

FUERZAS ACTUANTES EN LAS ARTICULACIONES DE UN MECANISMO ROMPEDOR DE AGLOMERADOS

Mendoza Jesús¹, Blanco Betina², Niño Wilmer³

1,2, 3-Universidad Nacional Experimental Politécnica “Antonio José de Sucre”, Vicerrectorado Puerto Ordaz, final Calle China, Villa Asia. Puerto Ordaz. Venezuela. Telefax +58-286-9625245. Correos:

Resumen—El objetivo de este trabajo es encontrar la magnitud de las fuerzas que actúan en todas las articulaciones del mecanismo rompedor superior de aglomerados de pellas y mineral de hierro de la empresa COMSIGUA C.A, a medida que éste opera para desagrupar las amalgamas y mover la materia prima en el interior del horno de reducción en el que se encuentra ubicado. El trabajo se lleva a cabo porque algunas de las chumaceras en el bastidor de los ejes rompedores del mecanismo han presentado roturas y se desea conocer las cargas que actúan sobre estas. El mecanismo es un eslabonamiento de palancas de seis barras en configuración de doble paralelogramo, movido por dos cilindros hidráulicos basculantes de doble acción articulados al bastidor y cuyos vástagos de trabajo se conectan a un mismo eslabón de entrada. Ambos vástagos del accionamiento se mueven en contraposición, esto es, mientras el vástago de uno se pliega, el del otro se despliega, realizando ambos trabajo positivo sobre la palanca de entrada. Para determinar el valor de las fuerzas en las articulaciones se plantean las ecuaciones universales de la mecánica que rigen la dinámica del movimiento de todos los eslabones y se demuestra que al conocerse la presión límite de trabajo a la que operan los cilindros hidráulicos del accionamiento y la geometría del mecanismo, es posible, mediante un proceso iterativo obtenido a partir de la teoría de grafos, hallar para cada posición del elemento de entrada, los torques que la carga ejerce respecto a los ejes de giro de los rompedores. Una vez obtenidos estos torques se puede calcular las reacciones buscadas.

Palabras Clave—Cálculo de fuerzas, Grafos, Mecanismos de doble paralelogramo, Rompedor de aglomerados.

I. INTRODUCCIÓN

Para romper los aglomerados de materia prima que se forman en la parte superior del interior del horno de reducción de Comsigua se emplea una máquina rompedora de costras conocida en inglés como “Upper Burdenfeeder”, designada por el fabricante como BF-H03, la cual consiste de tres ejes giratorios con movimiento de vaivén, refrigerados por agua. Cada eje es de aproximadamente 10 m de longitud y 0,71 m de diámetro. Sobre su periferia se

fijan espaciados 48 discos o dientes de trituración como se aprecia en la Figura 1. Al girar solidarios con los ejes, los dientes atacan la materia prima contenida en el horno, rompiendo las costras amalgamadas que de manera natural tienden a formarse durante el proceso de reducción.

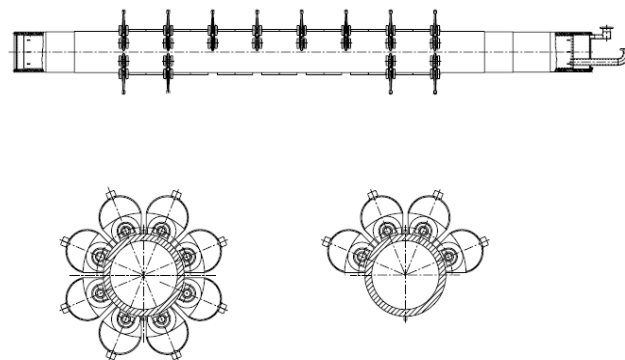


Figura 1. Eje rompedor y corte transversal del mismo mostrando los dientes de trituración. Longitud de los ejes: 10088mm. Diámetro de los ejes: 710mm.

El mecanismo que hace girar los tres ejes rompedores con un movimiento de vaivén, es un eslabonamiento de palancas de seis barras en configuración de doble paralelogramo, accionado por dos cilindros hidráulicos de doble efecto como se muestra en la Figura 2.

A los ejes rompedores, numerados como 3, 1 y 5 en la Figura 2, se les designará en adelante y cuando sea necesario como “eje rompedor izquierdo”, “eje rompedor central” y “eje rompedor derecho” respectivamente.

