de la zapata) y otro en dirección ortogonal a la anterior (produce tracciones en la cara superior). La magnitud de estos momentos es prácticamente la misma, obteniéndose por unidad de ancho.

$$M_p = \frac{qB^2}{4.8}$$

El refuerzo en la placa se coloca en las dos direcciones ortogonales de modo que cada parrilla resista M_p .

El diseño de las vigas virtuales se realiza para el momento: $M_v = \frac{qB^3}{3}$

Momento en la parrilla:

$$M_L = M_P = \frac{q_{prom} \cdot B^3}{4.8} \quad \text{con:} \quad q_{prom} = \frac{q_{umax} + q_{umin}}{2}$$

$$M_u = \left(\frac{228 \frac{kN}{m^2} + 129 \frac{kN}{m^2}}{2} \right) \cdot \frac{2.9^3}{4.8} = 907 \text{ kN.m}$$

Utilizando la ecuación de momento ultimo para la sección de la viga que se ha venido utilizando en todos los diseños de flexión:

$$M_u = \phi \cdot b \cdot d^2 \cdot F_y \cdot \rho \cdot \left(1 - \frac{\beta \cdot F_y \cdot \rho}{\alpha \cdot F_c} \right) \quad \text{Con:} \quad \frac{\beta}{\alpha} \approx 0.59$$

Resolviendo ρ para el área de refuerzo a flexión en dirección perpendicular a la viga con:

$$B = 280 \text{ cm}$$

$$d = 68 \text{ cm}$$

$$\rho = 0.0012 > \rho_{\min} = 0.0018 \text{ (C.15.4.5, NSR-98)} \quad \text{Se debe poner la mínima}$$

Es:

$$A_s = \rho B d$$

$$A_s = 0.0018(280 \text{ cm})(68 \text{ cm})$$

$$A_s = 28.8 \text{ cm}^2$$

Esta área se lograría con el siguiente arreglo de barras: **23 N°5 @ 0.09 m, Lb = 2.66 m**

Estas barras estarían ubicadas en la región de la zapata entre las vigas virtuales tanto arriba como abajo.

Momento en las vigas virtuales:

$$M_v = \frac{q_{prom} \cdot B^3}{3}$$

$$M_v = \left(\frac{222 \frac{kN}{m^2} + 135 \frac{kN}{m^2}}{2} \right) * \frac{2.8^3}{3} = 1306 \text{ kN.m}$$

El área de refuerzo a flexión en la sección de las vigas virtuales con:

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$d = 68 \text{ cm}$$

$$\rho = 0.0227 > \rho_{\min} = 0.0018 \text{ (C.15.4.5, NSR-98) OK}$$

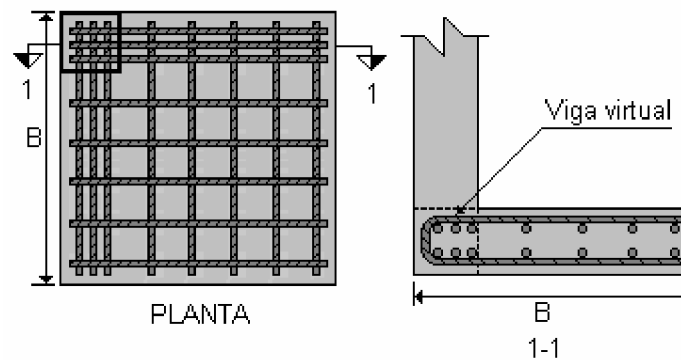
Es:

$$A_s = \rho B d$$

$$A_s = 0.00227(45 \text{ cm})(68 \text{ cm})$$

$$A_s = 69.4 \text{ cm}^2$$

Esta área se lograría con: **10 barras N°10, Lb = 2.66 m**



3.2.6 Zapatas enlazadas. En este caso se estudiará el modelo de zapata enlazada que se representa en la Figura 25, en la cual trabaja una zapata medianera con su momento, en conjunto con una zapata central.

Se busca en el modelo que la viga de enlace pese y sea lo suficientemente rígida con el objeto de formar una balanza o palanca y tomar parte del momento que trata de voltear la zapata.

El objeto de este sistema estructural tiene las siguientes ventajas:

- Contrarrestar el momento volador de la zapata medianera.
- Obtener reacciones uniformes bajo la zapata medianera.

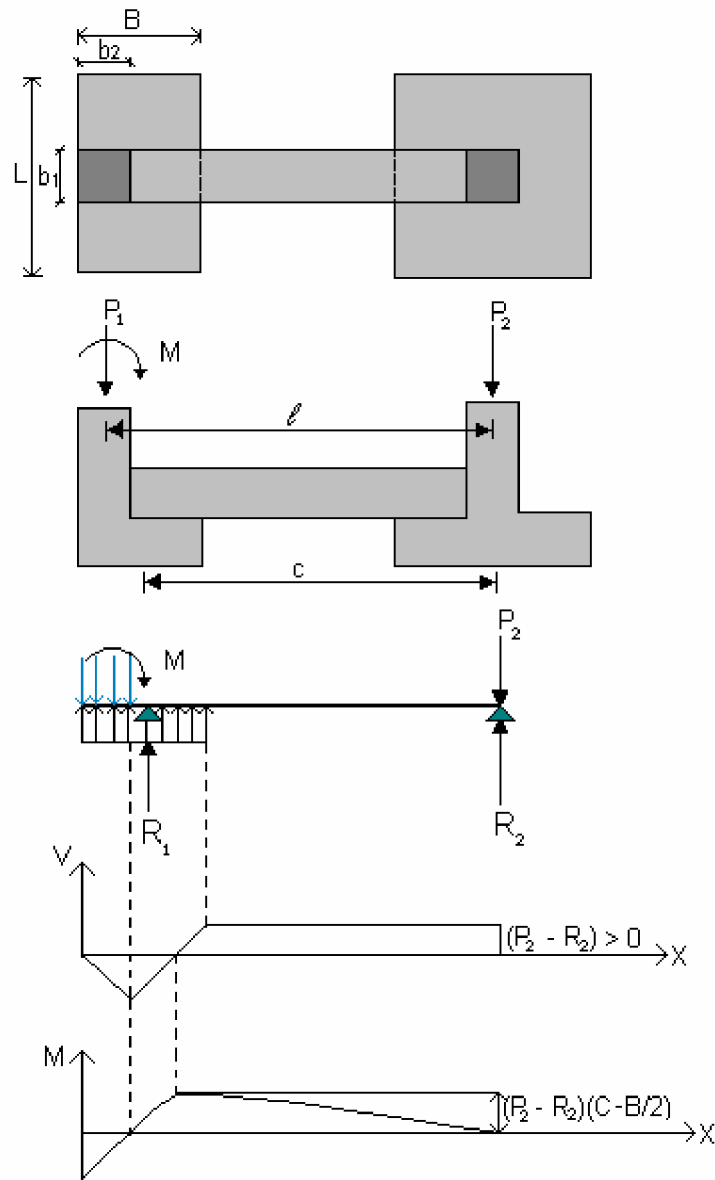


FIGURA 25. Geometría y modelo estructural de la zapata enlazada.

De acuerdo con la Figura 25 al establecer las ecuaciones de equilibrio se tiene:

$$\sum M_{z_2} (\curvearrowright) = 0 \Rightarrow -P_1 \cdot c + R_1 \cdot c + M = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{P_1 \cdot c - M}{c} \quad (62)$$

$$\sum F_y (\uparrow) = 0 \Rightarrow -P_1 + R_1 - P_2 + R_2 = 0 \Rightarrow R_2 = P_1 + P_2 - R_1 \quad (63)$$

Donde:

$$\frac{R_1}{BL} < q_a \quad (64)$$

Para el cálculo del acero de refuerzo de la viga de enlace se considerarán los valores máximos de cortante y momento que se indican en la Figura 25.

En este modelo, la viga de enlace no debe conectarse a la columna de la zapata central, ya que no debe tomar los momentos que se transmiten a través de esta columna tal como se representa en la Figura 26.

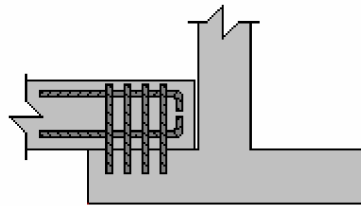


FIGURA 26. Apoyo de la viga de enlace en la zapata central.

En este caso, debido a las condiciones de apoyo, la viga no atiende asentamientos diferenciales, pero si puede considerarse en el diseño como un elemento estructural capaz de atender fuerzas sísmicas. Esta viga no debe interactuar con las demás vigas que eventualmente lleguen a la zapata.

En algunos casos la viga de enlace no se apoya directamente sobre la cara superior de la zapata, sino que se apoya sobre un muro del mismo ancho de la viga de fundación, tal como se indica en la Figura 27. Concebida así, la viga trabajaría bajo las mismas condiciones del modelo de Calavera y su construcción sería más económica, al disminuirse el volumen de excavación.

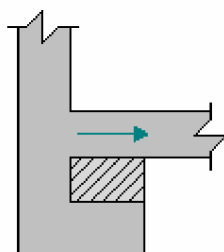


FIGURA 27. Alternativa de apoyo de la viga de enlace en la zapata medianera.

Para el cálculo del refuerzo de la zapata medianera en sentido transversal a la viga de fundación se evalúa el momento en la respectiva sección crítica utilizando para ello la carga distribuida q , dada por la ecuación 64.

En el sentido paralelo a la viga de fundación se utiliza la cantidad mínima de acero de refuerzo, dada por $0.0018 L d$.

Para facilitar el diseño se recomienda escoger $B = L$

3.2.7 ZAPATAS CONTINUAS. Los sistemas estructurales que usualmente se cimientan en zapatas continuas o “corridas” son los pórticos y la mampostería estructural.

En general, Si el área requerida para la cimentación es mayor del 30% pero menor del 50 % del área de la planta del edificio o estructura, se puede pensar en una viga continua como posible sistema de cimentación.

El algoritmo de la metodología tradicional para calcular una viga de fundación en un edificio de mampostería, asumiendo una distribución uniforme de presiones debajo de la zapata igual a la capacidad admisible del suelo q_a , es el siguiente:

- 1 Se determina el ancho de la viga:

$$B = P/q_a \text{ (P lineal de servicio)} \quad (65)$$

2 Se determina el peralte de la viga. Como una aproximación empírica para calcular la altura de la viga de fundación, se recomienda considerar 10 cm por cada piso, esto es:

$$h = 10 \text{ cm} \times \# \text{ de pisos} \quad (66)$$

3 Se calcula la cortante unidireccional (se hace por metro lineal)

$$V = \left(\frac{B}{2} - \frac{b}{4} \right) \frac{P_u}{L} \quad (67)$$

$$v = \frac{V}{A_v} = \frac{P_u}{B} \frac{\left(\frac{B}{2} - \frac{b}{4} \right)}{d} \quad (68)$$

Se debe cumplir que:

$$v < \phi \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \quad (69)$$

Donde $\phi = 0.85$

4 Se calcula el momento. Se utiliza la sección crítica indicada en la Figura 28

$$M = \frac{P_u}{B} \frac{\left(\frac{B}{2} - \frac{b}{4} \right)^2}{2} L \quad (70)$$

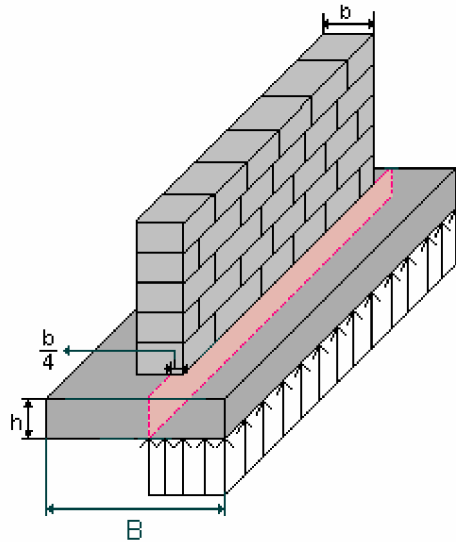


FIGURA 28. Sección crítica para el cálculo del momento en zapata continua.

En el sentido longitudinal de la viga, el acero de refuerzo que se coloca es el mínimo, dado por la expresión $0.0018 B d$

La aplicación de este algoritmo produce resultados aceptables cuando se trata de cimentar sistemas de mampostería estructural (muros reforzados), donde el asentamiento, como se verá más adelante, no depende de la rigidez de la fundación, sino de la rigidez de los muros del edificio y en donde no se justifica un estudio profundo de Interacción Suelo Estructura (ISE).

Una edificación puede ser concebida de modo que los muros estructurales se apoyen en un sistema o entramado de vigas continuas en dos direcciones, tal como se ilustra en la Figura 29. Este sistema se caracteriza por su alta

hiperestaticidad y rigidez (deseable). En este caso las rigiezes deberán ser aproximadamente iguales en ambas direcciones.

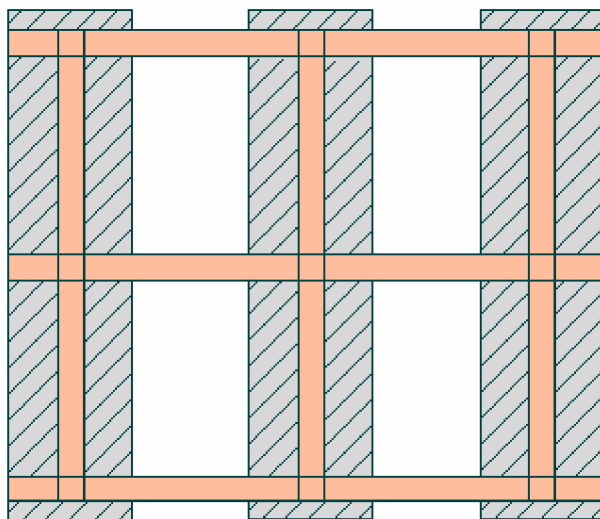


FIGURA 29. Alternativa de cimentación consistente en un sistema o entramado de zapatas continuas en dos direcciones.

Los sistemas estructurales aporticado y de mampostería estructural apoyados en vigas continuas fueron estudiados por Wilson de J. Herrón Durán (9). En este trabajo se sistematizaron los algoritmos del método interacción suelo – estructura, en el PROGRAMA DE INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA Versión 2.0, utilidad que facilitó la comparación con los métodos clásicos de análisis y permitió la observación del comportamiento de las estructuras en función de las más importantes variables que intervienen en el problema: compresibilidad del suelo (m_v), rigidez de la zapata, rigidez y configuración de la superestructura.

Con respecto al estudio de los sistemas aporticados apoyados en zapatas continuas, Herrón Durán presenta importantes conclusiones, algunas de las cuales se relacionan a continuación:

- Para el cálculo de los elementos mecánicos (fuerza axial, momento y cortante) de la zapata continua, cuando ésta sirve de cimentación a un pórtico, la precisión en la compresibilidad del suelo (módulo de compresibilidad m_v), no es determinante. En efecto, cuando la variación de la compresibilidad en el estrato inmediatamente debajo de la cimentación es aproximadamente un 50%, el diagrama de momentos permanece prácticamente igual para fines ingenieriles. Cuando la variación de m_v es mucho mayor (del orden de 1000%), el momento sufre una variación considerable, evento en el cual es mejor optar por una cimentación más económica: la zapata aislada.
- Los asentamientos total y diferencial de la estructura si varían en forma directa con la variación de la compresibilidad.
- El aumento de la rigidez de la zapata continua implica un aumento en el diagrama de momentos y simultáneamente un mayor control de los asentamientos diferenciales.
- El aporte de rigidez que hace la superestructura a la cimentación es muy poca. En la mayoría de los casos es despreciable, ya que el resultado obtenido al analizar la viga de cimentación sin tener en cuenta la rigidez de la superestructura es igual, para efectos de diseño, al obtenido cuando se considera toda la estructura.
- No es conveniente utilizar el método tradicional que parte de la suposición de reacción uniforme y lineal, ya que casi siempre este método aumenta los valores de los momentos, haciendo más costoso el diseño, o los subestima, haciéndolo inseguro.
- Cuanto mayor sea el número de luces que presente un pórtico apoyado en zapata continua, mayor será la justificación para realizar un análisis ISE.
- Cuanto mayor sea la separación de las columnas de un pórtico apoyado en zapata continua, mayor será la justificación para realizar un análisis ISE.

- Los resultados de la ISE son más coherentes con el comportamiento físico suelo – estructura que cualquier otro método tradicional, proporcionando generalmente un diseño más económico y seguro.

Las conclusiones más relevantes con respecto al estudio de sistemas de muros estructurales apoyados en zapatas continuas, presentadas por Herrón Durán son:

- La cimentación de una mampostería estructural sin vanos (garaje, pasadizo, etc) debe proveer la rigidez suficiente para impedir que el muro absorba las solicitaciones inducidas por asentamientos diferenciales. Esto se logra proporcionando un peralte importante a la sección y una cuantía mínima de acero de refuerzo.
- Se recomienda (y este es un aporte innovador de Herrón – Garza), para la zapata continua que sirve de cimentación a una mampostería con vanos (garaje, pasadizo, etc), no apoyarla en la zona donde el muro no le transmite carga, tal y como se ilustra en la Figura 30. Este modelo controla mucho mejor los asentamientos diferenciales y rebaja considerablemente el diagrama de momentos en un porcentaje que puede llegar a ser del 500%, según sea la carga que transmite el muro y la longitud del hueco, pudiéndose entonces utilizar zapatas más flexibles y eficientes.

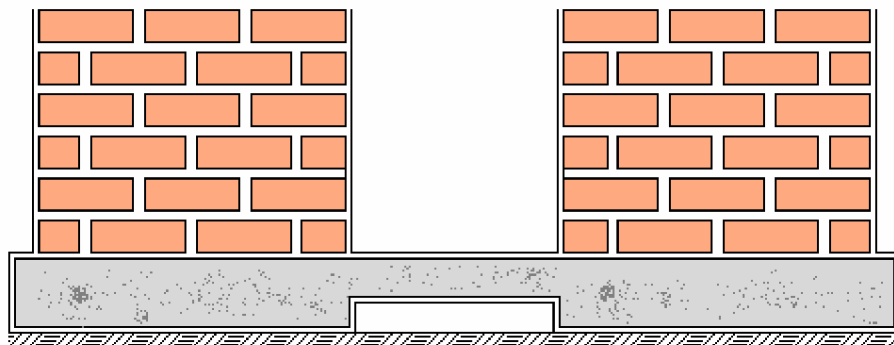


FIGURA 30. Detalle donde se indica la interrupción del apoyo en una zapata continua cuando se presentan vanos en la mampostería.

