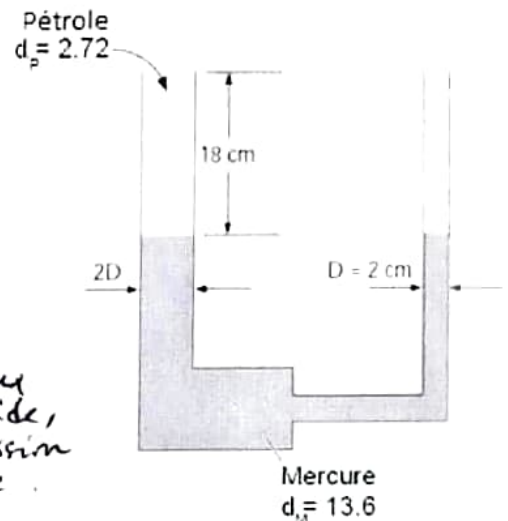


Examen du 1^{ère} semestre Mécanique des Fluides

Exercice 1 (06 pts)

Considérons un tube en U rempli de mercure, à l'exception de la partie supérieure de hauteur 18 cm, comme le montre la figure ci-contre. La branche droite du tube en U est de diamètre $D = 2$ cm, et la branche gauche est de diamètre doublé ($2D$).



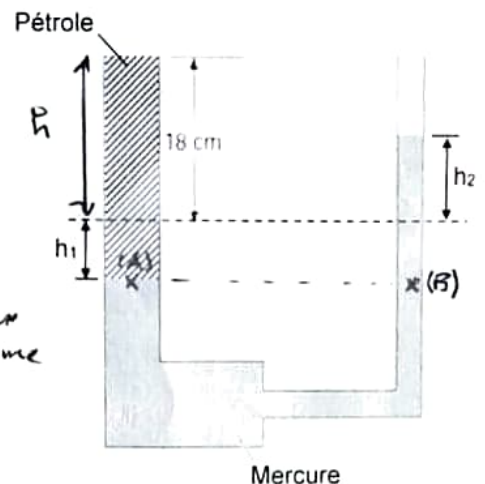
1. Pourquoi les niveaux du mercure dans les deux branches du tube en U sont dans un même plan horizontal?

① Les deux surfaces libres dans les deux branches sont celles d'un même fluide, le mercure, et sont à la même pression qui est la pression atmosphérique.

2. Du pétrole d'une densité de 2.72 est versée dans la branche gauche, forçant une partie du mercure de la branche gauche à passer dans la branche droite.

- Déterminer la quantité maximale de pétrole pouvant être ajoutée dans la branche gauche.

Par continuité de la masse, le volume de mercure déplacé dans la branche gauche est égal à celui déplacé dans la branche droite.



② $\frac{\pi (2D)^2}{4} h_1 = \frac{\pi D^2}{4} h_2 \Rightarrow h_2 = 4h_1$

Les points (A) et (B) appartiennent au même fluide, le mercure, et sont à la même pression.

③ $P_{atm} + \rho_p g (h + h_1) = P_{atm} + \rho_m g (h_2 + h_1)$

$$h + h_1 = \frac{\rho_m}{\rho_p} (h_2 + h_1) = \frac{\rho_m}{\rho_p} (5h_1) \Rightarrow h_1 = \frac{h}{(5\rho_m/\rho_p - 1)} = h/24$$

$$h_2 = 4h_1 = h/6$$

Quantité maximale de pétrole pouvant être ajoutée dans la branche gauche :

④ $V_{max} = \frac{\pi (2D)^2}{4} (h + h_1) = \pi D^2 \frac{25}{24} h = \pi \times 0.02^2 \times \frac{25}{24} \times 0.18$
 $V_{max} = 0.2356 \text{ l}$

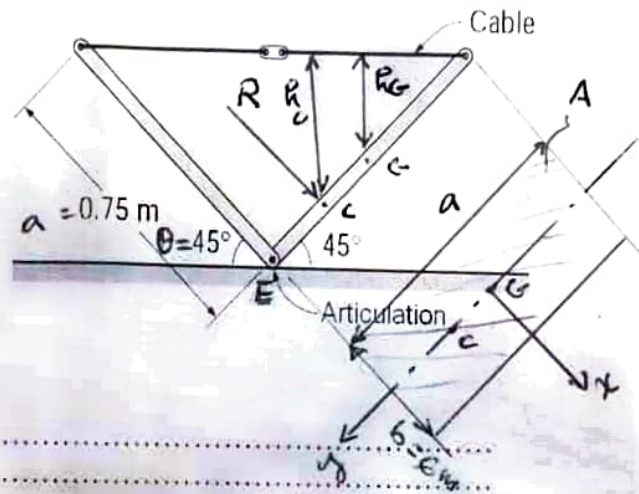
Nom : Prénom :

Matricule : Sec/Gr :

Exercice 2 (06 pts)

Les deux parois d'un bac à eau en forme de V sont articulées au fond du bac, faisant chacune un angle de 45° avec le sol, comme cela est indiqué sur la figure ci-contre. Chaque paroi du bac mesure 0.75 m de largeur et 6 m de longueur. Les deux parois sont maintenues ensemble par un câble placé au milieu.