El ángulo barrido por cada uno de los ejes rompedores durante su movimiento de vaivén es de $\pm 22,5^\circ$ respecto a la vertical.

Cada uno de los tres ejes rompedores, se apoya en dos cojinetes de rodamientos ligados al bastidor

como se indica en la vista superior de los ejes rompedores, indicada en la figura 3.

Los apoyos del rompedor en el bastidor han venido presentado roturas, por lo que se requiere determinar la magnitud de las fuerzas que solicitan a estos apoyos con el fin de iniciar la evaluación del diseño original de los cojinetes.

En el mecanismo rompedor, el eslabón de entrada 1 (que a su vez cumple el papel de eslabón de salida por estar acoplado a él, el eje rompedor central del mecanismo) y los eslabones de salida 3 y 5 de la Figura 2, tienen la misma longitud. Del mismo modo, los eslabones acopladores o bielas 2 y 4 y las longitudes fijas AD y AH asociadas al eslabón fijo 0 bastidor 0 también tienen la misma longitud. Debido a esta característica constructiva especial y a la configuración de doble paralelogramo en que se ensambla, el eslabón acoplador 2 *no gira* en ningún momento y sólo está en traslación curvilínea, manteniéndose siempre paralelo al eslabón fijo 0, el cual siempre está en posición horizontal. Este rasgo constructivo simplifica notablemente los cálculos cinemáticos y dinámicos como se verá a continuación.

La Figura 4 muestra un esquema isométrico de todo el rompedor de aglomerados del horno de reducción, en el que se detalla: el horno, el bastidor, el mecanismo que mueve los tres ejes rompedores, los dos cilindros del accionamiento y los propios tres ejes rompedores y sus dientes.

Finalmente, con el fin de explicar en este trabajo cómo se obtienen las fuerzas actuantes en todas las articulaciones del mecanismo rompedor de aglomerados de Comsigua, se ha dividido el mismo en cuatro partes.

La primera trata del resumen y la introducción, en los que se esboza brevemente en qué consiste el trabajo y las razones por las que se lleva a cabo. La segunda es el desarrollo propiamente dicho, en el que se formula el sustento matemático en que se basa el trabajo para dar los resultados conseguidos. La tercera parte muestra los resultados mediante gráficas y el análisis de los mismos. En la cuarta y última parte se presentan las conclusiones, indicándose además el significado de las designaciones usadas en la nomenclatura así como un apéndice y la bibliografía.

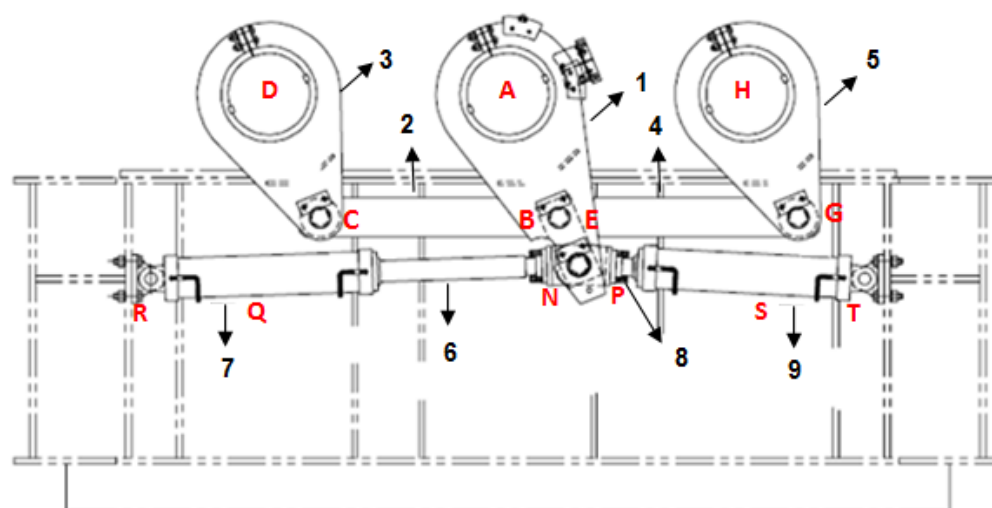


Figura 2. Accionamiento y mecanismo de seis barras usado como rompedor superior de aglomerados en Comsigua.