- La variación de la rigidez de la zapata continua que sirve de cimiento a una mampostería estructural, en la mayoría de los casos, no varía sustancialmente el régimen de momentos. Es posible trabajar con la rigidez mínima exigida por la Norma, puesto que da asentamientos diferenciales tolerables.
- La influencia de la compresibilidad del estrato en los elementos mecánicos de la estructura de cimentación es muy poca, casi despreciable. Esta variable afecta en forma casi directa el valor del asentamiento total.

Estas conclusiones del trabajo de Herrón Durán (9) fueron posteriormente verificadas y ratificadas por Juan Carlos Botero Martínez y Juan Carlos Gómez Zuluaga (0).

3.2.8 LOSAS DE CIMENTACIÓN

3.2.8.1 Losas de cimentación por contacto El uso de losas de cimentación es general en el caso de edificios en altura, en suelos compresibles y en ciertos sistemas estructurales, sobretodo en muros de carga.

En términos generales, si el área requerida para cimentar una estructura ocupa más del 50 % del área de la planta del edificio o estructura, se debe cimentar sobre una losa de cimentación como alternativa, ya que puede resultar más económica.

Al utilizar losas de cimentación de buena rigidez se reducen los asentamientos diferenciales y se admiten mayores asentamientos totales.

Para el estudio de las losas de cimentación se debe:

- Cumplir que en sentido horizontal, debajo de la losa, se presenta una estratigrafía uniforme.
- Cumplir que el centro de gravedad de la placa coincida o esté cercano al punto de aplicación de la resultante de las cargas.
- Disponer de un estudio de suelos confiable.
- Considerar en el diseño estructural la interacción suelo estructura (ISE).

Si el centro geométrico de la losa no coincide con el centro de cargas, se genera un par que modifica las presiones y se producen rotaciones de la cimentación.

Las losas de cimentación pueden ser diseñadas y construidas de diferentes formas, las cuales se explican a continuación y se ilustran en la Figura 31.

- Cajón: Con diafragma superior e inferior (contacto), aligerada. Exige construcción por etapas: Inicialmente la placa de contacto, posteriormente el cuerpo de las vigas y por último el diafragma superior.
- Maciza: (Con refuerzo en dos lechos). Exige mayor volumen de hormigón e incluso de refuerzo; no requiere aligeramiento; atienden grandes esfuerzos de cortante. Como desventaja se anota la dificultad que ofrece la reparación de instalaciones embebidas en su masa.

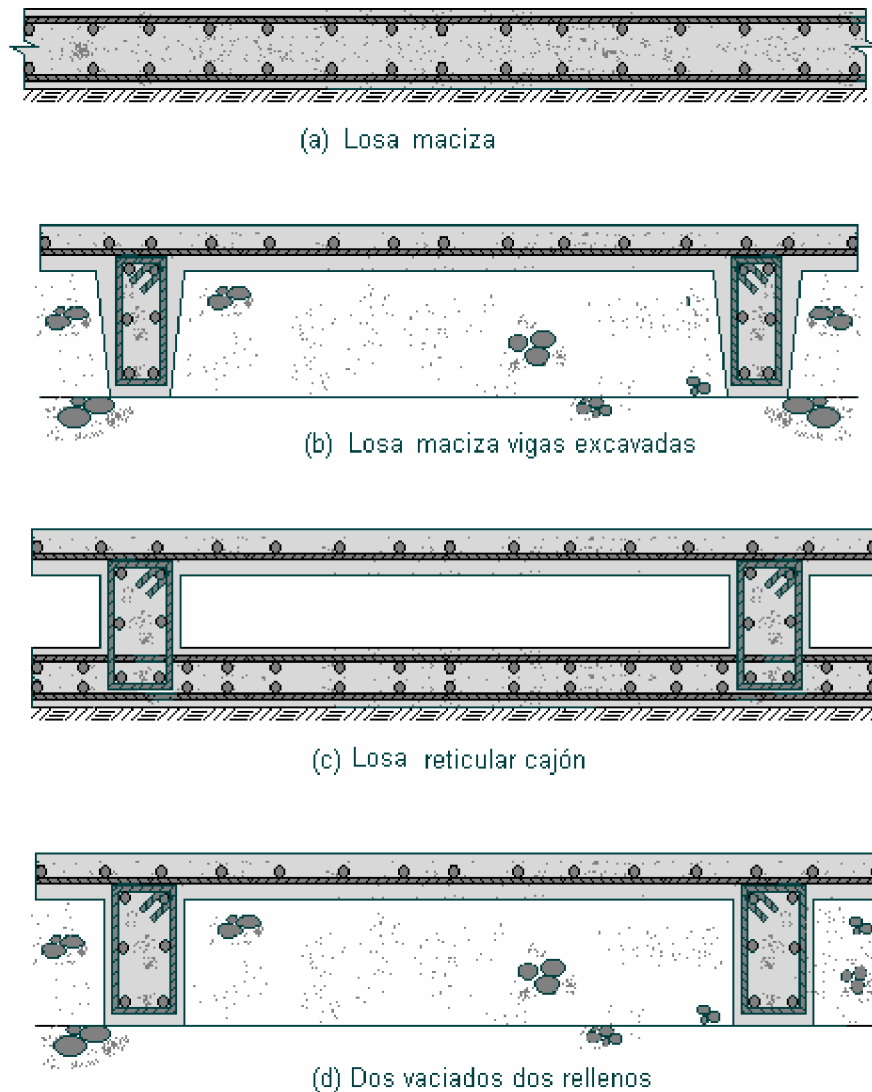


FIGURA 31. Diversas formas de diseñar y construir una losa de cimentación.

- Aligeradas con contacto a través del sistema de vigas a un suelo mejorado que redistribuye las cargas al suelo de cimentación.
- Maciza con elementos de rigidez fundidos en brechas excavadas en el suelo de cimentación: La placa es de menor espesor que en el caso de placa maciza sin rigidizantes y éstos pueden tener profundidad

considerable sin mayor extra-costo, pues no requieren formaleta. Presentan una desventaja de funcionamiento por la tendencia a falla de la cuña del suelo entre el alma de la viga y la placa horizontal. Además presentan el problema anotado con las instalaciones en el caso de losa maciza.

- Aligerada con relleno estructural: Mediante formaletas especiales se funde la parte principal de las vigas y se realiza un relleno en las celdas con material seleccionado y sobre éste se funde la placa estructural de contrapiso a la que se le supone sólo una transferencia de carga menor por el efecto de cuña.

Con respecto a las losas de cimentación, aunque el diseño se ciñe en todo al contenido general del título C de la NSR – 98 (1), se hace la advertencia de no utilizar el método directo del capítulo C.13, debido a la influencia de la Interacción Suelo Estructura, que toma en cuenta las características de deformabilidad del suelo y la estructura, para este tipo de fundaciones así como para zapatas combinadas y continuas en sistemas aporticados. La determinación de los esfuerzos de contacto, y por lo tanto, los elementos mecánicos, deben ser determinados por medio de un análisis conjunto del suelo y la estructura, con hipótesis de aproximación razonable.

En general debe evitarse el diseño de losas muy alargados en las cuales se generan momentos muy altos, tal y como se ilustra en la Figura 32. Para disminuir los momentos se pueden hacer articulaciones como la que se indica en la Figura 33.

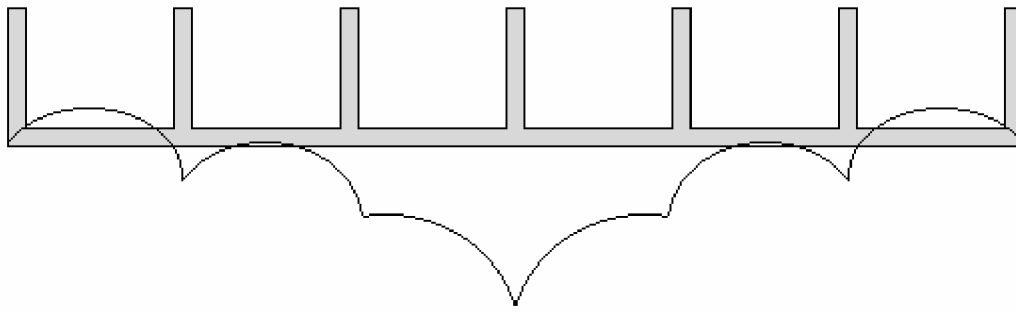


FIGURA 32. Detalle donde se indica la no conveniencia de losas de cimentación muy alargadas, debido a la generación de momentos muy altos en el centro de la losa.

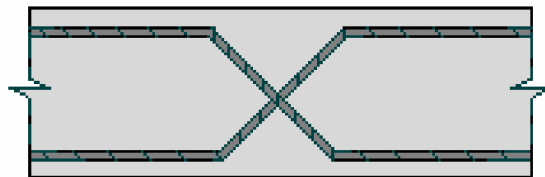


FIGURA 33. Articulación en la losa realizada mediante la configuración y colocación del acero de refuerzo.

Las viviendas de interés social, que generalmente tienen luces pequeñas (usualmente de 2.80 m), se suelen cimentar en losas macizas de poco espesor (más o menos de 7 cm), ya que la rigidez de la edificación se la dan los muros y no el espesor de la losa. En nuestro medio, para este caso tan común en viviendas hasta de dos pisos, se utiliza como acero de refuerzo la malla electrosoldada D84.

Otra alternativa muy utilizada en vivienda de interés social consiste en construir bloques de cuatro casitas, apoyados en una losa de cimentación. Para optar por esta solución se hace necesario un buen estudio de suelos que permita obtener datos del módulo de compresibilidad volumétrico hasta una profundidad igual al

doble del ancho de la losa de cimentación, es decir, hasta una profundidad aproximada de 20 m, a partir de la cual ya no tiene incidencia el bulbo de presiones.

3.2.8.2 Placas de flotación. Cuando por la compresibilidad del suelo no es posible utilizar una placa superficial de contacto, se emplea una caja formada por los sótanos de la construcción, de manera que el suelo de cimentación quede sometido a presiones análogas a las debidas al suelo que lo subyacía. Se pretende, en algunos casos, aprovechar el efecto de Arquímedes para el edificio, desalojando un peso de suelo mayor al impuesto por el edificio, de manera que éste experimente un empuje vertical igual a su peso; en este sentido sería necesario que el suelo estuviera saturado para que en la fase líquida se presente tal empuje y el restante “requerido” se absorbería por la capacidad del suelo en su fase sólida. El asentamiento total máximo del edificio sería del orden de la recuperación elástica del suelo, lo que exigiría suelos al menos parcialmente consolidados, pues en realidad el desplazamiento total es el debido al rebote elástico y a la deformación por carga correspondiente a la fase sólida.

A su vez las cimentaciones por flotación o compensación pueden ser de los tipos constructivos planteados en las placas de contacto. Naturalmente, si se prefiere, se pueden utilizar los muros laterales como rigidización adicional de la cimentación, lo que da lugar a los cajones de flotación (caissons).

3.2.8.3 Cajones de flotación Este sistema de cimentación ofrece notorias ventajas en muchos tipos de suelos compresibles: Elimina casi totalmente el rebote elástico, realiza simultáneamente los sistemas de contención, los cuales resultan económicos pues trabajan en cortina y se aprovechan en la cimentación como rigidizantes, y sobre todo, no requieren control de taludes de excavación, imposibles en casos de excavaciones en arenas finas saturadas.

El proceso constructivo, con variantes según el tipo de cajón, es el siguiente:

- Se ejecuta en la superficie el módulo inferior del edificio, realizando las paredes y la primera placa, en forma monolítica. Las paredes en la parte inferior poseen unas “cuchillas”, metálicas o en hormigón de refuerzo especial, que sirven para penetración del muro en el suelo.
- Seguidamente se realiza la excavación en el interior del módulo, evacuando el suelo y controlando la nivelación vertical de la estructura, la cual se va hundiendo a medida que se desaloja el suelo.
- Una vez se ha excavado lo suficiente para que el módulo haya penetrado hasta que la placa esté a nivel del suelo original, se construye el segundo sótano superficialmente con lo que se aumenta el peso de la penetración y se procede de la misma forma hasta que los sótanos lleguen a los niveles definitivos.
- Finalmente se vacía la placa de contrapiso (si se requiere) de forma que las paredes del sótano queden apoyadas en ella, así como todos los elementos verticales, aunque la primera placa puede usarse como placa de cimentación vaciada una vez que se ha enterrado el primer cuerpo.

Los tipos de cajones de flotación son cajones abiertos, cajones neumáticos y cajones especiales.

- Los cajones abiertos son aquellos en los cuales no se tiene tapa o fondo; se utilizan como protección de excavaciones. Son muy utilizados en pilas de puentes o de edificios.
- Los cajones neumáticos son aquellos que llevan de forma permanente o provisional una placa, próxima al fondo, de forma que el personal pueda trabajar en el aire comprimido bajo ésta. Aunque su construcción obedece más a la práctica profesional que a la teoría, se han desarrollado métodos

eficaces de trabajo mediante diseños extraordinarios de este sistema. La práctica más usual es la de que la primera placa que se construye (posterior a la hincada del primer tramo) sirva de soporte al sistema vertical de la estructura. El mantener aire comprimido, contrarresta la presión del lodo y el agua en el borde de la cuchilla; la suspensión de la presión es equivalente a empujarlo hacia abajo; repitiendo el proceso se pueden hincar cajones hasta de 35 m bajo el agua, lo que da presiones de trabajo hasta de 3.5 kgf/cm^2 en el aire a presión en la zona de trabajo, necesaria para hacer descender el agua del fondo de la excavación.

- Los cajones especiales actúan como muros o diques de contención en zonas marinas o lacustres, o como falso fondo en pilas de puentes.

3.2.9 PILAS CORTAS. Se utiliza el sistema de pilas cortas como la que se ilustra en la Figura 34 para trasladar cargas a estratos medianamente profundos de alta resistencia. La capacidad de una pila corta está asociada a la capacidad de soporte del suelo en la base ya que la fricción de los estratos que atraviesa se desprecia o se utiliza para soportar el peso propio.

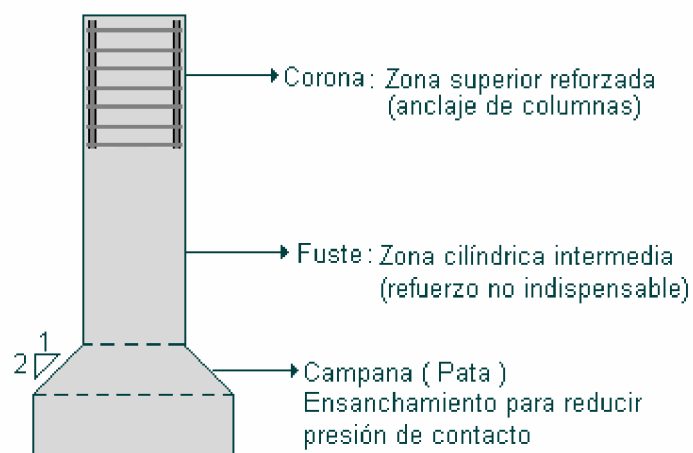


FIGURA 34. Detalle de una pila corta

La excavación, cuando se realiza manualmente, se protege mediante anillos de hormigón simple hasta el principio de la campana, la cual se realiza con excavación de pendiente negativa 2V a 1H generalmente. En casos especiales se utiliza refuerzo en el fuste para darle capacidad de resistencias a fuerzas laterales. El fuste generalmente tiene un diámetro de 1.20 m, en caso de excavación manual.

3.2.10 PILOTES. Los pilotes de cimentación pueden ser de madera adecuada (eucaliptus, mangle, etc), hormigón reforzado o metálicos. En los pilotes de madera debe inmunizarse la zona que esté por fuera del nivel freático con algún funguicida. En Colombia hay experiencia de fundaciones en pilotes de madera hasta de ochenta años con buenos resultados a la fecha. Sin embargo, con la progresiva tala de bosques y las regulaciones ecológicas, el uso de este tipo de pilotes tiende a reducirse.

Aunque son más costosos, los pilotes de hormigón dan mayor capacidad por su mayor diámetro y su durabilidad. Los pilotes prefabricados en hormigón armado o pretensionado, son de excelente calidad. Para cargas muy altas en subsuelo rocoso se utilizan pilotes de perfiles metálicos con revestimientos anticorrosivos, incluso en hormigón.

La capacidad de los pilotes, sin embargo, está vinculada a la capacidad del subsuelo. Un pilote puede trabajar de punta cuando atraviesa estratos muy blandos y se apoya en un estrato de poca compresibilidad y gran firmeza; trabaja por fricción mediante el rozamiento de la superficie del pilote y estratos cohesivos o que ofrezcan resistencia apreciable al corte; pueden finalmente trabajar por fricción y punta, combinando las situaciones anteriores.

En la Figura 35 se indica el trabajo de un pilote apoyado en estratos de diferente calidad. La Figura 35(a) representa el caso en el cual el pilote trabaja

primordialmente de punta, tal y como se ilustra en la correspondiente gráfica de resistencia Q versus deformación δ . En la Figura 35(b) se ilustra el caso en el cual predomina el trabajo por fricción.

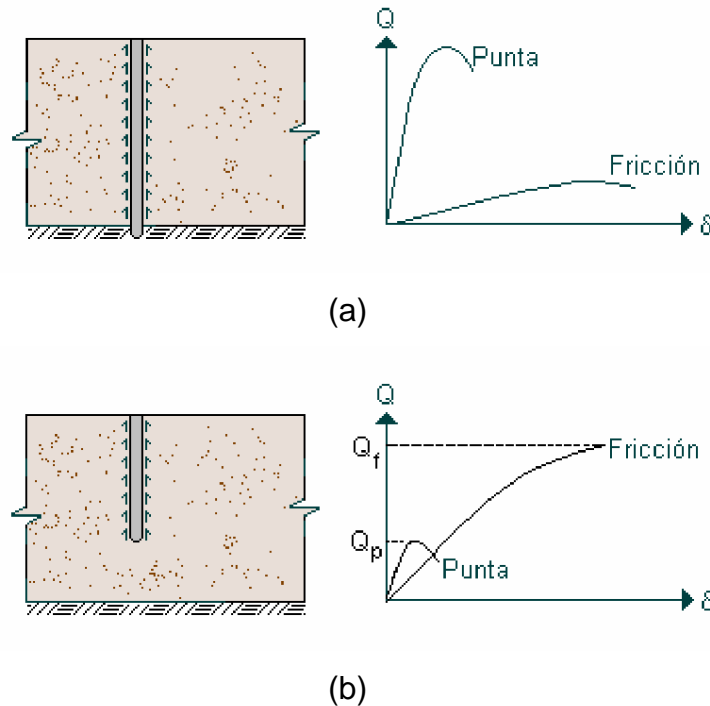


FIGURA 35. Trabajo de los pilotes apoyados en estratos de diferente calidad

El aporte de resistencias por punta o por fricción se pueden sumar siempre y cuando ambas estén referidas al mismo material, es decir, evaluadas en el mismo estrato, situación que se ilustra en la Figura 36.

