

Rattrapage de thermodynamique 2

**Exercice 1 :**

Un volume d'air (gaz parfait) de 20 litres à la pression atmosphérique  $P_1 = 1013 \text{ hPa}$  et à  $T_1 = 0^\circ\text{C}$  subit les deux transformations suivantes :

transformation 1-2 : compression isochore. L'air est chauffé jusqu'à ce que sa pression soit égale à  $3P_1$ .

transformation 2-3 : expansion isobare. L'air est chauffé jusqu'à ce que sa température atteigne  $600^\circ\text{C}$ .

On donne pour l'air :

La masse molaire  $M = 29 \text{ g/mole}$ ,  $C_v = 708 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,40$  et  $R = 8,32 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .

1. représenter les transformations en coordonnées de Clapeyron.
2. Quelle est la température atteinte par l'air à la fin de la transformation 1-2 ?
3. Calculez la masse  $m$  d'air et déduisez - en la variation d'énergie interne de l'air dans la transformation 1-2.
4. Quel est le volume occupé par l'air à la fin de la transformation 2-3 ?
5. Calculez la variation d'énergie interne de l'air dans la transformation 2-3.

**Exercice 2 :**

1-Montrer que pour l'air humide , le volume spécifique  $v^s = (1+r^s)/\rho$

Avec:  $r^s$ : humidité absolue de l'air humide et  $\rho$ : masse volumique de l'air humide .

2-montrer qu'une isochore et une isobare réversibles sont des arcs d'exponentielles dans un diagramme (T-S).

**Exercice 3 :**

On comprime isothermiquement jusqu'à la pression de 20 bars  $1\text{m}^3$  d'air se trouvant initialement dans les conditions normales (rappel :  $T_0 \approx 273 \text{ K}$ ,  $P_0 \approx 1013,25 \text{ hPa}$ ). On admet que l'air se comporte comme un gaz parfait ( $R \approx 8,32 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ )

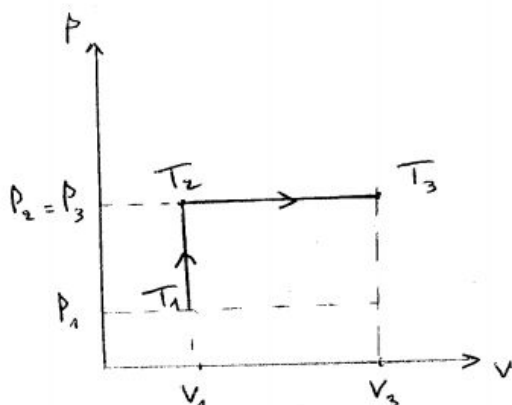
On demande :

1. représenter la transformation sur un diagramme de Clapeyron.
  2. Quel est le volume final de l'air ?
  3. Calculez le travail de compression et la quantité de chaleur cédée par le gaz au milieu extérieur.
- La masse d'air est ramenée à la pression  $P_2 \approx 1 \text{ bar}$  par une détente adiabatique ( $PV^\gamma = \text{Cte}$  avec  $\gamma = 1,42$  pour l'air).
4. sur le même diagramme P-V, représenter cette deuxième transformation.
  5. Déterminez le volume  $V_2$  et la température  $T_2$  du gaz après la détente.
  6. Calculez le travail fourni au milieu extérieur et comparez - le au travail fourni au gaz pendant la compression isotherme. Interprétez les résultats en utilisant le diagramme de Clapeyron.