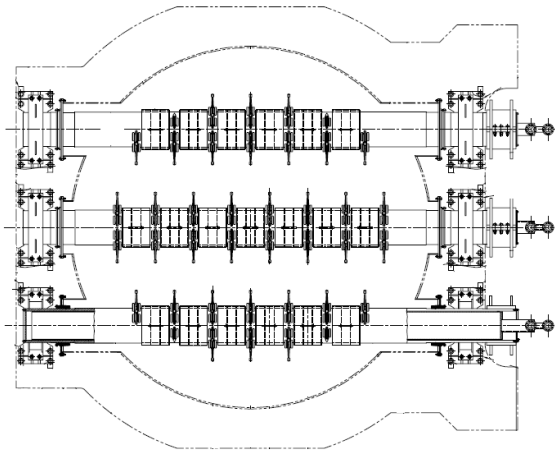


Figura 3. Vista superior del rompedor en el interior del horno en el que se muestran los dos apoyos de cada eje rompedor.

Para hallar las fuerzas reactivas en todas las articulaciones del rompedor a medida que éste opera, es necesario escribir primero las ecuaciones dinámicas que acompañan el movimiento de cada uno de los eslabones constituyentes del mecanismo y determinar con estas el *grafo bicromático* del modelo matemático resultante [1]. Este grafo del modelo matemático muestra todas las relaciones y todas las variables y parámetros que participan en cada una de estas relaciones y el modo en que cada variable se relaciona o no con cada relación.

Una vez determinado el grafo del modelo matemático y eliminado de éste los datos conocidos, se obtiene el *grafo del problema* resultante. El grafo del problema muestra las variables *no conocidas* y su vinculación con cada una de las ecuaciones del modelo. Al orientar el grafo del problema [2], indicando de qué ecuaciones se obtienen las variables desconocidas y en qué ecuaciones dichas variables entran como datos, es que se deduce el algoritmo de solución que permite hallar las reacciones buscadas.

En el caso del rompedor de Comsigua, la determinación de los valores numéricos de las reacciones en las articulaciones se consigue mediante un proceso iterativo en el que *se supone* el valor de los tres momentos concentrados resistivos que actúan sobre cada uno de los tres ejes rompedores. Una vez supuestos estos valores, se comprueba si los valores de los tres momentos supuestos son o no correctos. Para ello, se calcula

por dos caminos distintos, la magnitud de la fuerza transversal G_t que actúa en el par rotatorio G de la figura 2.

Cuando los cálculos de la variable de control G_t efectuados a través de estos dos caminos distintos, coinciden entre sí, con un error absoluto admisible de 0,1 se detiene el ciclo iterativo y se deduce que los valores asumidos de los tres momentos resistentes son correctos [3]. Los valores iniciales orientativos para comenzar las iteraciones se definen a partir del teorema del trabajo y la energía. Por otra parte, como desde el punto de vista práctico resulta muy complejo determinar la manera en que el momento resistente de la carga se distribuye entre los tres ejes rompedores a medida que el mecanismo se mueve, se calcula entonces las reacciones en todas las articulaciones, evaluando el valor de estas ante la posibilidad extrema de que se produzca un atasco severo del material contra las paredes del horno.

Si se produce este eventual atasco, se alcanza la condición crítica de operación porque en este caso, el sistema enviará toda la potencia entrante hacia uno sólo de los rompedores de los extremos, sobrecargando las reacciones en los apoyos de dicho rompedor.