Dans le cas où le bac est rempli totalement d'eau, calculer:



1. La force de pression agissant sur une paroi du bac.

$$R = \rho g h_c A$$

②

$$h_c = \frac{a}{2} \sin \theta = \frac{0.75}{2} \sin 45^\circ = 0.265 \text{ m}$$

$$A = a \cdot b = 0.75 \times 6 = 4.5 \text{ m}^2$$

$$R = 1000 \times 9.81 \times 0.265 \times 4.5 = 11698.4 \text{ N}$$

2. La profondeur de son centre de poussée sur la paroi.

$$h_c = h_g + \frac{\sin^2 \theta}{h_g A} I_{G,x} \quad , \quad I_{G,x} = \frac{b a^3}{12}$$

②

$$h_c = \frac{a \sin \theta}{2} + \frac{\sin^2 \theta \cdot b a^3 / 12}{\frac{a}{2} \sin \theta \cdot a \cdot b} = \frac{2}{3} a \sin \theta = \frac{2}{3} \cdot 0.75 \sin 45^\circ = 0.3535 \text{ m}$$

3. La force de tension du câble.

Plaque en équilibre implique:

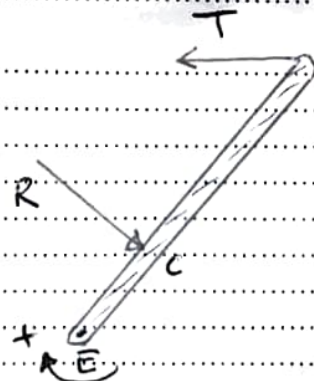
$$M_{R/E} = M_{T/E}$$

②

$$R \frac{a}{3} = T a \sin \theta$$

$$T = \frac{R}{3 \sin \theta}$$

$$T = \frac{11698.4}{3 \sin 45^\circ} = 5514.68 \text{ N}$$

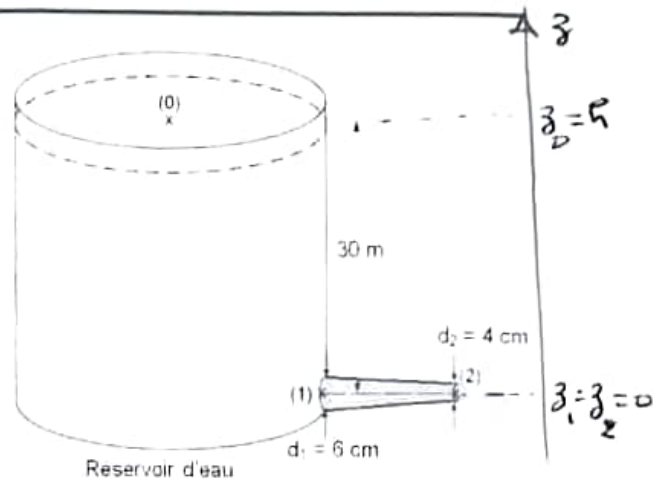


Nom : Prénom :

Matricule : Sec/Gr :

Exercice 3 (08 pts)

Un orifice de diamètre $d_1 = 6$ cm est percé à la base de la paroi verticale d'un réservoir rempli d'eau sur une hauteur $h = 30$ m (voir la figure ci-contre). Une conduite horizontale conique est fixée sur l'orifice, son autre extrémité a un diamètre $d_2 = 4$ cm.



1. Calculer la vitesse V_2 à la sortie de la conduite.

T.H. BERNOLLI (0)-(2).

$$\frac{P_0}{\rho} + \frac{1}{2} V_0^2 + g z_0 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{1}{2} V_2^2 + g z_2$$

$$P_0 = P_2 = P_{atm}, V_0 \approx 0, z_1 = h, z_2 = 0$$

$$\Rightarrow V_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 30} = 24.26 \text{ m/s}$$

2. Quel est le débit massique d'écoulement dans la conduite.

$$q_m = \rho V_2 S_2 = \rho V_2 \pi \frac{d_2^2}{4} = 1000 \times 24.26 \times \pi \times \frac{0.04^2}{4} = 30.47 \text{ kg/s}$$

3. Calculer la pression P_1 au niveau de l'orifice

T.H. BERNOLLI (0)-(1).