Corrigé type

exercice 15,5 pts

1)



①

$$2) P_1 V_1 = n R T_1 \quad (0,25)$$

$$P_2 V_1 = n R T_2 \quad (0,25) \quad \Leftrightarrow \frac{P_2 V_1}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \Leftrightarrow T_2 = \frac{T_1 P_2}{P_1}$$

$$\Leftrightarrow T_2 = \frac{T_1 \cdot 3 P_1}{P_1} \quad \Leftrightarrow \quad T_2 = 3 T_1 \quad (0,25)$$

$$T_2 = 3 \cdot 273 = 819 \text{ K} \quad (0,25)$$

$$3) P_1 V_1 = n R T_1 \Rightarrow n = \frac{P_1 V_1}{R T_1} \quad (0,25)$$

$$\text{et } m = n \cdot M \quad (0,25)$$

$$m = \frac{P_1 V_1}{R T_1} \cdot M \quad (0,5)$$

$$m = \frac{101300 \times 20 \cdot 10^{-3}}{8,32 \times 273} \cdot 29 \cdot 10^{-3} = 25,86 \text{ g} \quad (0,25)$$

$$4) \Delta U_{12} = m c_v (T_2 - T_1) \quad (0,25)$$

$$= 25,86 \cdot 10^{-3} \cdot 708 (819 - 273) = 9,99 \text{ kJ} \approx 10 \text{ kJ} \quad (0,25)$$

$$4) P_3 V_3 = n R T_3 \quad (0,25) \quad \text{et } n R = \frac{P_1 V_1}{T_1} \quad (0,25)$$

$$P_3 V_3 = \frac{P_1 V_1 T_3}{T_1} \Rightarrow V_3 = \frac{P_1 V_1 T_3}{T_1 P_3} = \frac{P_1 V_1 T_3}{T_1 \cdot 3 P_1} = \frac{V_1 T_3}{3 T_1} \quad (0,25)$$

$$V_3 = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 873}{3 \cdot 273} = 21,31 \text{ l} \quad (0,25)$$

$$5) \Delta U_{12} = m c_v (T_2 - T_1) \quad (0,5)$$

### Exercice 2 3pts

$$1) \rho = \frac{m}{V} = \frac{m_{as} + m_v}{V} \quad (0,25)$$

$$\text{et } V^s = \frac{V}{m_{as}} \quad (0,25)$$

en divisant par  $m_{as}$  on aura :

$$\rho = \frac{1 + \frac{m_v}{m_{as}}}{\frac{V}{m_{as}}} \quad (0,25) \Rightarrow \rho = \frac{1 + r^s}{V^s} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow V^s = \frac{1 + r^s}{\rho}$$

$$2) \text{ isobare réversible } \Rightarrow \delta Q_{rev} = C_p dT \quad (dp=0) \quad (0,25)$$

$$dS = \frac{\delta Q_{rev}}{T} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow dS = C_p \frac{dT}{T} \Rightarrow S = C_p \ln T + C^{te}$$

$$\Rightarrow \ln T = \frac{(S - C^{te})}{C_p} \Rightarrow T = e^{\frac{S - C^{te}}{C_p}} \quad (0,25)$$

$$\Leftrightarrow T = e^{\frac{S}{C_p}} \cdot e^{-\frac{C^{te}}{C_p}} \Leftrightarrow \boxed{T = K e^{\frac{S}{C_p}}} \quad (0,25)$$

$$\text{isochore réversible } \Rightarrow \delta Q_{rev} = C_v dT \quad (dV=0) \quad (0,25)$$

$$dS = \frac{\delta Q_{rev}}{T} \quad (0,25)$$

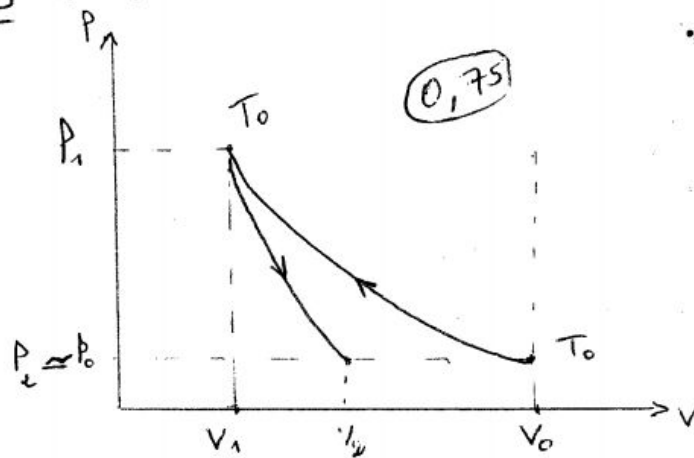
$$dS = C_v \frac{dT}{T} \Rightarrow S = C_v \ln T + C^{te}$$