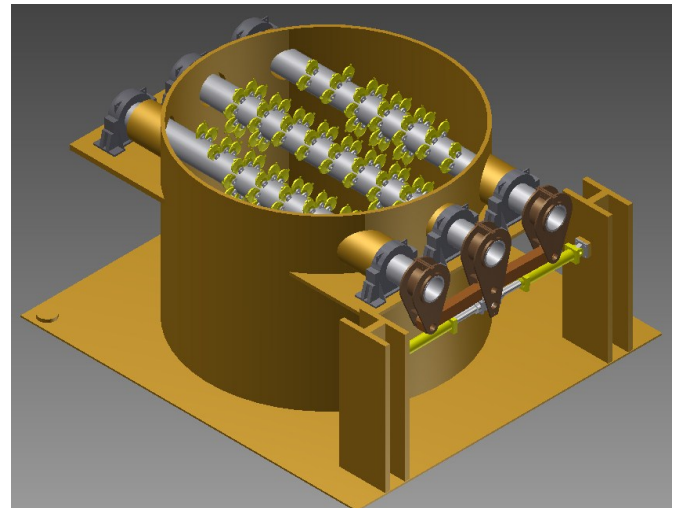


Figura 4. Vista isométrica del rompedor en el que se aprecia el mecanismo de palancas, el accionamiento, el bastidor, el horno y los dientes en los ejes rompedores.

II. DESARROLLO

Se planteará a continuación cada una de las ecuaciones de equilibrio que rigen la dinámica del

movimiento de cada uno de los eslabones constituyentes del mecanismo.

Los tres ejes rompedores tardan 218 segundos en girar $22,5^\circ$ lo que hace que el movimiento de todos los eslabones del mecanismo sea muy lento. De esta manera, se supondrá sin pérdida de rigor, que las aceleraciones angulares y las aceleraciones de los centros de masa de todos los eslabones *no son significativas* y por tanto las magnitudes de estos vectores son cero.

Por otra parte, en este trabajo se evaluará la magnitud de las fuerzas de reacción en las articulaciones del mecanismo debidas *exclusivamente* a la carga mecánica a la que cada eje rompedor se enfrenta, por lo que *se asumirán como cero los pesos* de cada eslabón y las fuerzas de roce en las articulaciones.

La figura 5 muestra el diagrama de cuerpo libre del eje rompedor izquierdo, (numerado como 3 en la figura 2), cuando éste gira en rotación pura antihoraria alrededor de *D*.

II. 1 Sumatoria de momentos respecto de *D* en el eje rompedor izquierdo

El eje rompedor izquierdo de la figura 5 recibe potencia mecánica a través de su nodo cinemático *C* y la disipa venciendo el torque de la carga (llamado momento resistente M_{r1}) que se opone en todo momento a su giro.

En este diagrama, la fuerza transversal C_t y la fuerza longitudinal C_l actuando en el nodo *C*, son las que ejerce la biela acopladora 2 del mecanismo sobre el eje rompedor izquierdo. Al tomar momento de las fuerzas respecto de *D* en el eje rompedor izquierdo, se llega a la ecuación (1).

$$C_t L_3 - M_{Resistente 1} = 0 \quad (1)$$

II. 2 Sumatoria de fuerzas actuantes en el eje rompedor izquierdo

La sumatoria de fuerzas actuantes en el eje rompedor izquierdo mostrado en la figura 5, tomada

a lo largo de su dirección transversal y longitudinal, da como resultado las ecuaciones (2) y (3).

$$D_t - C_t = 0 \quad (2)$$

$$D_l - C_l = 0 \quad (3)$$

La figura 6 muestra el diagrama de cuerpo libre de la biela acopladora 2 del mecanismo rompedor, cuando los tres ejes rompedores giran en sentido antihorario.

II. 3 Sumatoria de momentos respecto de *C* en la biela acopladora 2

La biela acopladora 2 del mecanismo rompedor mostrada en la figura 6, tiene un movimiento de traslación pura curvilínea (no gira, sólo se traslada). Recibe potencia mecánica a través de su nodo cinemático *B* y la disipa en *C*.

En este diagrama, la fuerza C_t es una fuerza transversal en *C* al eje rompedor izquierdo de la figura 5, y la fuerza C_l es una fuerza longitudinal al eje rompedor izquierdo de la misma figura.

Al tomar momento de las fuerzas respecto de *C* en la biela acopladora 2 de la figura 6, resulta la ecuación (4).

$$l_2 B_t \sin(\beta) - l_2 B_l \cos\left(\overbrace{\varphi_1}^{\beta} - \frac{3\pi}{2}\right) = 0 \quad (4)$$

II. 4 Fuerzas actuantes en la biela acopladora 2

La sumatoria de fuerzas actuantes en la biela acopladora 2 da como resultado las ecuaciones (5) y (6).