$$\frac{P_0}{\rho} + \frac{1}{2} V_0^2 + g z_0 = \frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2} V_1^2 + g z_1 \Rightarrow P_1 = P_{atm} + \rho g h - \frac{1}{2} \rho V_1^2$$

conservation de débit: $V_1 \pi \frac{d_1^2}{4} = V_2 \pi \frac{d_2^2}{4} \Rightarrow V_1 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 V_2 = \left(\frac{4}{6}\right)^2 \times 24.26$

$$\Rightarrow P_1 = 10^5 + 1000 \times 9.81 \times 30 - (1000 \times \frac{1}{2} \times 10.78^2) = 336163.46 \text{ Pa} = 336.16 \text{ kPa}$$

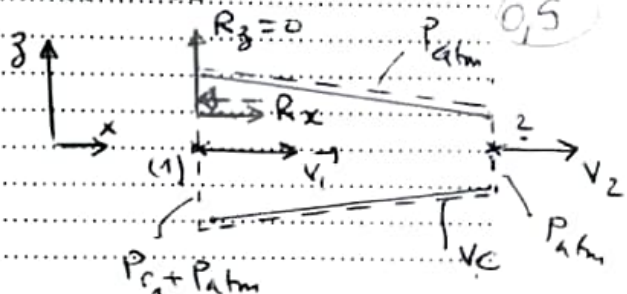
4. Déterminer la force nécessaire pour maintenir la conduite conique attachée à la paroi du réservoir (Négliger la masse de la conduite et la masse de l'eau à l'intérieur de la conduite).

T.H. EULER (1)-(2) / Volume de Contrôle

$$\sum \vec{F}_{ext} = q_m (\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

$$\Rightarrow \int x: P_1 S_1 + R_x = q_m (V_2 - V_1)$$

$$R_x = q_m (V_2 - V_1) - P_1 \pi \frac{d_1^2}{4}$$



Nom : Prénom :

Matricule : Sec/Gr :

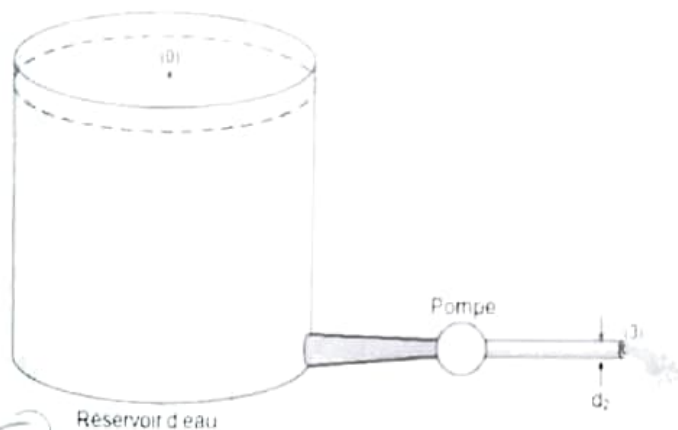
$$R_x = 30,47 \times (24,26 - 10,78) - 236,16 \times 10 \times \frac{0,06^2}{4}$$

$$R_x = -256,70 \text{ N} \text{ (changer direct de } R_x \text{ sur le schéma)}$$

$$\rightarrow 1/3 : R_3 = 0 \quad (1,25)$$

5. Pour augmenter le débit d'écoulement de l'eau, une pompe d'un rendement de 65% est placée à la sortie de la conduite conique, elle est reliée en aval à une autre conduite horizontale de diamètre constant $d_2 = 4 \text{ cm}$.

- Si le débit d'écoulement est doublé, déterminer la puissance réelle de la pompe.



$$q'_m = 2q_m = 2 \times 30,47$$

$$= 60,94 \text{ kg/s}$$

$$q'_m = \rho V_3 S_3 \Rightarrow V_3 = \frac{q'_m}{\rho S_3} = \frac{q'_m}{\pi d_2^2 / 4} = \frac{4 \times 60,94}{1000 \times \pi \times 0,04^2} = 48,52 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

TH. BERNOULLI (0)-(3)

$$P_{atm} = P_0/\rho + \frac{1}{2} V_0^2 + g z_0 = P_3/\rho + \frac{1}{2} V_3^2 + g z_3 + \frac{W_{net}}{q'_m} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow W_{net} = q'_m (g z_0 - \frac{1}{2} V_3^2) = 60,94 (9,81 \times 30 - \frac{1}{2} \times 48,52^2) = -53,81 \text{ kW}$$

$$\eta_p = \frac{W_{net}}{W_a} \Rightarrow W_a = \frac{W_{net}}{\eta_p} = \frac{-53,81}{0,65}$$

$$W_a = -82,78 \text{ kW} \quad (0,5)$$

Bon courage

Nom : Prénom :

Matricule : Sec/Gr :