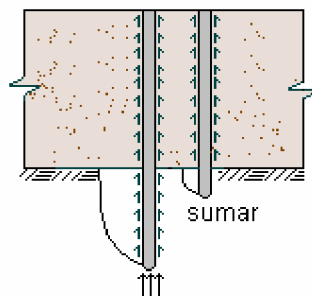


FIGURA 36. Aporte de resistencia por punta y por fricción en los pilotes

En una zona sísmica nunca se deben poner pilotes de fricción a trabajar aisladamente. Conviene en esta caso que trabajen mancomunadamente anclados a una losa de cimentación, según se ilustra en la Figura 37. En este evento, con el propósito de que la losa siempre esté en contacto con el suelo, los pilotes se deben diseñar a la falla y colocar menos pilotes de los que se requieren para cargar toda la estructura con un factor de seguridad de 1. Debe procurarse que los pilotes se repartan uniformemente.

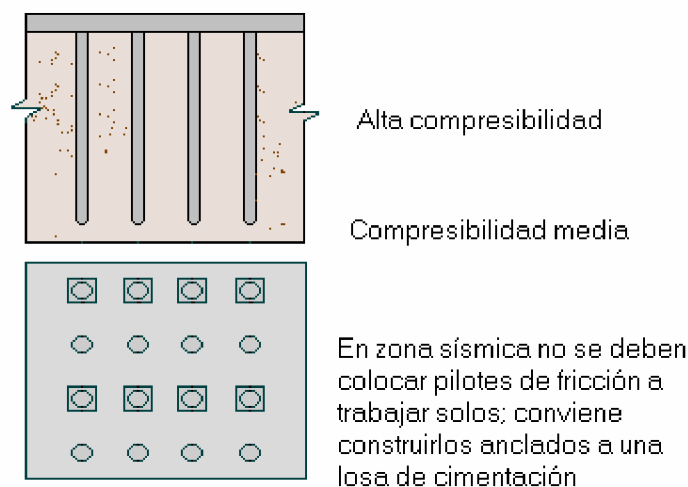


FIGURA 37. Pilotes por fricción construidos monolíticamente con una losa de cimentación

Los pilotes hincados a percusión utilizan sistemas especiales de hinca, mediante energía dinámica suministrada por un martinete. De acuerdo con los parámetros de hinca, se puede determinar la capacidad del pilote, mediante la aplicación de ecuaciones bien conocidas. En arenas se puede presentar resistencia aparente a la penetración, por acomodamiento de los granos en dirección de las líneas de compresión. En zonas urbanas muy pobladas, el ruido de hinca limita su uso. La longitud predeterminada de pilotes mediante el estudio de suelos pocas veces es exacta en la realidad y se hace necesario la “descabezada” de la longitud sobrante o el recalzado en hormigón fundido, con lo cual se elevan los costos. De otro lado,

una limitación importante en el diseño mismo del pilote en su longitud y peso lo que obliga a pilotes esbeltos que tienen capacidad individual limitada por lo que casi siempre se utilizan en grupo con la consecuente pérdida de capacidad de conjunto, debido a la interferencia de bulbos individuales, disminuyendo la eficiencia.

El desarrollo de equipos de construcción presenta los pilotes preexcavados mecánicamente, de muchas ventajas con relación a los hincados : No hay ruido de hinca, la longitud es exacta y no hay desperdicio, virtualmente no hay limitación en la longitud y el diámetro, no presenta resistencia aparente en arenas. Con todo, presentan inconvenientes en suelos arenosos saturados en los cuales se utilizan lodos bentoníticos y tubos tremmi que aumentan los costos, son ineficientes los equipos en zonas con algún tipo de cantos rocosos y no se les mide uno a uno su capacidad por hincada.

3.2.11 PILAS LARGAS (CAISSONS). Las pilas largas, pata de elefante o caissons (por el sistema constructivo) se emplean cuando el estrato firme está a gran profundidad. La capacidad de una pila está limitada por su capacidad estructural y por la capacidad de soporte del suelo de cimentación, siendo la capacidad la menor de las anteriores.

El diseño estructural debe tener en cuenta las condiciones de confinamiento para efectos de esbeltez. En suelos muy blandos como turba, suelos orgánicos, arcilla plástica, etc. El grado de confinamiento es bajo y la pila se considera esbelta, así como en agua o aire. En otros suelos la pila se puede considerar como intermedia o corta. El anillo debe ir reforzado con el fin de prevenir inhomogeneidad del suelo que obliga a un comportamiento de concha dicho anillo. Igualmente, las pilas largas deben llevar refuerzo en la corona, el fuste y en la pata. Se deben tener en cuenta en el diseño las características de los materiales (acero y hormigón) en cuanto a resistencia mecánica y propiedades de rigidez y

deformabilidad, la longitud no soportada de la pila, la magnitud de la carga axial y su excentricidad, la forma y el tamaño de la sección, la acción de cargas horizontales y los efectos de segundo orden. Igualmente se deben tener en cuenta los aspectos de construcción (esviaje o distorsión del eje) y deformación del suelo.

En el párrafo C.15.11 de las NSR 98 (1) se establecen criterios para el anclaje de los pilotes y caissons en los cabezales, cuyo desarrollo debe ser igual a la longitud requerida a tracción.

También se establecen los esfuerzos axiales máximos sobre el pilote, o sobre el fuste, así como las cuantías longitudinales, transversales, y longitud mínimas de la armadura, para casos en que los pilotes no queden trabajando a momentos y cortantes debido a cargas sísmicas, deslizamientos, presiones activas ó pasivas, etc.

4 MODELACIÓN DEL ANÁLISIS INTERACCIÓN SUELO ESTRUCTURA (ISE)

Como herramienta práctica para la modelación del método de análisis interacción suelo estructura (ISE) se han desarrollado bajo la dirección del profesor Garza Vásquez varias versiones de programas, entre las cuales se destacan el ISE 93 y el ISE 94.

La interacción suelo – estructura por el ISE 93, desarrollado por Juan Carlos Botero Martinez y Juan Carlos Gómez Zuluaga (0) utiliza el método directo de rigidez, el cual realiza un análisis plano de la estructura completa (superestructura y cimentación) y el suelo de cimentación; y en forma conjunta determina los desplazamientos en los nudos, los asentamientos en los apoyos, las reacciones del suelo, y todos los elementos mecánicos necesarios para el diseño. Todo esto en forma directa y empleando métodos matriciales exactos sin aplicar el concepto del módulo de cimentación o coeficiente de balasto.

De otra parte, El programa ISE 94 desarrollado por Wiston Echavarría y Francisco Hoyos (7) permite por medio de un proceso interactivo y con la utilización de los paquetes comerciales de análisis estructural por elementos finitos SAP 80 (12) o SAP 90 (13) obtener la solución de todas las estructuras planas o espaciales, que puedan enmarcarse dentro de los grandes grupos de elementos manejados por la serie SAP (FRAME, QUAD (SHELL), ASOLID y SOLID) y apoyada sobre cualquiera de los sistemas de cimentación superficial (zapatas aisladas, zapatas continuas y losas de fundación).

Para el análisis y diseño de zapatas continuas apoyadas en suelos arcillosos, el método de Winkler, conocido también como teoría clásica de la viga sobre fundación elástica, el cual idealiza al suelo como resortes elásticos, es inseguro, pero no puede descartarse. El ISE 94 (análisis tridimensional) ofrece resultados seguros pero su aplicación es compleja. El ISE 93 (plano) da resultados seguros y conservadores.

Para el análisis y diseño de zapatas continuas apoyadas en suelos arenosos, el ISE 93 (plano) resulta funcional, conservador y suficiente.

Para losas apoyadas en suelos arenosos los resultados obtenidos mediante la aplicación del método de Winkler son razonables. En este caso, la variabilidad con la profundidad del módulo de compresibilidad m_v , no reviste importancia, pudiéndose prescindir en el análisis de la Interacción Suelo Estructura (ISE).

Para el diseño de losas de cimentación apoyadas en suelos cohesivos, se justifica realizar análisis de interacción suelo estructura tridimensional para lo cual se recomienda utilizar el programa de análisis ISE 94. La idealización del suelo como resortes elásticos (Método de Winkler) no es recomendable.

En el anexo 2 del presente trabajo, se incluye un ejemplo de un sistema aporticado apoyado sobre una zapata continua para el cual se utilizó en la modelación de la interacción suelo - estructura la herramienta ISE 93.

Así mismo, en el anexo 2 se presenta un ejemplo de estructura tridimensional apoyada sobre una losa de fundación. En este caso, se utilizó para el análisis de interacción suelo - estructura el programa ISE 94.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AGUIRRE GALLEGO, Carlos Mauricio y AMARIS MESA, Alejandro Darío. *Análisis Estructural de Zapatas Medianeras*. Tesis ingeniería civil, Universidad Nacional de Colombia – Seccional Medellín, 1997.
2. ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE INGENIERÍA SÍSMICA. *Normas Colombianas de Construcción y diseño Sismorresistente*, Santafé de Bogotá, 1998.
3. BOTERO MARTINEZ, Juan Carlos y GÓMEZ ZULUAGA, Juan Carlos. *Método General de Interacción Suelo - Estructura*. Tesis ingeniería civil, Universidad Nacional de Colombia – Seccional Medellín, 1993.
4. BOWLES, Joseph. *Foundation Analysis and Design*. 4 ed. Singapore. Mc Graw Hill, 1988. 1004p.
5. CALAVERA, José. *Cálculo de Estructuras de Cimentación*. Madrid, España, Intemac, 1991. 375p.
6. CASTRILLÓN OBERNDORFER, Elkin. *Ejercicios, Tablas y Diagramas de diseño*. Universidad Nacional de Colombia – Seccional Medellín, 2000

7. ECHAVARRÍA GALLEGO, Wiston y HOYOS CHICA, Francisco. *Efecto Tridimensional en el Análisis de Sistemas de Cimentación Superficial por el método de Interacción Estática Suelo Estructura*. Tesis ingeniería civil, Universidad Nacional de Colombia – Seccional Medellín, 1995
8. GARZA VÁSQUEZ, Luis. *Diseño de Estructuras de Cimentación de acuerdo con las NSR – 98, Borrador para Trabajo de Promoción*. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Facultad de Minas, 2002.
9. HERRÓN DURÁN, Wilson. *Diseño de Zapatas Continuas por el Método de Interacción Suelo - Estructura*. Tesis ingeniería civil, Universidad Nacional de Colombia – Seccional Medellín, 1988.
10. KERPEL, Enrique. *Conferencias de Concreto II*. Santafé de Bogotá, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Colombia, 1977.
11. OCHOA ESCUDERO, Edison. *Sistematización del Concepto Unificado para el Diseño y Revisión en Hormigón Pretensado y no Pretensado de Secciones I, T, y Rectangulares Sometidas a Flexión*. Tesis ingeniería civil, Universidad Nacional de Colombia – Seccional Medellín, 1988.
12. WILSON, Eduard and HABIBULLAH, Ashrat. *SAP80 Structural Analysis Programs: a Series of Computer Programs for the Static and Dinamic Finite Element Analysis of Structures*. California, U.S.A. : Computers & Structures inc., 1984.
13. WILSON, Eduard and HABIBULLAH, Ashrat. *SAP80 Structural Analysis Programs: a Series of Computer Programs for the Static and Dinamic Finite Element Analysis of Structures*. California, U.S.A. : Computers & Structures inc., 1992.

14. ZEEVAERT W, Leonardo. *Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions*. 2da. Ed., New York. Van Nostrand Reinold, Company, 1973. 676p.

ANEXO 2

EJEMPLOS DE DISEÑO

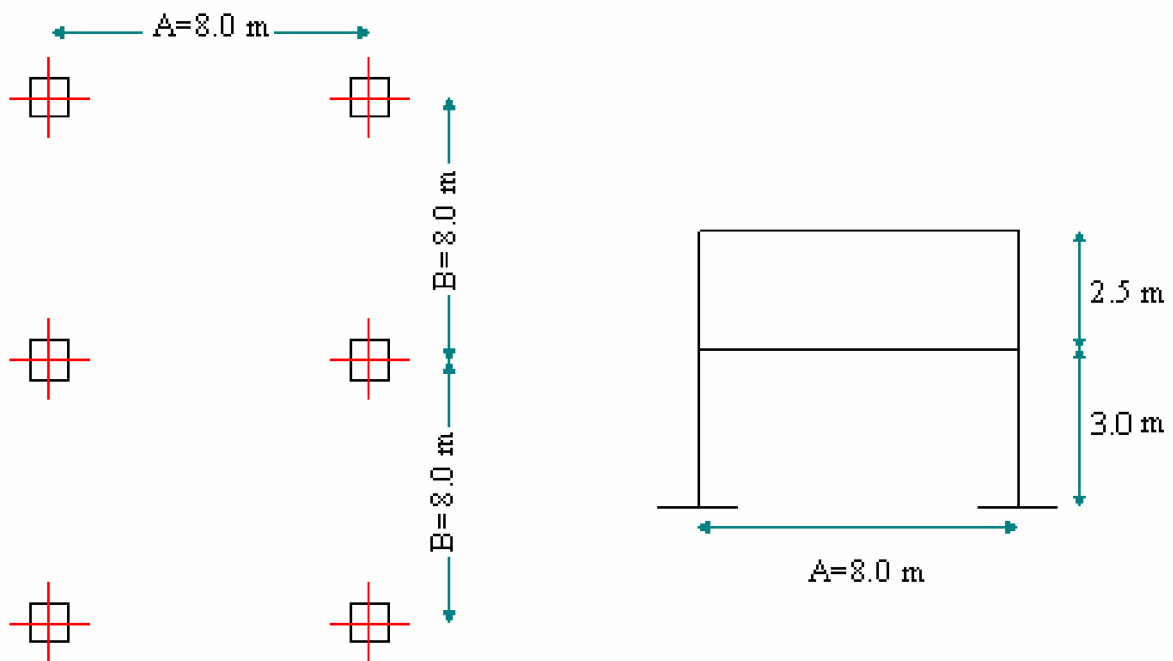
ZAPATAS CONTINUAS (APLICACIÓN DE ISE 93)

LOSAS DE FUNDACIÓN (APLICACIÓN DE ISE 94)

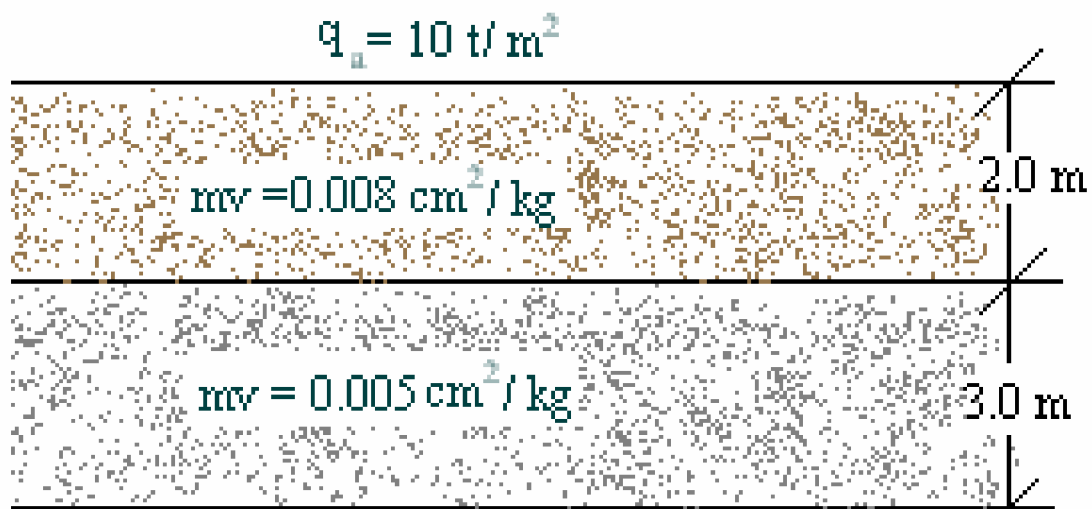
1 ZAPATA CONTINUA:

Se diseñará la zapata continua para cimentar un pórtico de dos luces iguales de 8 m, considerando la siguiente información:

Datos iniciales:



Estratigrafía de la cimentación:



Sección Columnas: 40 cm x 40 cm

Sección Vigas: 40 cm x 45 cm

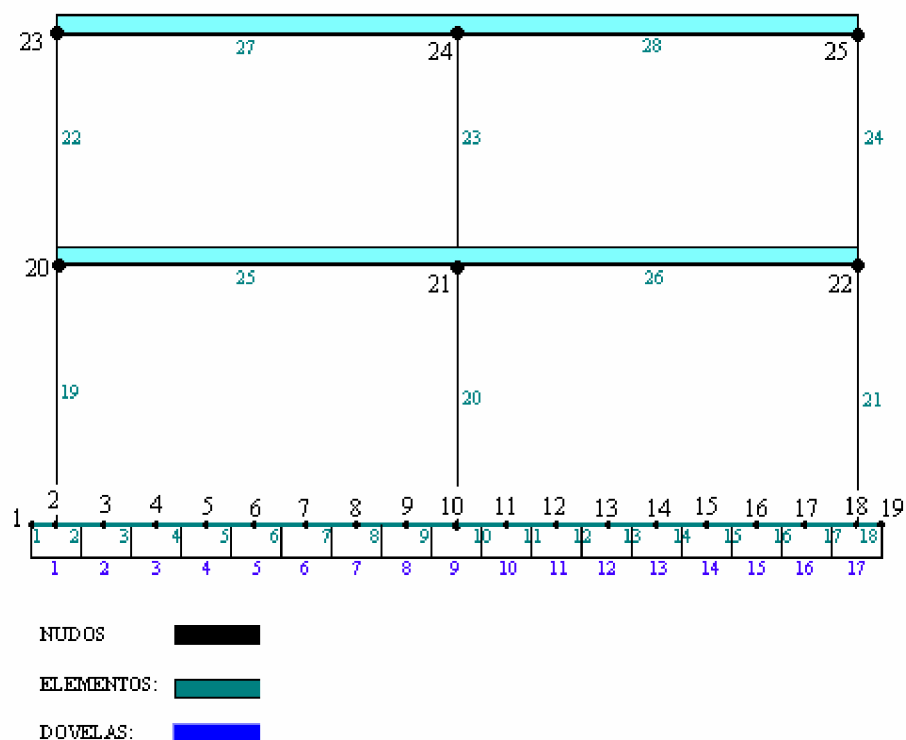
qa = 10 t/m²

f'c = 21 MPa

fy = 420 MPa

Para el diseño de la zapata continua se utilizó el programa de computador ISE93.