$$C_t - B_t = 0 \quad (5)$$

$$C_l - B_l = 0 \quad (6)$$

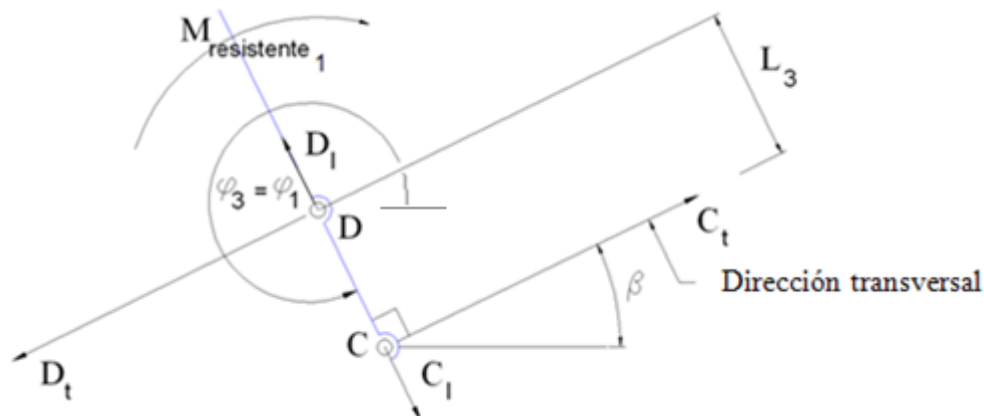


Figura 5. Diagrama de cuerpo libre del eje rompedor izquierdo.

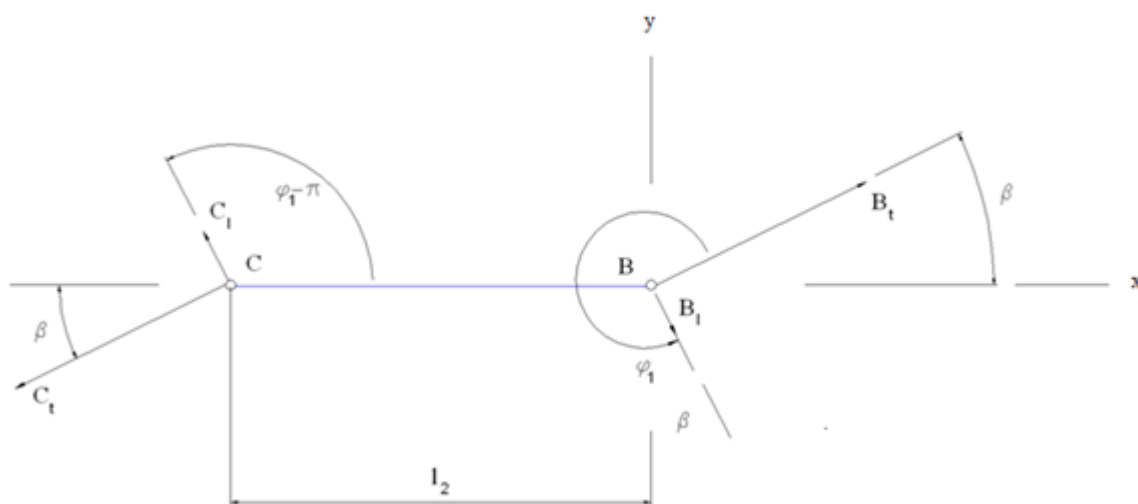


Figura 6. Diagrama de cuerpo libre de la biela 2.