$$\ln T = \frac{S - C^{te}}{C_v} \Rightarrow T = e^{\frac{S - C^{te}}{C_v}} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow T = e^{\frac{S}{C_v}} \cdot e^{-\frac{C^{te}}{C_v}} \Leftrightarrow \boxed{T = K' \cdot e^{\frac{S}{C_v}}} \quad (0,25)$$

exercice 3 6,5 pts

1)



$$\begin{aligned} 2) P_0 V_0 &= n R T_0 \quad (0,25) \\ P_1 V_1 &= n R T_0 \quad (0,25) \end{aligned} \Rightarrow P_0 V_0 = P_1 V_1$$

$$V_1 = \frac{P_0 V_0}{P_1} \quad (0,25)$$

$$* V_1 = \frac{101325 \cdot 1}{20 \cdot 10^5} = 0,05 \text{ m}^3 \quad (0,25)$$

$$3) W = - \int_{V_0}^{V_1} P dV \quad (0,25)$$

et  $PV = nRT_0$  d'où  $P = \frac{nRT_0}{V} \quad (0,25)$

$$W = - \int_{V_0}^{V_1} \frac{nRT_0}{V} dV \quad \Leftrightarrow W = - nRT_0 \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V}$$

$$W = - P_0 V_0 \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V} \Rightarrow W = P_0 V_0 \cdot \ln \frac{V_0}{V_1} \quad (0,25)$$

$$* W = 101325 \cdot 1 \cdot \ln \frac{1}{0,05} = 303,54 \text{ KJ} \quad (0,25)$$

\*  $\Delta U = C_V \Delta T = 0$  (isotherme)  $(0,25)$

$$W + Q = 0 \Rightarrow Q = -W \quad (0,25)$$

$$Q = -303,54 \text{ KJ} \quad (0,25)$$

$$P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma$$

$$\Rightarrow V_2 = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot V_1 \quad (0,25)$$

$$\bullet V_2 = \left( \frac{20}{1} \right)^{\frac{1}{1,42}} \cdot 0,05 = 0,412 \text{ m}^3 \quad (0,25)$$

$$\bullet P_2 V_2 = n R T_2 \quad (0,25)$$

$$\text{et } n R = \frac{P_0 V_0}{T_0} \quad (0,25)$$

$$\text{d'où } P_2 V_2 = \frac{P_0 V_0}{T_0} \cdot T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{P_2 V_2 T_0}{P_0 V_0} \quad (0,25)$$

$$\bullet T_2 = \frac{10^5 \cdot 0,412 \cdot 273}{101325 \cdot 1} = 111 \text{ K} \quad (0,25)$$

$$d) W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

$$P V^\gamma = C^{\text{te}} \Rightarrow P = \frac{C^{\text{te}}}{V^\gamma} \quad (0,25)$$

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{C^{\text{te}}}{V^\gamma} dV = - C^{\text{te}} \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV = - P_1 V_1^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow W = - P_1 V_1^\gamma \left[ \frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$\Rightarrow W = P_1 V_1^\gamma \left( \frac{1}{1-\gamma} \right) [V_1^{1-\gamma} - V_2^{1-\gamma}] \quad (0,25)$$

$$\bullet W = 20 \cdot 10^5 \cdot 0,05^{1,42} \left( \frac{1}{1-1,42} \right) [0,05^{-0,42} - 0,412^{-0,42}]$$

$$W = -139,9 \text{ kJ} \quad (0,25)$$

\* compression  $\rightarrow w$  est positif : l'air reçoit un travail

\* détente  $\rightarrow w'$  est négatif : l'air fournit un travail

\* la valeur algébrique du travail est l'aire entre la courbe et l'axe des abscisses donc d'après le diagramme

$$P-V. \rightarrow |w| > |w'| \text{ effectivement } |303,54| > |-139,9|$$