A continuación se muestra la numeración de nudos y elementos.



Número de nudos: 26

Número de Dovelas:	17
Número de elementos:	28 (18 en la cimentación)
Altura de piso:	3.0 m (Primer piso), 2.5 m (Segundo piso).
Número de nudos rígidos:	19
Número de restricciones:	19
Luces de Pisos:	8.0 m

§ Cargas sobre la estructura:

De acuerdo con el análisis estructural realizado anteriormente se tienen las siguientes cargas concentradas en los nudos:

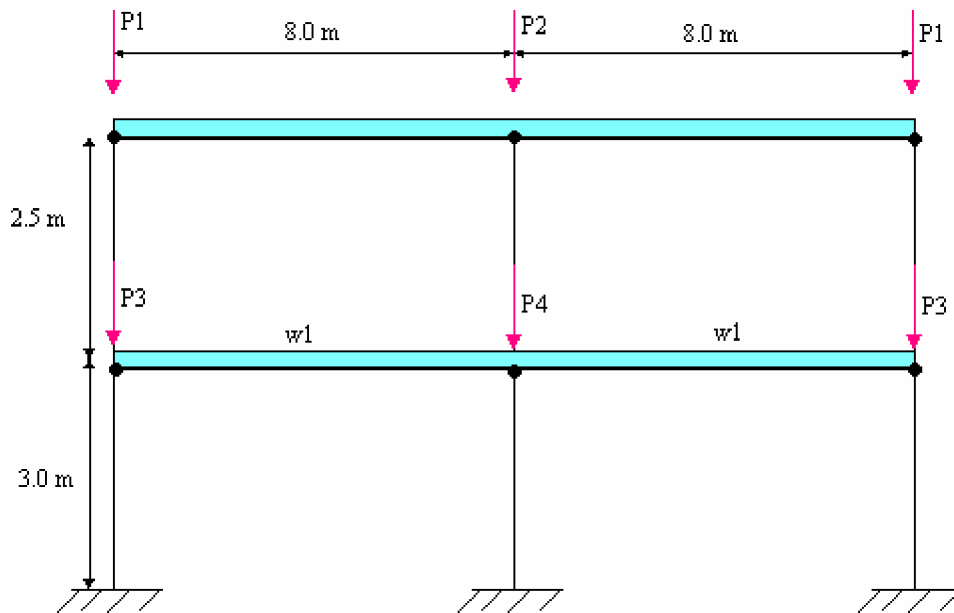
$$P1 = (D_S + L_S) * 4 \text{ m} * 8 \text{ m}/2 = (439 + 200) * 4 \text{ m} * 8 \text{ m}/2 = 10224 \text{ kgf} = 10.22 \text{ ton}$$

$$P2 = (D_S + L_S) * 8 \text{ m} * 8 \text{ m}/2 = (439 + 200) * 8 \text{ m} * 8 \text{ m}/2 = 20448 \text{ kgf} = 20.45 \text{ ton}$$

$$\begin{aligned} P3 &= (D_I + L_I) * 4 \text{ m} * 8 \text{ m}/2 + M_c * 8 \text{ m}/2 = (780 + 200) * 4 \text{ m} * 8 \text{ m}/2 + 487.5 * 8 \text{ m}/2 \\ &= 17630 \text{ kgf} = 17.63 \text{ ton} \end{aligned}$$

$$P4 = (D_I + L_I) * 8 \text{ m} * 8 \text{ m}/2 = (780 + 200) * 8 \text{ m} * 8 \text{ m}/2 = 31360 \text{ kgf} = 31.36 \text{ ton}$$

$$w1 = 487.5 \text{ kgf/m} = 0.49 \text{ ton/m}$$



§ La carga total que desciende a la cimentación

Vigas transversales superiores:

$$2 (P_1 + 0.4 * 0.45 * 2.4 * 8/2) + (P_2 + 0.4 * 0.45 * 2.4 * 8/2)$$

Vigas transversales inferiores:

$$2 (P_3 + 0.4 * 0.45 * 2.4 * 8/2) + (P_4 + 0.4 * 0.45 * 2.4 * 8/2)$$

Vigas longitudinales superiores: $(0.4 * 0.45 * 2.4 * 16)$

Vigas longitudinales inferiores: $(w_1 + 0.4 * 0.45 * 2.4) * 16$

Columnas : $(0.4 * 0.40 * 2.4 * 5.5 * 3)$

Cerramiento sobre zapatas: $(1.3 * 0.15 * 3.0 * 16)$

$$P_t = 155.24 \text{ ton}$$

§ El ancho de la cimentación es:

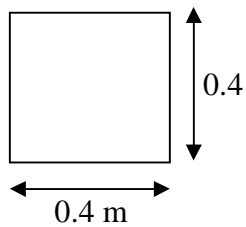
$$B = \frac{P_t}{q_a \cdot L} = \frac{155.24 \text{ ton}}{10 \text{ ton/m}^2 \times 17 \text{ m}} = 0.91 \text{ m}$$

Con: $q_a = 10 \text{ ton/m}^2$ $L = 17 \text{ m}$

Se elige $B = 1.90 \text{ m}$

§ Secciones y propiedades de los elementos:

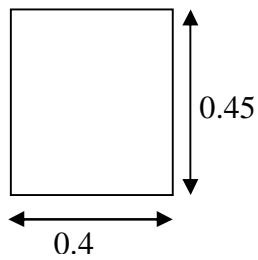
Columna



$$A = 1600 \text{ cm}^2$$

$$I_x = I_y = 40^4 / 12 = 2.133 \times 10^5 \text{ cm}^2$$

Vigas

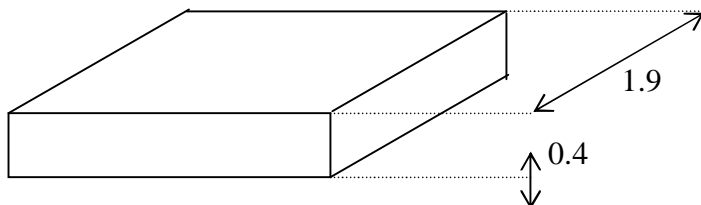


$$A = 1800 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 3.038 \times 10^5 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 2.400 \times 10^5 \text{ cm}^2$$

Zapata continua



Módulo de elasticidad del hormigón: Se recomienda tomar la mitad del valor estipulado en la norma.

$$E = \frac{3900\sqrt{f'_c}}{2} = 8936\text{MPa} = 89.4\text{ton/cm}^2$$

Los siguientes son los datos y correspondientes resultados del ISE93:

NOMBRE DEL PROYECTO: TRABAJO DE CIMENTACIONES ESPECIALES

UNIDADES USADAS: Toneladas-Metros-Radianes

DATOS DE LA ESTRUCTURA (ZAPATA CONTINUA)

NÚMERO DE ELEMENTOS	= 28
NÚMERO DE NUDOS	= 25
NÚMERO DE RESTRICCIONES	= 19
NÚMERO DE NUDOS RESTRINGIDOS	= 19

Tabla 1

NUDO	COORDENADA-X	COORDENADA-Y	REST-X	REST-Y	REST-Z
-------------	---------------------	---------------------	---------------	---------------	---------------

1	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
2	0.50	0.00	1.00	0.00	0.00
3	1.50	0.00	1.00	0.00	0.00
4	2.50	0.00	1.00	0.00	0.00
5	3.50	0.00	1.00	0.00	0.00
6	4.50	0.00	1.00	0.00	0.00
7	5.50	0.00	1.00	0.00	0.00
8	6.50	0.00	1.00	0.00	0.00
9	7.50	0.00	1.00	0.00	0.00
10	8.50	0.00	1.00	0.00	0.00
11	9.50	0.00	1.00	0.00	0.00
12	10.50	0.00	1.00	0.00	0.00
13	11.50	0.00	1.00	0.00	0.00
14	12.50	0.00	1.00	0.00	0.00
15	13.50	0.00	1.00	0.00	0.00
16	14.50	0.00	1.00	0.00	0.00
17	15.50	0.00	1.00	0.00	0.00
18	16.50	0.00	1.00	0.00	0.00
19	17.00	0.00	1.00	0.00	0.00
20	0.50	3.00	0.00	0.00	0.00
21	8.50	3.00	0.00	0.00	0.00
22	16.50	3.00	0.00	0.00	0.00
23	0.50	5.50	0.00	0.00	0.00
24	8.50	5.50	0.00	0.00	0.00
25	16.50	5.50	0.00	0.00	0.00

Tabla 2

ELEMENTO	N.I	N.F	MOD ELAST	ÁREA SECCIÓN	MTO. INERCI	LONGITUD	CX	CY
1	1	2	894E+3	0.40	5.33E-03	0.50	1.000	0.000

2	2	3	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
3	3	4	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
4	4	5	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
5	5	6	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
6	6	7	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
7	7	8	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
8	8	9	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
9	9	10	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
10	10	11	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
11	11	12	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
12	12	13	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
13	13	14	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
14	14	15	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
15	15	16	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
16	16	17	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
17	17	18	894E+3	0.40	5.33E-03	1.00	1.000	0.000
18	18	19	894E+3	0.40	5.33E-03	0.50	1.000	0.000
19	2	20	894E+3	0.16	2.13E-03	3.00	0.000	1.000
20	10	21	894E+3	0.16	2.13E-03	3.00	0.000	1.000
21	18	22	894E+3	0.16	2.13E-03	3.00	0.000	1.000
22	20	23	894E+3	0.16	2.13E-03	2.50	0.000	1.000
23	21	24	894E+3	0.16	2.13E-03	2.50	0.000	1.000
24	22	25	894E+3	0.16	2.13E-03	2.50	0.000	1.000
25	20	21	894E+3	0.18	3.04E-03	8.00	1.000	0.000
26	21	22	894E+3	0.18	3.04E-03	8.00	1.000	0.000
27	23	24	894E+3	0.18	3.04E-03	8.00	1.000	0.000
28	24	25	894E+3	0.18	3.04E-03	8.00	1.000	0.000

DATOS DEL SUELO (ZONA URBANA ALICANTE)

NÚMERO DE ESTRATOS **= 10**
NÚMERO DE DOVELAS **= 17**
CAPACIDAD ULT [T/m²] **= 30.00**

Tabla 3

ESTRATO	ESPESOR	Mv [m ² /T]	ALFA [m ³ /T]	PROFUNDIDAD 1/2
1	0.5	8.00E-04	4.00E-04	0.25
2	0.5	8.00E-04	4.00E-04	0.75
3	0.5	8.00E-04	4.00E-04	1.25
4	0.5	8.00E-04	4.00E-04	1.75
5	0.5	5.00E-04	2.50E-04	2.25
6	0.5	5.00E-04	2.50E-04	2.75
7	0.5	5.00E-04	2.50E-04	3.25
8	0.5	5.00E-04	2.50E-04	3.75
9	0.5	5.00E-04	2.50E-04	4.25
10	0.5	5.00E-04	2.50E-04	4.75

DIMENSIONES DE LAS DOVELAS

Tabla 4

DOVELA	LONGITUD	ANCHO
1	1.00	1.90
2	1.00	1.90

3	1.00	1.90
4	1.00	1.90
5	1.00	1.90
6	1.00	1.90
7	1.00	1.90
8	1.00	1.90
9	1.00	1.90
10	1.00	1.90
11	1.00	1.90
12	1.00	1.90
13	1.00	1.90
14	1.00	1.90
15	1.00	1.90
16	1.00	1.90
17	1.00	1.90

DATOS DE CARGA (SERVICIO (PP + D + L))

NUMERO DE NUDOS CARGADOS = 6

DE ELEMENTOS CARGADOS = 2

FUERZAS DE EMPOTRAMIENTO

Tabla 5

ELEMENTO	ACCION 1	ACCION 2	ACCION 3	ACCION 4	ACCION 5	ACCION 6
1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
2	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
3	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

4	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
6	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
7	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
8	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
9	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
10	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
11	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
12	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
13	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
14	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
15	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
17	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
18	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
19	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
20	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
21	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
22	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
23	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
24	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
25	0.00E+00	1.96E+00	2.61E+00	0.00E+00	1.96E+00	-2.61E+00
26	0.00E+00	1.96E+00	2.61E+00	0.00E+00	1.96E+00	-2.61E+00
27	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
28	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

ACCIONES EN LOS NUDOS

Tabla 6

NUDO	ACCION EN X	ACCION EN Y	ACCION EN Z
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0
16	0	0	0
17	0	0	0
18	0	0	0
19	0	0	0
20	0	-17.630	0
21	0	-31.360	0
22	0	-17.630	0
23	0	-10.220	0
24	0	-20.450	0
25	0	-10.220	0

RESULTADOS

DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS

Tabla 7

NUDO	DESP X	DESP Y	DESP Z
1	0.00E+00	-1.26E-02	3.50E-03
2	0.00E+00	-1.09E-02	3.50E-03
3	0.00E+00	-7.01E-03	3.84E-03
4	0.00E+00	-3.71E-03	2.64E-03
5	0.00E+00	-1.89E-03	1.00E-03
6	0.00E+00	-1.72E-03	-6.63E-04
7	0.00E+00	-3.18E-03	-2.22E-03
8	0.00E+00	-6.03E-03	-3.38E-03
9	0.00E+00	-9.50E-03	-3.25E-03
10	0.00E+00	-1.15E-02	-8.37E-18
11	0.00E+00	-9.50E-03	3.25E-03
12	0.00E+00	-6.03E-03	3.38E-03
13	0.00E+00	-3.18E-03	2.22E-03
14	0.00E+00	-1.72E-03	6.63E-04
15	0.00E+00	-1.89E-03	-1.00E-03
16	0.00E+00	-3.71E-03	-2.64E-03
17	0.00E+00	-7.01E-03	-3.84E-03
18	0.00E+00	-1.09E-02	-3.50E-03
19	0.00E+00	-1.26E-02	-3.50E-03
20	-2.06E-04	-1.15E-02	-1.14E-03
21	1.88E-15	-1.27E-02	-5.30E-16
22	2.06E-04	-1.15E-02	1.14E-03

23	6.52E-05	-1.17E-02	2.04E-04
24	2.76E-15	-1.30E-02	-2.65E-16
25	-6.52E-05	-1.17E-02	-2.04E-04

DESPLAZAMIENTOS Y REACCIONES DEL SUELO

Tabla 8

DOVELA	DESP	REACCIONES [T]	Q .LIN [T/m]	Q .DIST [T/m ²]
1	-1.09E-02	18.59	18.58	9.78
2	-7.01E-03	7.56	7.56	3.98
3	-3.71E-03	3.08	3.08	1.62
4	-1.89E-03	0.00	0.74	0.39
5	-1.72E-03	0.00	0.53	0.28
6	-3.18E-03	2.34	2.34	1.23
7	-6.03E-03	6.09	6.09	3.21
8	-9.50E-03	11.29	11.29	5.94
9	-1.15E-02	14.92	14.92	7.85
10	-9.50E-03	11.29	11.29	5.94
11	-6.03E-03	6.09	6.09	3.21
12	-3.18E-03	2.34	2.34	1.23
13	-1.72E-03	0.00	0.53	0.28
14	-1.89E-03	0.00	0.74	0.39
15	-3.71E-03	3.08	3.08	1.62
16	-7.01E-03	7.56	7.56	3.98
17	-1.09E-02	18.59	18.58	9.78

ELEMENTOS MECANICOS DE LA SUPERESTRUCTURA

Tabla 9

ELEMENTO	N.I	N.F	AXIAL N.I	CORT N.I	MOMEN N.I	AXIAL N.F	CORT N.F	MOMEN N.F
19	2	20	29.73	2.83	7.19	-29.73	-2.83	1.3
20	10	21	55.89	0	0	-55.89	0	0
21	18	22	29.73	-2.83	-7.19	-29.73	2.83	-1.3
22	20	23	10.36	-1.31	-2.66	-10.36	1.31	-0.62
23	21	24	20.18	0	0	-20.18	0	0
24	22	25	10.36	1.31	2.66	-10.36	-1.31	0.62
25	20	21	-4.14	1.74	1.36	4.14	2.18	-3.09
26	21	22	-4.14	2.18	3.09	4.14	1.74	-1.36
27	23	24	1.31	0.14	0.62	-1.31	-0.14	0.48
28	24	25	1.31	-0.14	-0.48	-1.31	0.14	-0.62