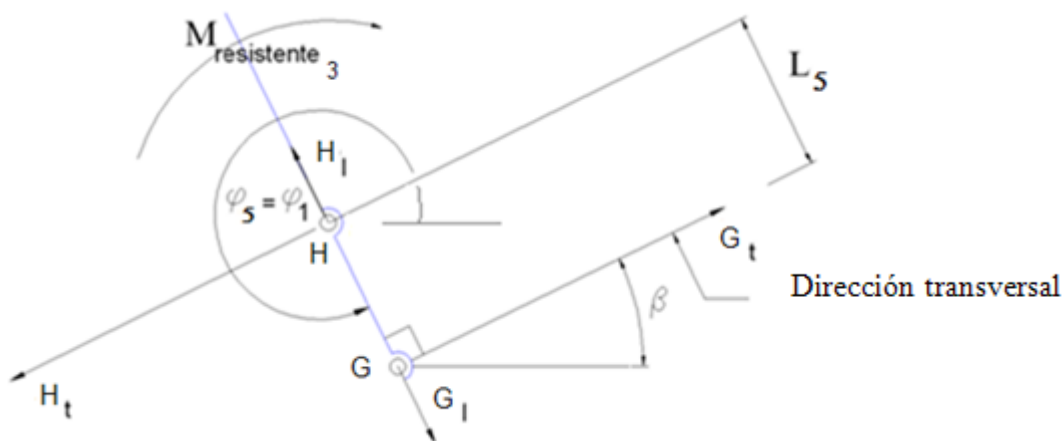


Figura 7. Diagrama de cuerpo libre del eje rompedor derecho.

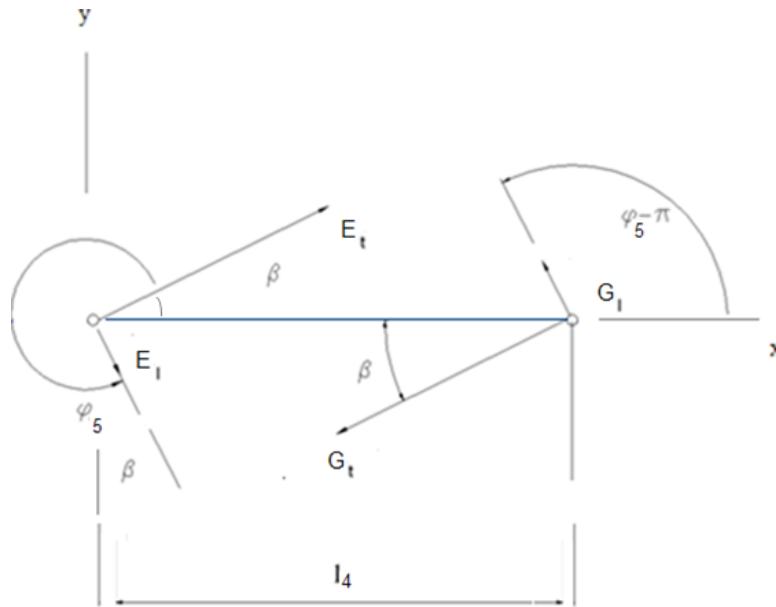


Figura 8. Diagrama de cuerpo libre de la biela acopladora 4.

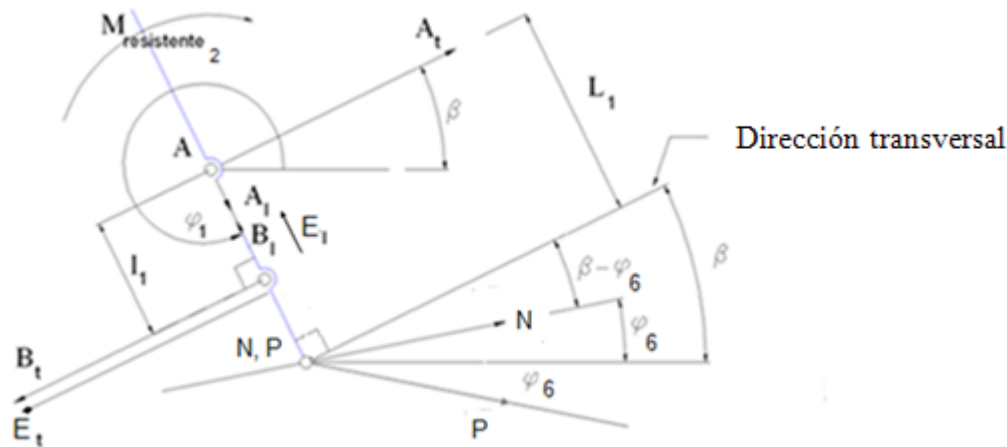


Figura 9. Diagrama de cuerpo libre del eje rompedor central cuando éste gira en sentido antihorario. Recibe potencia doble, a través de la fuerza N y de la fuerza P.