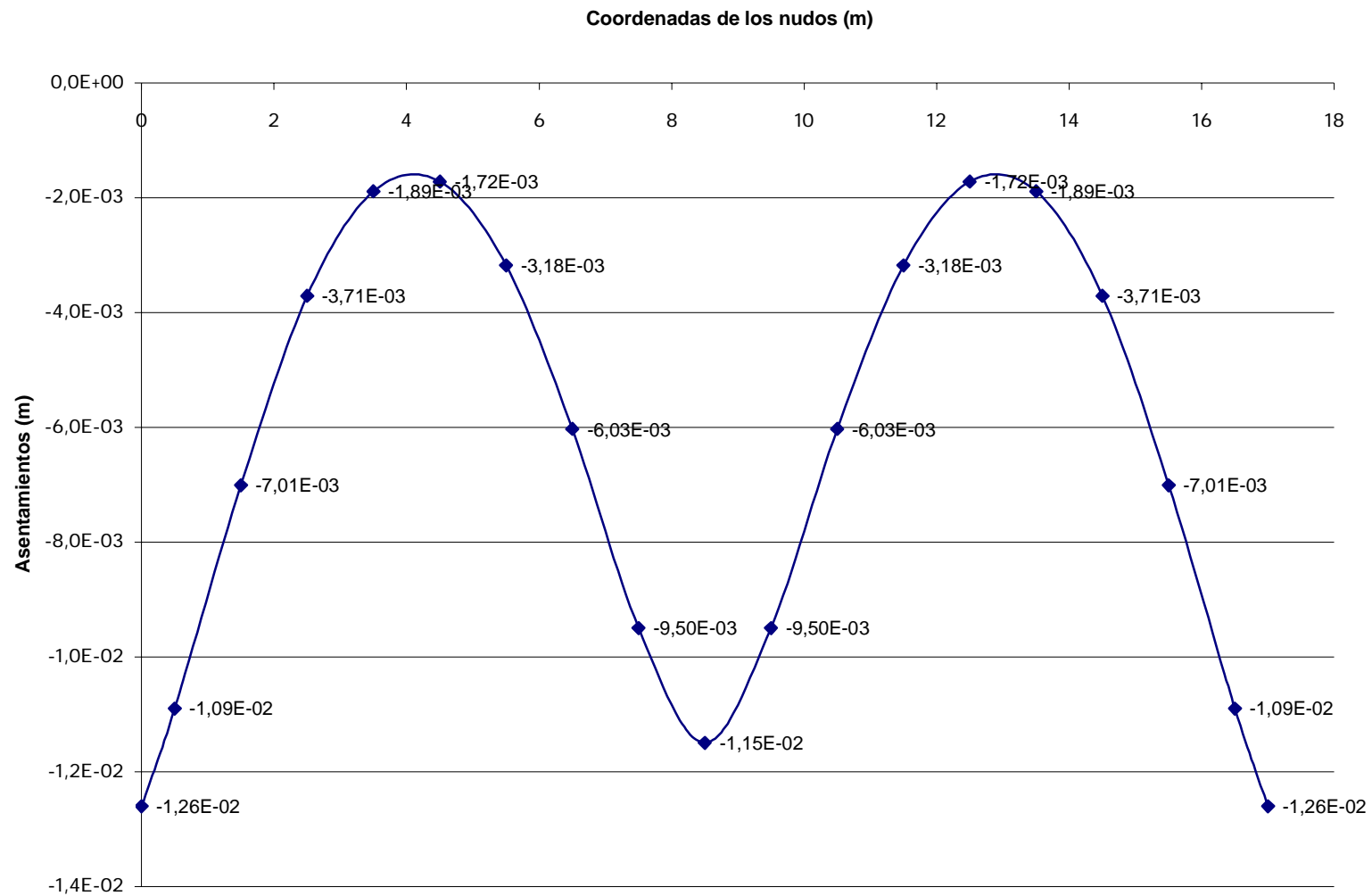
ELEMENTOS MECANICOS DE LA CIMENTACIÓN

Tabla 10

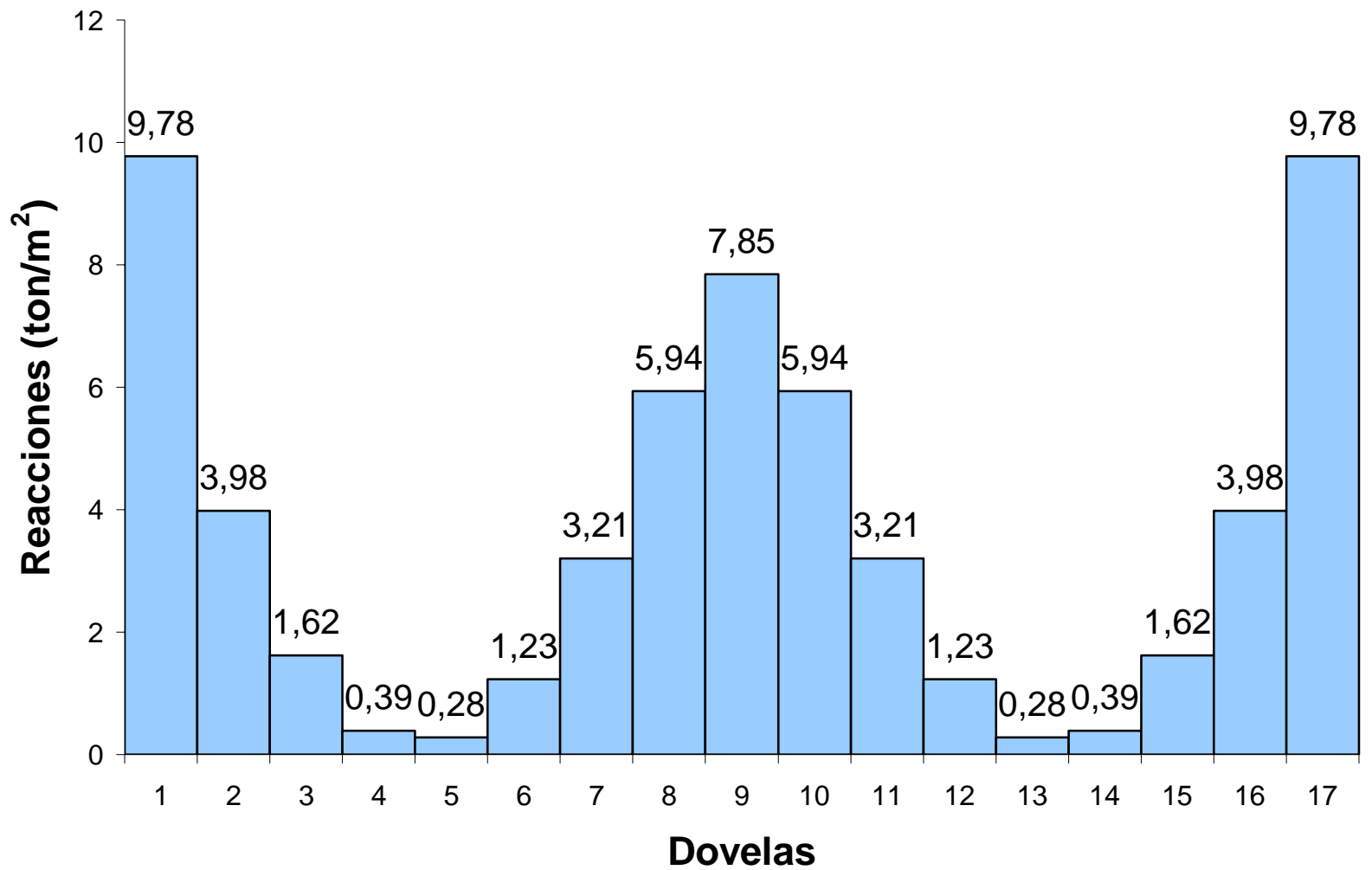
CS en X	VI	VD	MI	MD	WW .LIN [T/m]	Q .LIN [T/m]	P [T]	M [T*m]
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	18.58	0.00	0.00
0.50	9.29	-20.44	2.32	2.32	0.00	18.58	-29.73	-7.19
1.00	-11.15	-11.15	-12.77	-12.77	0.00	7.56	0.00	0.00
1.50	-7.37	-7.37	-17.40	-17.40	0.00	7.56	0.00	0.00
2.00	-3.59	-3.59	-20.13	-20.13	0.00	3.08	0.00	0.00
2.50	-2.05	-2.05	-21.54	-21.54	0.00	3.08	0.00	0.00

3.00	-0.51	-0.51	-22.18	-22.18	0.00	0.74	0.00	0.00
3.50	-0.14	-0.14	-22.34	-22.34	0.00	0.74	0.00	0.00
4.00	0.23	0.23	-22.32	-22.32	0.00	0.53	0.00	0.00
4.50	0.50	0.50	-22.14	-22.14	0.00	0.53	0.00	0.00
5.00	0.76	0.76	-21.83	-21.83	0.00	2.34	0.00	0.00
5.50	1.93	1.93	-21.15	-21.15	0.00	2.34	0.00	0.00
6.00	3.10	3.10	-19.90	-19.90	0.00	6.09	0.00	0.00
6.50	6.14	6.14	-17.59	-17.59	0.00	6.09	0.00	0.00
7.00	9.19	9.19	-13.75	-13.75	0.00	11.29	0.00	0.00
7.50	14.84	14.84	-7.75	-7.75	0.00	11.29	0.00	0.00
8.00	20.48	20.48	1.09	1.09	0.00	14.92	0.00	0.00
8.50	27.94	-27.94	13.19	13.19	0.00	14.92	-55.89	0.00
9.00	-20.48	-20.48	1.09	1.09	0.00	11.29	0.00	0.00
9.50	-14.84	-14.84	-7.75	-7.75	0.00	11.29	0.00	0.00
10.00	-9.19	-9.19	-13.75	-13.75	0.00	6.09	0.00	0.00
10.50	-6.14	-6.14	-17.59	-17.59	0.00	6.09	0.00	0.00
11.00	-3.10	-3.10	-19.90	-19.90	0.00	2.34	0.00	0.00
11.50	-1.93	-1.93	-21.15	-21.15	0.00	2.34	0.00	0.00
12.00	-0.76	-0.76	-21.83	-21.83	0.00	0.53	0.00	0.00
12.50	-0.50	-0.50	-22.14	-22.14	0.00	0.53	0.00	0.00
13.00	-0.23	-0.23	-22.32	-22.32	0.00	0.74	0.00	0.00
13.50	0.14	0.14	-22.34	-22.34	0.00	0.74	0.00	0.00
14.00	0.51	0.51	-22.18	-22.18	0.00	3.08	0.00	0.00
14.50	2.05	2.05	-21.54	-21.54	0.00	3.08	0.00	0.00
15.00	3.59	3.59	-20.13	-20.13	0.00	7.56	0.00	0.00
15.50	7.37	7.37	-17.40	-17.40	0.00	7.56	0.00	0.00
16.00	11.15	11.15	-12.77	-12.77	0.00	18.58	0.00	0.00
16.50	20.44	-9.29	-4.87	-4.87	0.00	18.58	-29.73	7.19
17.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

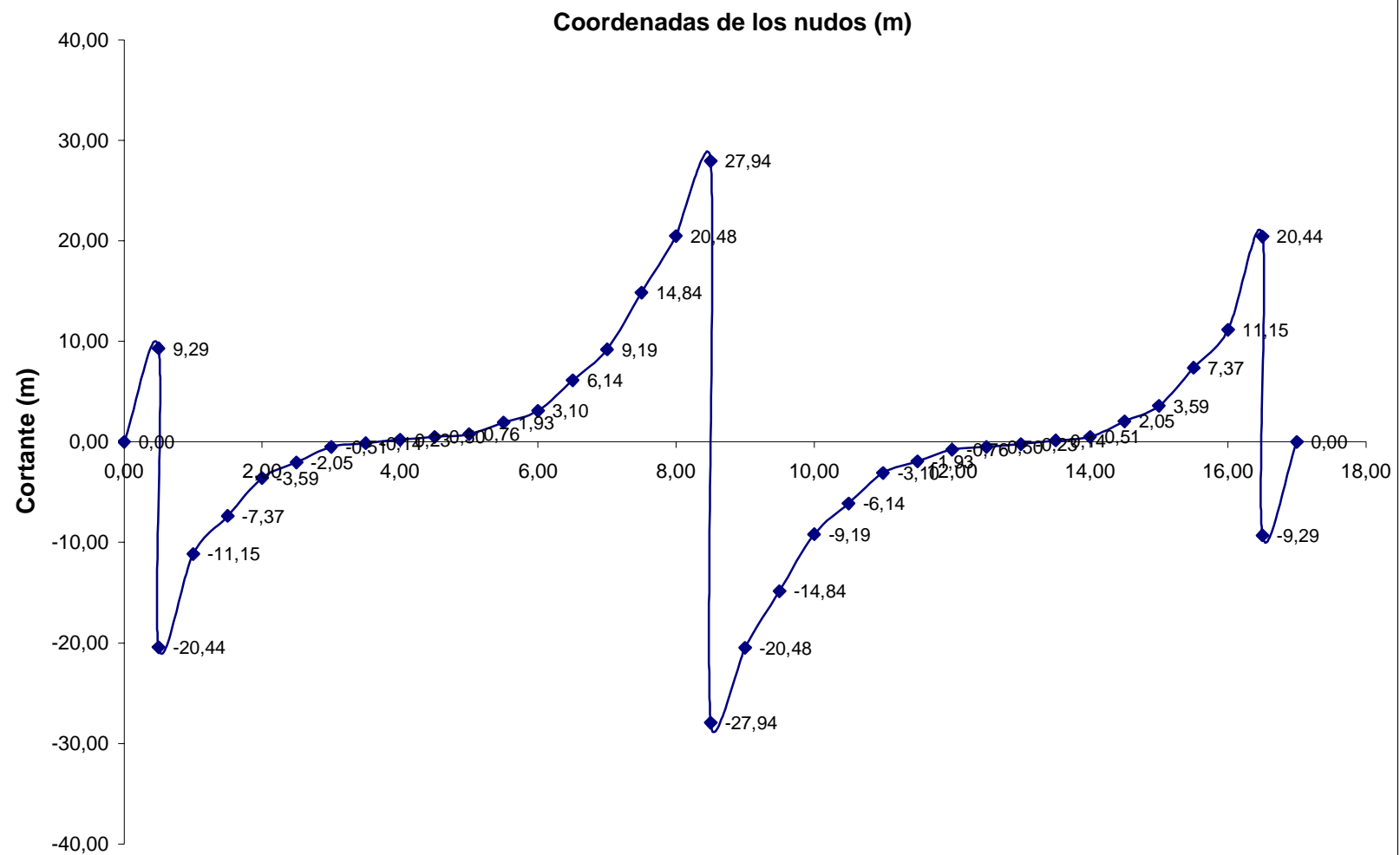
ASENTAMIENTOS EN LA CIMENTACIÓN



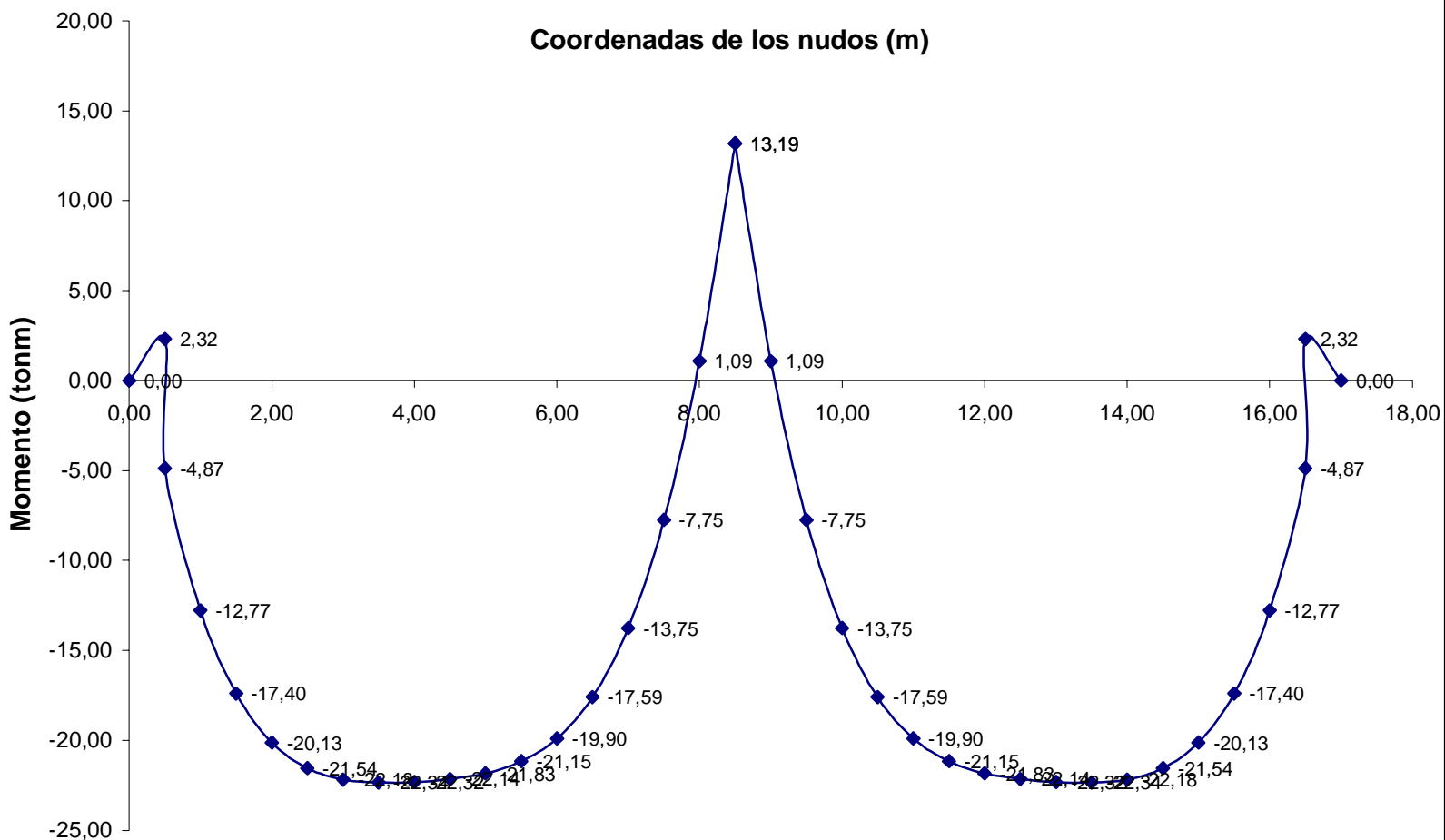
REACCIONES EN EL SUELO



CORTANTE EN LA CIMENTACIÓN



MOMENTO EN LA CIMENTACIÓN



§ Punzonamiento:

Se revisará la columna más desfavorable, que en este caso es la de la mitad; según los resultados obtenidos la carga que baja es de 55.89 ton (columna 7 tabla 10) a la dovela 9 donde existe una capacidad de carga $q = 7.85 \text{ ton/m}^2$ (columna 5 tabla 8).

NOTA: Las cargas que se ingresan al ISE 93 son de servicio.

$$h = 40 \text{ cm} \quad d = 33 \text{ cm} \quad b = 40 \text{ cm} \quad B_{\text{dovela}} = 190 \text{ m} \quad L_{\text{dovela}} = 100 \text{ cm}$$

$$b_o = 4(b + d) = 4(400 + 330)\text{mm} = 2920 \text{ mm}$$

$$V_u = 1.5 \left[P - q_s (b + d)^2 \right] = 77.56 \text{ ton}$$

$$v_u = \frac{V_u}{b_o d} = \frac{77.56 \text{ ton}}{2.92 \text{ m} \times 0.33 \text{ m}} = 80.5 \text{ ton/m}^2 = 0.805 \text{ MPa}$$

$$v_u = 0.805 \text{ MPa} \leq \begin{cases} \frac{\phi \sqrt{f_c}}{3} = \frac{0.85 \sqrt{21 \text{ MPa}}}{3} = 1.30 \text{ MPa} & \text{OK!} \\ \frac{\phi \sqrt{f_c}}{6} \left(1 + \frac{\alpha_s d}{2b_o} \right) = \frac{0.85 \sqrt{21 \text{ MPa}}}{6} \left(1 + \frac{40 \cdot 330}{2 \cdot 2920} \right) = 2.12 \text{ MPa} & \text{OK!} \\ \frac{\phi \sqrt{f_c}}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) = \frac{0.85 \sqrt{21 \text{ MPa}}}{6} \left(1 + \frac{2}{1} \right) = 1.95 \text{ MPa} & \text{OK!} \end{cases}$$

$$\text{Donde: } \phi = 0.85 \quad \phi_s = 40 \text{ (columna centrada en la zapata)} \quad \phi_c = b_2/b_1 = 1$$

¶ Cortante Unidireccional en L:

$$V_u = 1.5 \sum A_i q_i = 1.5 * (B/2 - b/2 - d) * L * \sum q_i = 1.5 * (1.9/2 - 0.4/2 - 0.33) * 1 * (60.71) = 38.25 \text{ ton}$$

$$v_u = \frac{38.25 \text{ ton}}{17 \text{ m} * 0.33 \text{ m}} = 6.82 \text{ ton/m}^2 = 0.068 \text{ MPa}$$

$$v_u = 0.068 \text{ MPa} \leq \frac{\phi \sqrt{f_c}}{6} = \frac{0.85 \sqrt{21 \text{ MPa}}}{6} = 0.65 \text{ MPa} \quad \text{OK!}$$

• **Cortante Unidireccional en la dovela más esforzada:**

$$V_u = 1.5 [q_1 (B_{\text{dovela}}/2 - b/2 - d)] L_{\text{dovela}} = 1.5 [9.78 \text{ ton/m}^2 (1.9/2 - 0.2 - 0.33)] * 1 \text{ m}^2 = 6.16 \text{ ton}$$

$$v_u = \frac{V_u}{Ld} = \frac{6.16 \text{ ton}}{1 \text{ m} * 0.33 \text{ m}} = 18.67 \text{ ton/m}^2 = 0.19 \text{ MPa}$$

$$v_u = 0.19 \text{ MPa} \leq \frac{\phi \sqrt{f_c}}{6} = \frac{0.85 \sqrt{21 \text{ MPa}}}{6} = 0.65 \text{ MPa} \quad \text{OK!}$$

• **Cortante Unidireccional en B:**

Del diagrama de cortante, se tiene que la cortante máxima es:
27.94 ton = 279400 N

$$V_u = 1.5 * 279400 \text{ N} = 419100 \text{ N}$$

$$v_u = \frac{V_u}{Bd} = \frac{419100 \text{ N}}{1900 \text{ mm} * 330 \text{ mm}} = 0.66 \text{ MPa}$$

$$v_u = 0.66 \text{ MPa} \leq \frac{\phi \sqrt{f_c}}{6} = \frac{0.85 \sqrt{21 \text{ MPa}}}{6} = 0.65 \text{ MPa} \quad (\text{NO!}), \text{ La cercanía de valores no amerita rediseñar.}$$

• **Momento en L (Acero transversal):**

En la esquina de la zapata con $q_1 = q_{17} = 9.78 \text{ ton/m}^2$

$$M_u = 1.5 \left[\frac{q_1 (B-b)^2}{8} L_{\text{dovela}} \right] = 4.13 \text{ ton.m} = 41.3 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

Cálculo del Acero transversal:

$$\ddot{Y} \quad f'_{cu} = 0.85 f'_c = 0.85 \times 21 \text{ MPa} = 17.85 \text{ MPa}$$

$$\ddot{Y} \quad R = L_{\text{dovela}} d f'_{cu} = 1000 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} \times 17.85 \text{ MPa} = 5.89 \times 10^6 \text{ N}$$

$$\ddot{Y} \quad m = \frac{M_u}{\phi \cdot R \cdot d} = \frac{41.3 \times 10^6 \text{ N.mm}}{0.9 \times 5.89 \times 10^6 \text{ N} \times 330 \text{ mm}} = 0.024$$

$$\ddot{Y} \quad m = 0.024 < m_o = 0.307 \quad \text{Sección Simplemente Reforzada!}$$

$$\ddot{Y} \quad \omega = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.024} = 0.024$$

$$\ddot{Y} \quad A_s = \frac{\omega \cdot R}{f_y} = \frac{0.024 \times 5.89 \times 10^6 \text{ N}}{420 \text{ MPa}} = 335.1 \text{ mm}^2$$

$$A_{s\min} = 0.0018 \cdot L_{\text{dovela}} \cdot d = 0.0018 \times 1000 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} = 594 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 335.1 \text{ mm}^2 < A_{s\min} = 594 \text{ mm}^2$$

Por lo tanto: **$A_s = 594 \text{ mm}^2$ por metro.**

Para los 17 m: **$17 \times 5.94 \text{ cm}^2 = 100.98 \text{ cm}^2$.**

Se pondrán **51 N° 5 ($A_s = 101.49 \text{ cm}^2$) @ 33 cm**, empezando a contar a 25 cm del borde respectivo, de una longitud de 1.9 m incluyendo ganchos a 90° .

\ddot{Y} Momento en B (Acero longitudinal):

Del diagrama de momentos se tiene:

Para momento positivo en la mitad de la luz:

$$M = 13.19 \text{ ton.m}$$

$$M_u = 1.5 \times 13.19 \text{ ton.m} = 19.79 \text{ ton.m}$$

Cálculo del Acero longitudinal (momento positivo):

$$\checkmark f'_{cu} = 0.85 f'_c = 0.85 \times 21 \text{ MPa} = 17.85 \text{ MPa}$$

$$\checkmark R = B d f'_{cu} = 1900 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} \times 17.85 \text{ MPa} = 11.19 \times 10^6 \text{ N}$$

$$\checkmark m = \frac{M_u}{\phi \cdot R \cdot d} = \frac{19.79 \times 10^7 \text{ N.mm}}{0.9 \times 11.19 \times 10^6 \text{ N} \times 330 \text{ mm}} = 0.0595$$

$$\checkmark m = 0.0595 < m_0 = 0.307 \quad \text{Sección Simplemente Reforzada!}$$

$$\checkmark \omega = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.0595} = 0.0614$$

$$\checkmark A_s = \frac{\omega \cdot R}{f_y} = \frac{0.0614 \times 11.19 \times 10^6 \text{ N}}{420 \text{ MPa}} = 1637 \text{ mm}^2$$

$$A_{s\min} = 0.0018 \cdot B \cdot d = 0.0018 \times 1900 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} = 1129 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 1637 \text{ mm}^2 > A_{s\min} = 1129 \text{ mm}^2$$

$$\text{Por lo tanto: } A_s = 1637 \text{ mm}^2 = 16.37 \text{ cm}^2$$

Se pondrán **9 N° 5** ($A_s = 17.91 \text{ cm}^2$) @ **19 cm**, empezando a contar a 19 cm del borde respectivo.

acero longitudinal para momento negativo:

$$M = 22.34 \text{ ton.m}$$

$$M_u = 1.5 \times 12.22 \text{ ton.m} = 33.51 \text{ ton.m}$$

Cálculo del Acero:

$$\checkmark f'_{cu} = 0.85 f'_c = 0.85 \times 21 \text{ MPa} = 17.85 \text{ MPa}$$

$$\checkmark R = B d f'_{cu} = 1900 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} \times 17.85 \text{ MPa} = 11.19 \times 10^6 \text{ N}$$

$$\checkmark m = \frac{M_u}{\phi \cdot R \cdot d} = \frac{33.51 \times 10^7 \text{ N.mm}}{0.9 \times 11.19 \times 10^6 \text{ N} \times 330 \text{ mm}} = 0.101$$

$$\checkmark m = 0.101 < m_0 = 0.307 \quad \text{Sección Simplemente Reforzada!}$$

$$\checkmark \omega = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.101} = 0.106$$

$$\ddot{Y} \quad A_s = \frac{\omega \cdot R}{f_y} = \frac{0.106 \times 11.19 \times 10^6 \text{ N}}{420 \text{ MPa}} = 2825 \text{ mm}^2$$

$$A_{smin} = 0.0018 \cdot B \cdot d = 0.0018 \times 1900 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} = 1129 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 2825 \text{ mm}^2 > A_{smin} = 1129 \text{ mm}^2$$

Por lo tanto: $A_s = 2825 \text{ mm}^2 = 28.25 \text{ cm}^2$

Se pondrán **10 N° 6 ($A_s = 28.40 \text{ cm}^2$) @ 17 cm**, empezando a contar a 18 cm del borde respectivo.

A la hora de poner el acero se tendrá en cuenta la longitud de desarrollo de las barras y los consiguientes puntos donde se pueden interrumpir así:.

<u>No. Barra</u>	<u>Long.desarrollo</u>
6	42 cm
5	35 cm

En conclusión la zapata continua a construir tendrá las siguientes dimensiones y especificaciones de materiales:

Lado zapata: $B = 1.9 \text{ m}$

Longitud zapata: $L = 17 \text{ m}$ (Dos volados de 0.5 m en los extremos)

Altura: $h = 40 \text{ cm}$

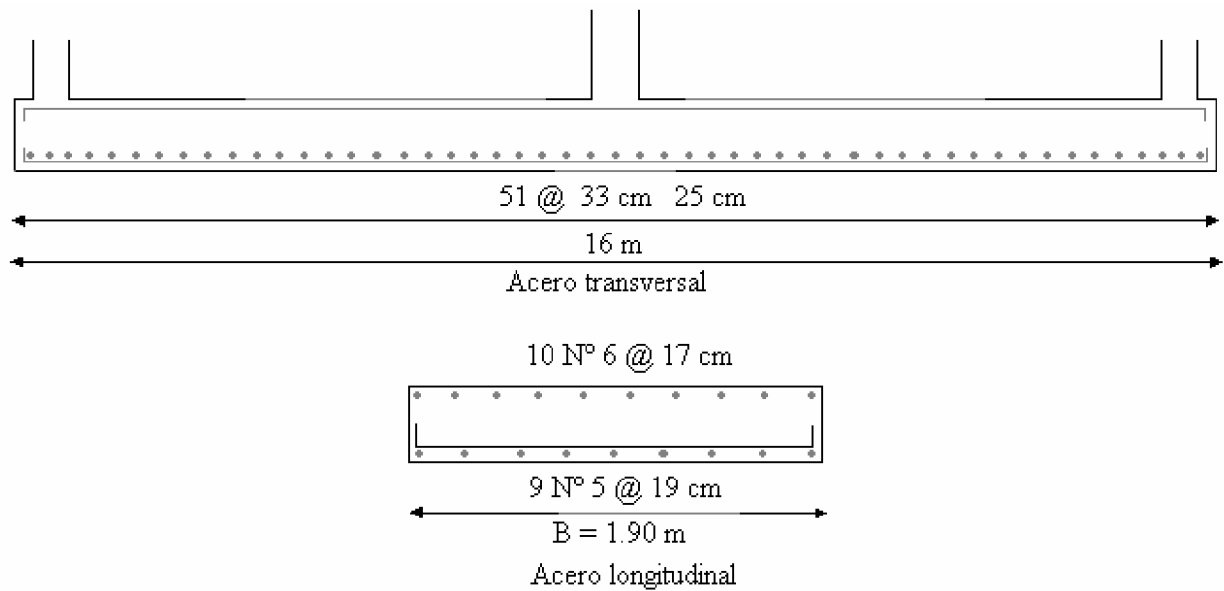
Altura efectiva: $d = 33 \text{ cm}$

Materiales: $f'_c = 21 \text{ MPa}$ $f_y = 420 \text{ MPa}$

Acero transversal: 51 No 5 @ 33 cm, empezando a contar a 25 cm del borde respectivo, de una longitud de 1.9 m incluyendo ganchos a 90°.

Acero longitudinal: 10 No 6 (refuerzo superior) @ 17 cm, empezando a contar a 18 cm del borde respectivo.

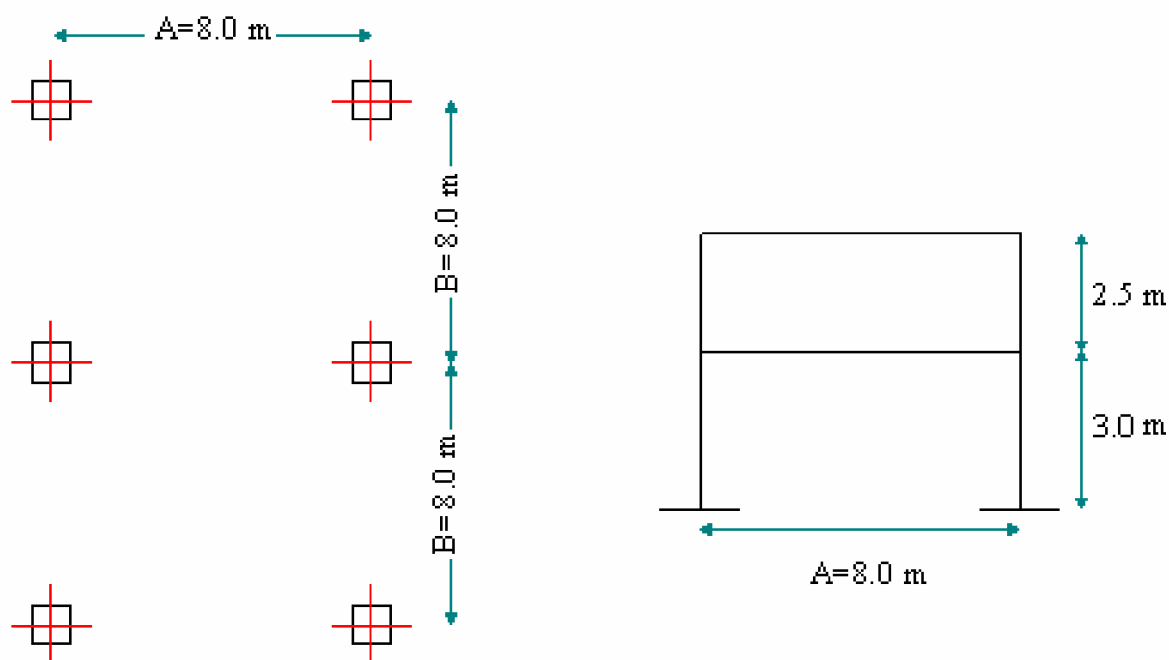
9 N° 5 (refuerzo inferior) @ 19 cm, empezando a contar a 19 cm del borde respectivo.



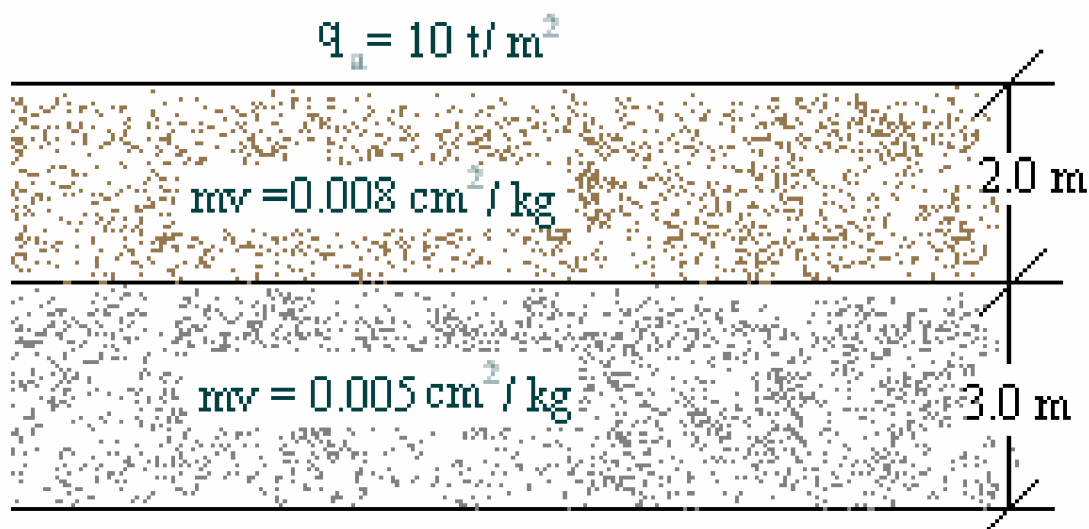
2 LOSA DE CIMENTACIÓN

Se requiere diseñar la losa de cimentación para el edificio cuya geometría en planta y en alzado se presentan a continuación, conjuntamente con las características del suelo.

Datos iniciales:



Estratigrafía de la cimentación:



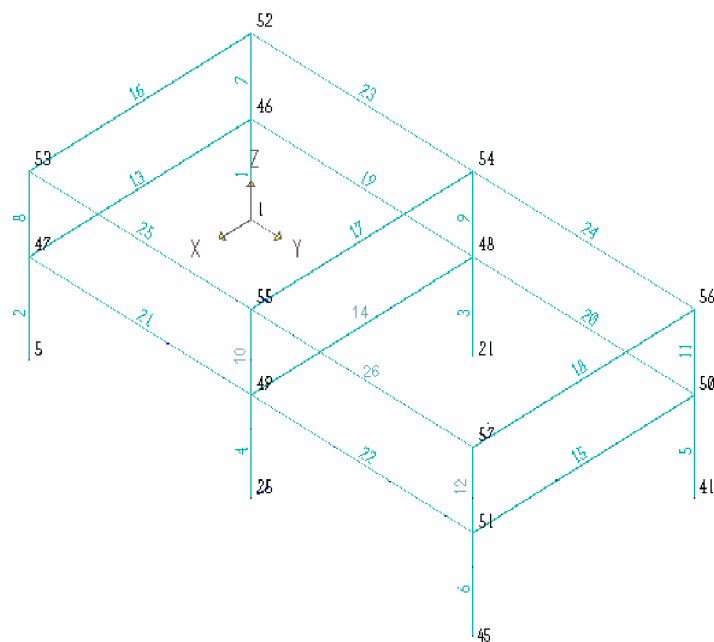
§ NUMERACIÓN DE NUDOS Y ELEMENTOS.

§ NUMERACIÓN DE NUDOS Y ELEMENTOS EN LA LOSA DE CIMENTACIÓN.

41	42	43	44	45
29	30	31	32	
36	37	38	39	40
25	26	27	28	
31	32	33	34	35
21	22	23	24	
26	27	28	29	30
17	18	19	20	
21	22	23	24	25
13	14	15	16	
16	17	18	19	20
9	10	11	12	
11	12	13	14	15
5	6	7	8	
6	7	8	9	10
1	2	3	4	
1	2	3	4	5



§ NUMERACIÓN DE NUDOS Y ELEMENTOS EN EL PÓRTICO



Para el desarrollo de este numeral se utilizó el programa ISE-94, realizando previamente un modelo de la estructura (superestructura y subestructura) en el SAP-90. La superestructura (pórtico en tres dimensiones) se modeló con elementos frame y la subestructura (losa de cimentación) se modeló con elementos shell considerando el peso propio, la carga viva y la carga muerta.

§ ARCHIVO DE DATOS DE ENTRADA

A continuación se presenta el archivo de datos en el cual se indican las cargas que actúan sobre la estructura, la sección y las propiedades de los elementos. Al igual que en el caso de la zapata continua el módulo de elasticidad del hormigón que se utiliza es igual a la mitad del recomendado en la NSR-98.

LOSA DE CIMENTACIÓN

C UNIDADES kN

SYSTEM

L=1

JOINTS

1	X=0	Y= 0	Z=0	
5	X=8	Y= 0	Z=0	
41	X=0	Y=16	Z=0	
45	X=8	Y=16	Z=0	Q= 1,5,41,45,1,5
46	X=0	Y= 0	Z=3	
47	X=8	Y= 0	Z=3	
48	X=0	Y= 8	Z=3	
49	X=8	Y= 8	Z=3	
50	X=0	Y=16	Z=3	
51	X=8	Y=16	Z=3	
52	X=0	Y= 0	Z=5.5	
53	X=8	Y= 0	Z=5.5	
54	X=0	Y= 8	Z=5.5	
55	X=8	Y= 8	Z=5.5	
56	X=0	Y=16	Z=5.5	
57	X=8	Y=16	Z=5.5	

FRAME

NM=2 NL=5 Z=-1

1 A=0.16 I=2.133E-3,2.133E-3 E=8.94E+06 W=3.84:COLUMNAS
2 A=0.18 I=3.038E-3,2.400E-3 E=8.94E+06 W=4.32:VIGAS
1 WG=0,0, -25.56:VIGAS SUPERIORES TRANSVERSALES EXTREMAS
2 WG=0,0,-51.12:VIGA SUPERIOR TRANSVERSAL INTERMEDIA
3 WG=0,0,-44.08:VIGAS INFERIORES TRANSVERSALES EXTREMAS
4 WG=0,0,-78.4:VIGA INFERIOR TRANSVERSAL INTERMEDIA
5 WG=0,0,-4.88:VIGAS LONGITUDINALES INFERIORES

C

C COLUMNAS PRIMER PISO

1 1 46 M=1 LP=3,0

2 5 47 M=1 LP=3,0

3 21 48 M=1 LP=3,0

4 25 49 M=1 LP=3,0

5 41 50 M=1 LP=3,0

6 45 51 M=1 LP=3,0

C

C COLUMNAS SEGUNDO PISO

7 46 52 M=1 LP=3,0

8 47 53 M=1 LP=3,0

9 48 54 M=1 LP=3,0

9 48 54 M=1 LP=3,0

10 49 55 M=1 LP=3,0

11 50 56 M=1 LP=3,0

12 51 57 M=1 LP=3,0

C

C VIGAS TRANSVERSALES

13 46 47 M=2 LP=2,0 NSL=3

14 48 49 M=2 LP=2,0 NSL=4

15 50 51 M=2 LP=2,0 NSL=3

16 52 53 M=2 LP=2,0 NSL=1

17 54 55 M=2 LP=2,0 NSL=2

18 56 57 M=2 LP=2,0 NSL=1

C

C VIGAS LONGITUDINALES

19 46 48 M=2 LP=3,0 NSL=5

20 48 50 M=2 LP=3,0 NSL=5

21 47 49 M=2 LP=3,0 NSL=5

22 49 51 M=2 LP=3,0 NSL=5

23 52 54 M=2 LP=3,0

24 54 56 M=2 LP=3,0

25 53 55 M=2 LP=3,0

26 55 57 M=2 LP=3,0

SHELL

NM=1 Z=-1

1 E=8.94E+06 U=0.2 W=24

1 JQ=1,2,6,7 ETYPE=2 M=1 TH=0.40 G=4,8

POTENTIAL

1 45 1 P=-7.6,-7.6

RESTRAINTS

1 45 1 R=1,1,0,0,0,1

SPRINGS

1 K= 0, 0, 10

2 K= 0, 0, 10

3 K= 0, 0, 10

4 K= 0, 0, 10

5 K= 0, 0, 10

6 K= 0, 0, 10

7 K= 0, 0, 10

8 K= 0, 0, 10

9 K= 0, 0, 10

10 K= 0, 0, 10

11 K= 0, 0, 10

12 K= 0, 0, 10

13 K= 0, 0, 10

14 K= 0, 0, 10

15 K= 0, 0, 10

16 K= 0, 0, 10

17 K= 0, 0, 10

18 $K = 0, 0, 10$
19 $K = 0, 0, 10$
20 $K = 0, 0, 10$
21 $K = 0, 0, 10$
22 $K = 0, 0, 10$
23 $K = 0, 0, 10$
24 $K = 0, 0, 10$
25 $K = 0, 0, 10$
26 $K = 0, 0, 10$
27 $K = 0, 0, 10$
28 $K = 0, 0, 10$
29 $K = 0, 0, 10$
30 $K = 0, 0, 10$
31 $K = 0, 0, 10$
32 $K = 0, 0, 10$
33 $K = 0, 0, 10$
34 $K = 0, 0, 10$
35 $K = 0, 0, 10$
36 $K = 0, 0, 10$
37 $K = 0, 0, 10$
38 $K = 0, 0, 10$
39 $K = 0, 0, 10$
40 $K = 0, 0, 10$
41 $K = 0, 0, 10$
42 $K = 0, 0, 10$
43 $K = 0, 0, 10$
44 $K = 0, 0, 10$
45 $K = 0, 0, 10$

§ **CONSTANTES DE RESORTE CORREGIDA**
SPRINGS

1	K= 0, 0,	11881.7265625
2	K= 0, 0,	11301.0332031
3	K= 0, 0,	10621.9531250
4	K= 0, 0,	11301.0371094
5	K= 0, 0,	11881.7275391
6	K= 0, 0,	11427.7685547
7	K= 0, 0,	9379.2363281
8	K= 0, 0,	7571.5039063
9	K= 0, 0,	9379.2265625
10	K= 0, 0,	11427.7695313
11	K= 0, 0,	11045.4218750
12	K= 0, 0,	9085.2939453
13	K= 0, 0,	7323.8076172
14	K= 0, 0,	9085.2929688
15	K= 0, 0,	11045.4238281
16	K= 0, 0,	13830.4765625
17	K= 0, 0,	11471.3437500
18	K= 0, 0,	9295.6699219
19	K= 0, 0,	11471.3437500
20	K= 0, 0,	13830.4765625
21	K= 0, 0,	16936.3789063
22	K= 0, 0,	12210.9804688
23	K= 0, 0,	8533.1474609
24	K= 0, 0,	12210.9824219
25	K= 0, 0,	16936.3789063
26	K= 0, 0,	13830.4775391
27	K= 0, 0,	11471.3417969
28	K= 0, 0,	9295.6738281
29	K= 0, 0,	11471.3437500
30	K= 0, 0,	13830.4765625
31	K= 0, 0,	11045.4199219

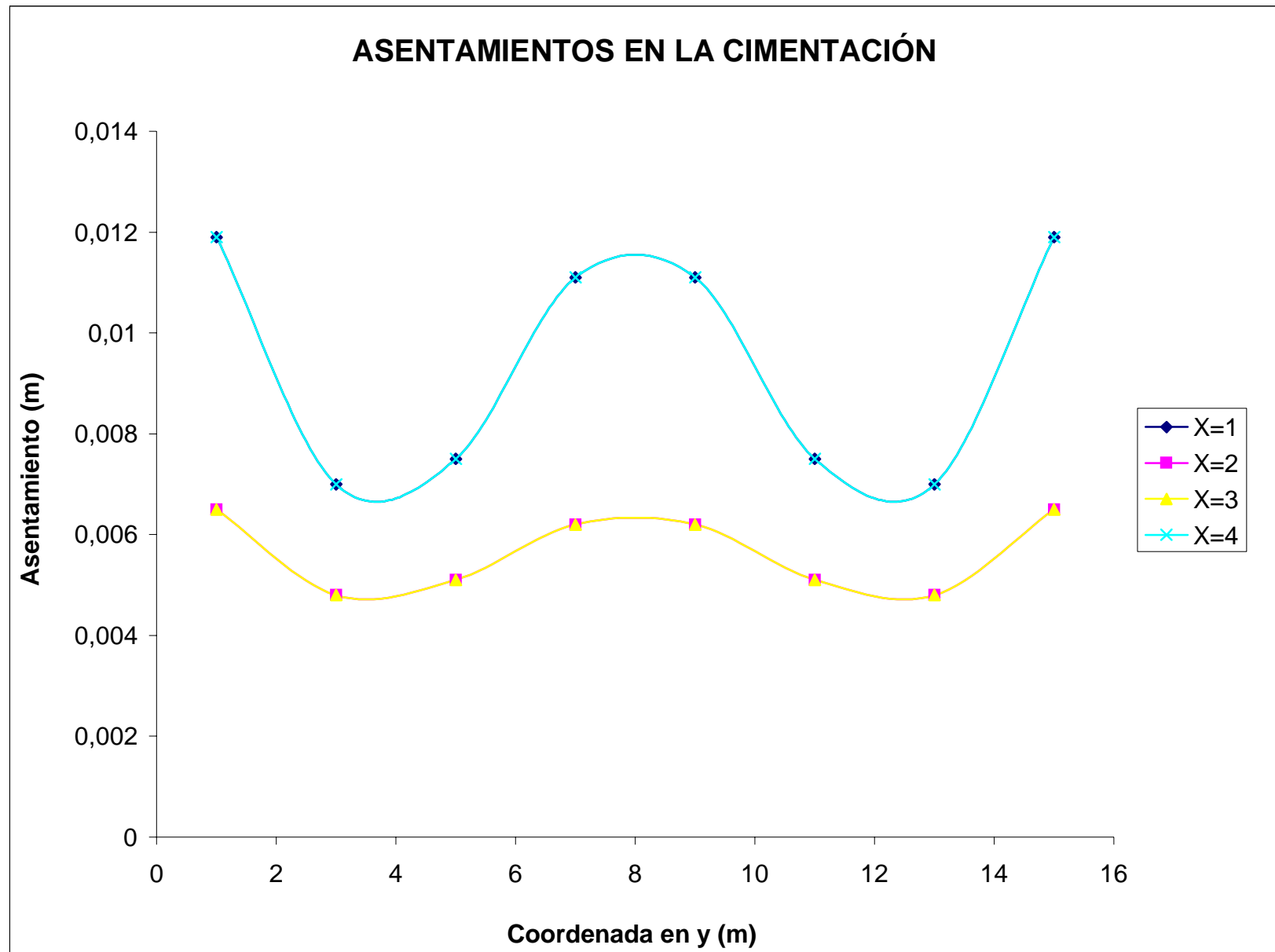
32 K= 0, 0, 9085.2919922
 33 K= 0, 0, 7323.8090820
 34 K= 0, 0, 9085.2910156
 35 K= 0, 0, 11045.4257813
 36 K= 0, 0, 11427.7656250
 37 K= 0, 0, 9379.2353516
 38 K= 0, 0, 7571.5000000
 39 K= 0, 0, 9379.2343750
 40 K= 0, 0, 11427.7617188
 41 K= 0, 0, 11881.7255859
 42 K= 0, 0, 11301.0341797
 43 K= 0, 0, 10621.9550781
 44 K= 0, 0, 11301.0371094
 45 K= 0, 0, 11881.7265625

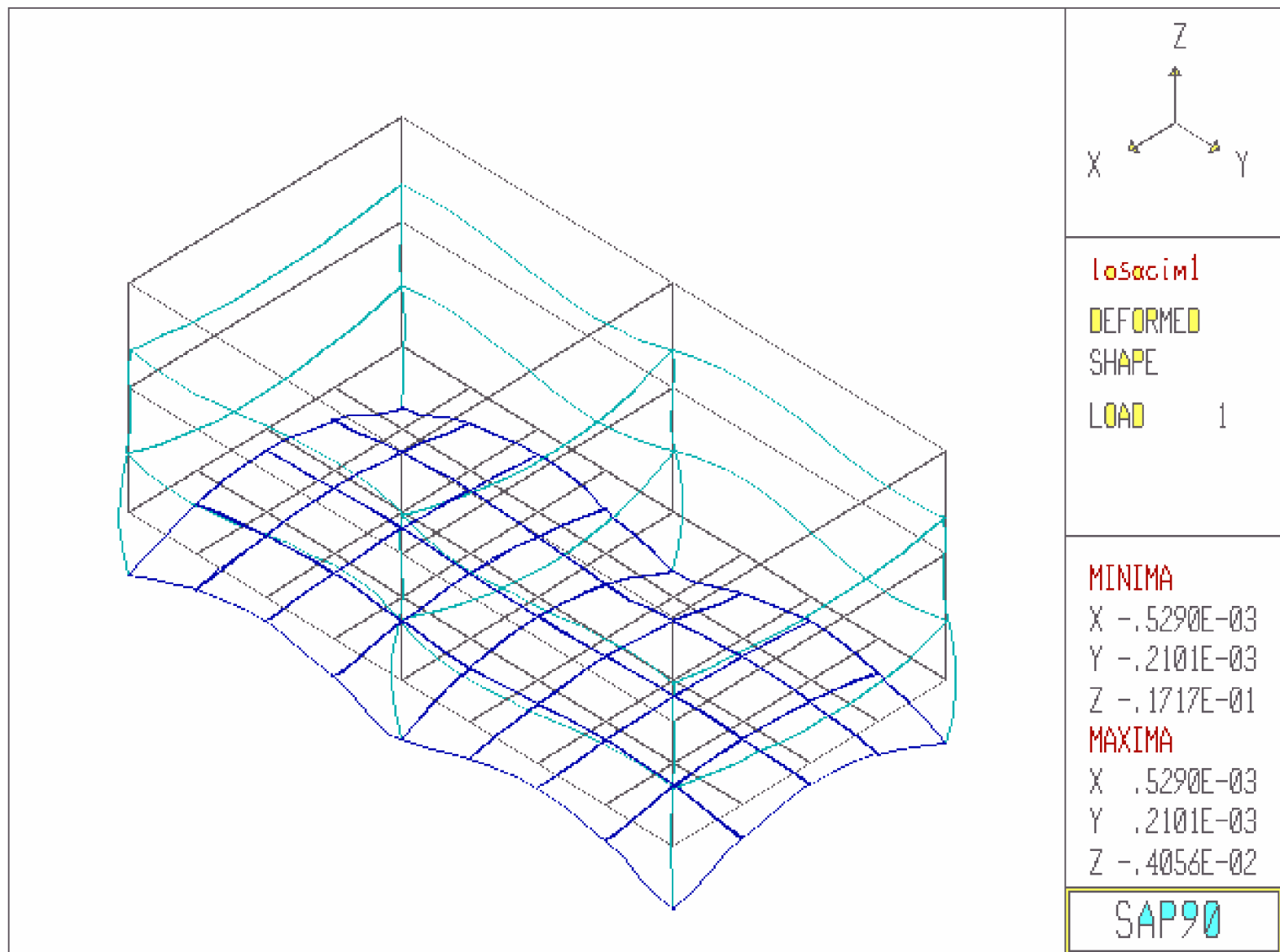
§ GRÁFICAS DE LOS RESULTADOS

ISE94 UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA FACULTAD DE MINAS DESPLAZAMIENTOS DE LAS DOVELAS

Xc	Yc	DESP.(L)	DOV
1	1	0.0119	* 1
3	1	0.0065	* 2
5	1	0.0065	* 3
7	1	0.0119	* 4
1	3	0.007	* 5
3	3	0.0048	* 6
5	3	0.0048	* 7

7	3	0.007	* 8
1	5	0.0075	* 9
3	5	0.0051	* 10
5	5	0.0051	* 11
7	5	0.0075	* 12
1	7	0.0111	* 13
3	7	0.0062	* 14
5	7	0.0062	* 15
7	7	0.0111	* 16
1	9	0.0111	* 17
3	9	0.0062	* 18
5	9	0.0062	* 19
7	9	0.0111	* 20
1	11	0.0075	* 21
3	11	0.0051	* 22
5	11	0.0051	* 23
7	11	0.0075	* 24
1	13	0.007	* 25
3	13	0.0048	* 26
5	13	0.0048	* 27
7	13	0.007	* 28
1	15	0.0119	* 29
3	15	0.0065	* 30
5	15	0.0065	* 31
7	15	0.0119	* 32

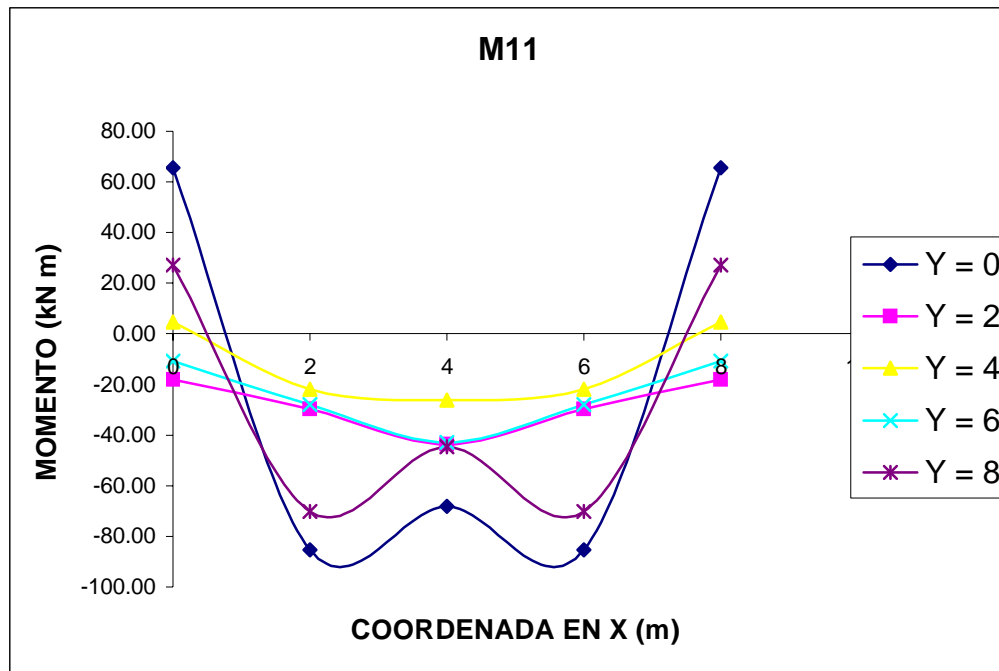




MOMENTO M11 (Acero transversal)

Xn(m)	Yn(m)	M11(kN*m)	NUDO
0	0	65.673	1
2	0	-85.333	2
4	0	-68.128	3
6	0	-85.333	4
8	0	65.673	5
0	2	-18.12	6
2	2	-29.655	7
4	2	-43.694	8
6	2	-29.655	9
8	2	-18.12	10
0	4	4.7656	11
2	4	-21.871	12
4	4	-26.225	13
6	4	-21.871	14
8	4	4.7656	15
0	6	-10.674	16
2	6	-27.846	17
4	6	-42.964	18
6	6	-27.846	19
8	6	-10.674	20
0	8	27.156	21
2	8	-70.163	22
4	8	-44.51	23
6	8	-70.163	24
8	8	27.156	25
0	10	-10.674	26
2	10	-27.846	27

4	10	-42.964	28
6	10	-27.846	29
8	10	-10.674	30
0	12	4.7656	31
2	12	-21.871	32
4	12	-26.225	33
6	12	-21.871	34
8	12	4.7656	35
0	14	-18.12	36
2	14	-29.655	37
4	14	-43.694	38
6	14	-29.655	39
8	14	-18.12	40
0	16	65.673	41
2	16	-85.333	42
4	16	-68.128	43
6	16	-85.333	44
8	16	65.673	45

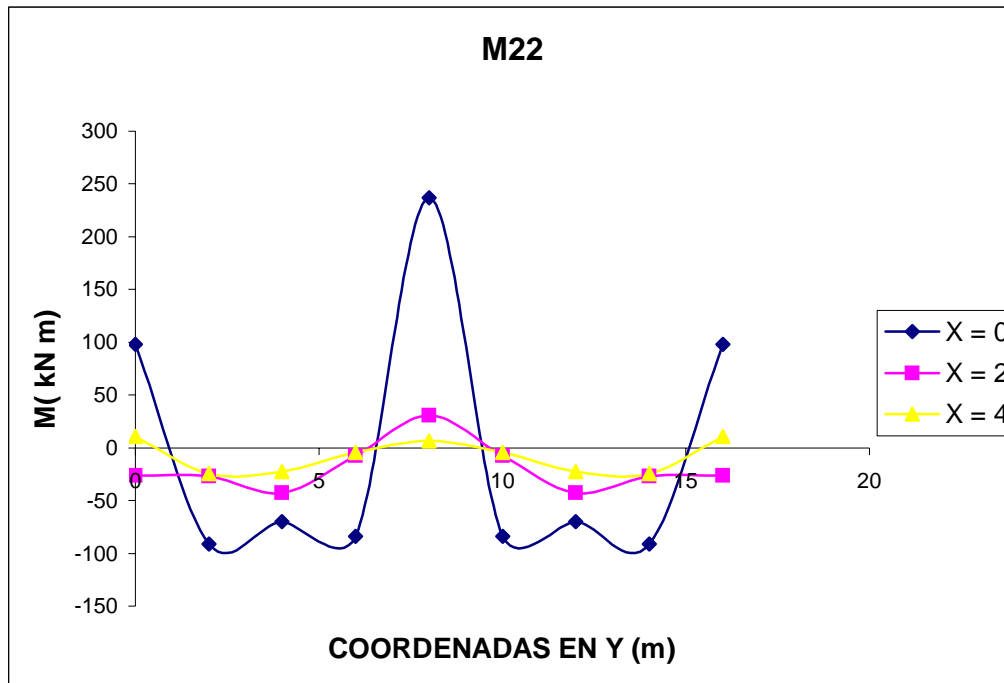


MOMENTO M22 (Acero longitudinal)

Xn	Yn	M22(kN.m)	NUDO
0	0	97.815	1
0	2	-91.295	6
0	4	-69.702	11
0	6	-84.172	16
0	8	237.18	21
0	10	-84.172	26
0	12	-69.702	31
0	14	-91.295	36
0	16	97.815	41
2	0	-26.285	2
2	2	-26.968	7
2	4	-42.387	12
2	6	-7.7474	17
2	8	30.849	22

2	10	-7.7474	27
2	12	-42.387	32
2	14	-26.968	37
2	16	-26.285	42
4	0	10.909	3
4	2	-24.761	8
4	4	-22.476	13
4	6	-4.2097	18
4	8	6.7001	23
4	10	-4.2097	28
4	12	-22.476	33
4	14	-24.761	38
4	16	10.909	43
6	0	-26.285	4
6	2	-26.968	9
6	4	-42.387	14
6	6	-7.7474	19
6	8	30.849	24
6	10	-7.7474	29
6	12	-42.387	34
6	14	-26.968	39
6	16	-26.285	44
8	0	97.815	5
8	2	-91.295	10
8	4	-69.702	15
8	6	-84.172	20
8	8	237.18	25
8	10	-84.172	30
8	12	-69.702	35
8	14	-91.295	40

8	16	97.815	45
---	----	--------	----

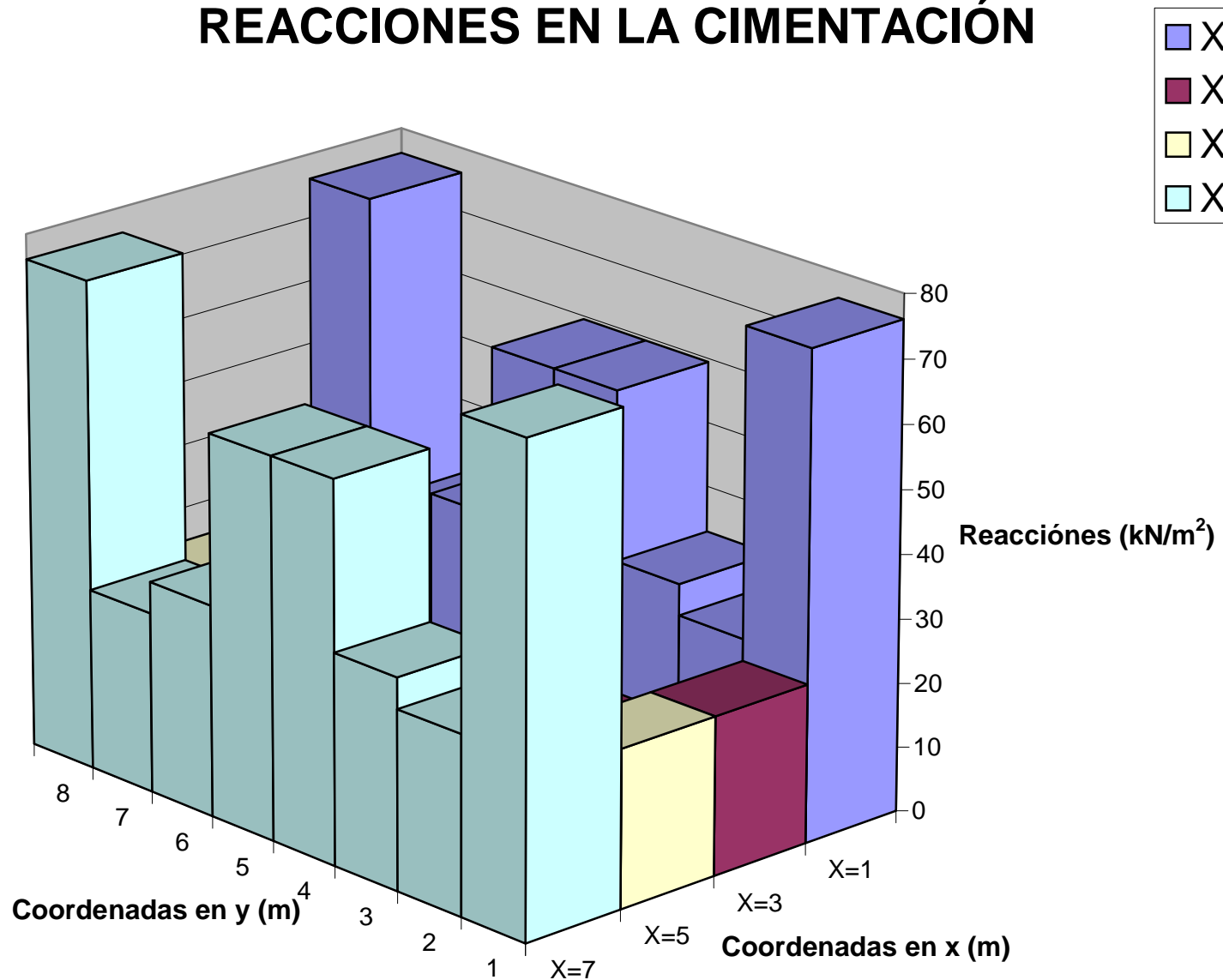


REACCIONES EN LA CIMENTACIÓN:

Xc	Yc	ESF(kN m)	DOV
1	1	76.0864	1
1	3	28.0498	5
1	5	32.941	9
1	7	59.4629	13
1	9	59.4629	17
1	11	32.941	21
1	13	28.0498	25
1	15	76.0864	29
3	1	24.6604	2
3	3	9.871	6
3	5	12.2342	10
3	7	15.8149	14
3	9	15.8149	18
3	11	12.2342	22
3	13	9.871	26
3	15	24.6604	30
5	1	24.6604	3
5	3	9.871	7
5	5	12.2342	11
5	7	15.8149	15
5	9	15.8149	19
5	11	12.2342	23
5	13	9.871	27
5	15	24.6604	31
7	1	76.0864	4
7	3	28.0498	8
7	5	32.941	12

7	7	59.4629	16
7	9	59.4629	20
7	11	32.941	24
7	13	28.0498	28
7	15	76.0864	32

REACCIONES EN LA CIMENTACIÓN



• **Momento 11** (Acero transversal):

Para simplificar se tomaran los momentos positivos y negativos más desfavorables.

De la tabla de momento 11 se tiene:

LA SECCIONES CRÍTICAS CORRESPONDEN A LOS EXTREMOS DE LA LOSA.

Para momento positivo: $M = 65.673 \text{ kN.m}$

$$M_u = 1.5 \times 65.673 \text{ kN.m} = 98.51 \text{ kN.m}$$

Cálculo del Acero transversal:

$$• \quad f'_{cu} = 0.85 f'_c = 0.85 \times 21 \text{ MPa} = 17.85 \text{ MPa}$$

$$• \quad R = L_{\text{dovela}} d f'_{cu} = 2000 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} \times 17.85 \text{ MPa} = 11.8 \times 10^6 \text{ N}$$

$$• \quad m = \frac{M_u}{\phi \cdot R \cdot d} = \frac{98.51 \times 10^6 \text{ N.m}}{0.9 \times 11.8 \times 10^6 \text{ N} \times 330 \text{ mm}} = 0.028$$

$$• \quad m = 0.028 < m_o = 0.307 \quad \text{Sección Simplemente Reforzada!}$$

$$• \quad \omega = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 0.029$$

$$• \quad A_s = \frac{\omega \cdot R}{f_y} = \frac{0.029 \times 11.8 \times 10^6 \text{ N}}{420 \text{ MPa}} = 807.2 \text{ mm}^2$$

$$A_{s\min} = 0.0018 \cdot L_{\text{dovela}} \cdot d = 0.0018 \times 2000 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} = 1188 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 807.2 \text{ mm}^2 < A_{s\min} = 1188 \text{ mm}^2$$

Por lo tanto: **$A_s = 1188 \text{ mm}^2$ @ dos metros.**

Para los 16 m: **$8 \times 1188 \text{ mm}^2 = 9504 \text{ mm}^2$.**

Se pondrán **48 N° 5 ($A_s = 9552 \text{ mm}^2$) @ 33 cm**, empezando a contar a 25 cm del borde respectivo

Para momento negativo: $M = 85.333 \text{ kN.m}$

$$M_u = 1.5 \times 85.333 \text{ kN.m} = 128 \text{ kN.m}$$

Cálculo del Acero transversal:

$$\ddot{Y} \quad f'_{cu} = 0.85 f'_c = 0.85 \times 21 \text{ MPa} = 17.85 \text{ MPa}$$

$$\ddot{Y} \quad R = L_{\text{dovela}} d f'_{cu} = 2000 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} \times 17.85 \text{ MPa} = 11.8 \times 10^6 \text{ N}$$

$$\ddot{Y} \quad m = \frac{M_u}{\phi \cdot R \cdot d} = \frac{128 \times 10^6 \text{ N.m}}{0.9 \times 11.8 \times 10^6 \text{ N} \times 330 \text{ mm}} = 0.037$$

$$\ddot{Y} \quad m = 0.037 < m_0 = 0.307 \quad \text{Sección Simplemente Reforzada!}$$

$$\ddot{Y} \quad \omega = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 0.037$$

$$\ddot{Y} \quad A_s = \frac{\omega \cdot R}{f_y} = \frac{0.037 \times 11.8 \times 10^6 \text{ N}}{420 \text{ MPa}} = 1046 \text{ mm}^2$$

$$A_{s\min} = 0.0018 \cdot L_{\text{dovela}} \cdot d = 0.0018 \times 2000 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} = 1188 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 1046 \text{ mm}^2 < A_{s\min} = 1188 \text{ mm}^2$$

Por lo tanto: **$A_s = 1188 \text{ mm}^2$ @ dos metros.**

Para los 16 m: **$8 \times 1188 \text{ mm}^2 = 9504 \text{ mm}^2$.**

Se pondrán **48 N° 5 ($A_s = 9552 \text{ mm}^2$) @ 33 cm**, empezando a contar a 25 cm del borde respectivo

Momento 22 (Acero longitudinal):

Para simplificar se tomaran los momentos positivos y negativos más desfavorables.

De la tabla de momento 22 se tiene:

LA SECCIONES CRÍTICAS CORRESPONDEN A LOS EXTREMOS DE LA LOSA.

Para momento positivo: $M = 237.18 \text{ kN.m}$

$$M_u = 1.5 \times 237.18 \text{ kN.m} = 355.8 \text{ kN.m}$$

Cálculo del Acero longitudinal:

$$\ddot{Y} \quad f'_{cu} = 0.85 f'_c = 0.85 \times 21 \text{ MPa} = 17.85 \text{ MPa}$$

$$\ddot{Y} \quad R = L_{\text{dovela}} d f'_{cu} = 2000 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} \times 17.85 \text{ MPa} = 11.8 \times 10^6 \text{ N}$$

$$\ddot{Y} \quad m = \frac{M_u}{\phi \cdot R \cdot d} = 0.102$$

$$\ddot{Y} \quad m = 0.102 < m_0 = 0.307 \quad \text{Sección Simplemente Reforzada!}$$

$$\ddot{Y} \quad \omega = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 0.107$$

$$\ddot{Y} \quad A_s = \frac{\omega \cdot R}{f_y} = 3014 \text{ mm}^2$$

$$A_{s\min} = 0.0018 \cdot L_{\text{dovela}} \cdot d = 0.0018 \times 2000 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} = 1188 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 3014 \text{ mm}^2 > A_{s\min} = 1188 \text{ mm}^2$$

Por lo tanto: **$A_s = 3014 \text{ mm}^2$ @ dos metros.**

Para los 8 m: **$4 \times 3014 \text{ mm}^2 = 12056 \text{ mm}^2$.**

Se pondrán **43 N° 6 ($A_s = 12212 \text{ mm}^2$) @ 18 cm**, empezando a contar a 22 cm del borde respectivo

Para momento negativo: $M = 91.295 \text{ kN.m}$

$$M_u = 1.5 \times 91.295 \text{ kN.m} = 137 \text{ kN.m}$$

Cálculo del Acero longitudinal:

$$\ddot{Y} \quad f'_{cu} = 0.85 f'_c = 0.85 \times 21 \text{ MPa} = 17.85 \text{ MPa}$$

$$\ddot{Y} \quad R = L_{\text{dovela}} d f'_{cu} = 2000 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} \times 17.85 \text{ MPa} = 11.8 \times 10^6 \text{ N}$$

$$\ddot{Y} \quad m = \frac{M_u}{\phi \cdot R \cdot d} = 0.039$$

$$\ddot{Y} \quad m = 0.039 < m_0 = 0.307 \quad \text{Sección Simplemente Reforzada!}$$

$$\ddot{Y} \quad \omega = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 0.03995$$

$$\ddot{Y} \quad A_s = \frac{w \cdot R}{f_y} = \frac{0.03995 \times 11.8 \times 10^6 \text{ N}}{420 \text{ MPa}} = 1121 \text{ mm}^2$$

$$A_{Smin} = 0.0018 \cdot L_{dovela} \cdot d = 0.0018 \times 2000 \text{ mm} \times 330 \text{ mm} = 1188 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 1121 \text{ mm}^2 < A_{Smin} = 1188 \text{ mm}^2$$

Por lo tanto: **$A_s = 1188 \text{ mm}^2$ @ dos metros.**

Para los 8 m: **$4 \times 1188 \text{ mm}^2 = 4752 \text{ mm}^2$.**

Se pondrán **24 N° 5 ($A_s = 4776 \text{ mm}^2$) @ 33 cm**, empezando a contar a 21 cm del borde respectivo

A la hora de poner el acero se tendrá en cuenta la longitud de desarrollo de las barras y los consiguientes puntos donde se pueden interrumpir así:.

<u>No. Barra</u>	<u>Long.desarrollo</u>
6	42 cm
5	35 cm

En conclusión la losa de fundación a construir tendrá las siguientes dimensiones y especificaciones de materiales:

Ancho: $B = 8.0 \text{ m}$

Longitud: $L = 16 \text{ m}$

Altura: $h = 40 \text{ cm}$

Altura efectiva: $d = 33 \text{ cm}$

Materiales: $f'_c = 21 \text{ MPa}$ $f_y = 420 \text{ MPa}$

Acero transversal: 48 N° 5 @ 33 cm, empezando a contar a 25 cm del borde respectivo, arriba y abajo.

Acero longitudinal: 43 N° 6 (refuerzo inferior) @ 18 cm, empezando a contar a 22 cm del borde respectivo.

24 N° 5 (refuerzo superior) @ 33 cm, empezando a contar a 21 cm del borde respectivo.