II. 5 Sumatoria de momentos respecto de H en el eje rompedor derecho

El eje rompedor derecho de la Figura 7, es el numerado como eslabón 5 en la Figura 2. Al girar este rompedor en torno de H, recibe potencia mecánica por medio de su nodo cinemático G y la disipa venciendo el torque de la carga (llamado

momento resistente M_{r3}) que se opone en todo momento al giro del rompedor derecho en la fig. 7. En este diagrama de cuerpo libre, la fuerza transversal G_t y la fuerza longitudinal G_l actuando en el nodo G, son las que ejerce la biela acopladora 4 del mecanismo sobre el eje rompedor derecho.

Al tomar momento de las fuerzas respecto de H en el eje rompedor derecho de la Fig. 7, resulta la ecuación (7).

$$G_t L_5 - M_{Resistente\ 3} = 0 \quad (7)$$

II. 6 Sumatoria de fuerzas actuantes en el eje rompedor derecho.

La sumatoria de fuerzas actuantes en el eje rompedor derecho mostrado en la Figura 7, tomada a lo largo de la dirección transversal y longitudinal a dicho eje, da como resultado las ecuaciones (8) y (9).

$$H_t - G_t = 0 \quad (8)$$

$$H_l - G_l = 0 \quad (9)$$

II. 7 Sumatoria de momentos respecto de E en la biela acopladora 4

La Figura 8 es el diagrama de cuerpo libre de la biela acopladora numerada como 4 en la figura 2.

Si se toma momentos respecto de E en el diagrama de cuerpo libre de la Figura 8, se tiene la ecuación (10).

$$-l_4 G_t \sin(\beta) + l_4 G_l \sin(\varphi_5 - \pi) = 0 \quad (10)$$

II. 8 Sumatoria de fuerzas actuantes en la biela acopladora 5

La sumatoria de fuerzas actuantes en la biela acopladora 5 da como resultado las ecuaciones (11) y (12).

$$E_t - G_t = 0 \quad (11)$$

$$E_l - G_l = 0 \quad (12)$$

II. 9 Sumatoria de momentos respecto de A en el eje rompedor central.

La Figura 9 es el diagrama de cuerpo libre del eslabón primario del mecanismo rompedor de aglomerados, numerado como 1 en la Figura 2.

A este eslabón 1 está unido rigidamente el eje rompedor central. A él se conectan las dos bielas

acopladoras 2 y 5, a través de los pares B y E del mecanismo, para llevar el movimiento hasta los ejes rompedores izquierdo y derecho.

La sumatoria de momentos respecto de A para este elemento da como resultado la ecuación (13):

$$L_1 N \cos(\beta - \varphi_6) + L_1 P \cos(\beta + \varphi_6) - M_{Resistente\ 2} - l_1 B_t - l_1 E_t = 0 \quad (13)$$

II. 10 Sumatoria de fuerzas actuantes sobre el eje rompedor central

La sumatoria de fuerzas a lo largo de la dirección transversal y longitudinal del rompedor central da las ecuaciones (14) y (15).

$$N \cos(\beta - \varphi_6) + P \cos(\beta + \varphi_6) - B_t - E_t + A_t = 0; \quad (14)$$

$$-A_l + B_l - N \sin(\beta - \varphi_6) - P \sin(\beta + \varphi_6) + E_l = 0; \quad (15)$$

II. 11 Diagrama de cuerpo libre del vástago del cilindro hidráulico izquierdo.

El diagrama de cuerpo libre del vástago del cilindro hidráulico de accionamiento, numerado como elemento 8, se muestra en la Figura 10.

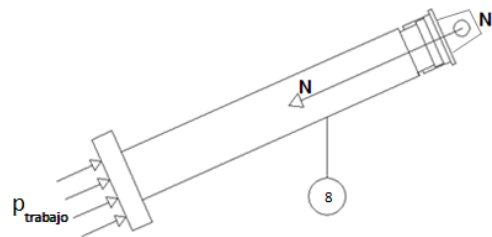


Figura 10. Diagrama de cuerpo libre del vástago del cilindro hidráulico izquierdo.

Al aplicar las leyes del equilibrio dinámico sobre el vástago 8 en la figura 10, resulta en la ecuación (16).

$$N - p_{trabajo} A_{p1} = 0 \quad (16)$$

II. 12 Diagrama de cuerpo libre del vástago del cilindro hidráulico derecho.

El diagrama de cuerpo libre del vástago del cilindro hidráulico derecho del accionamiento se muestra en la Figura 11.

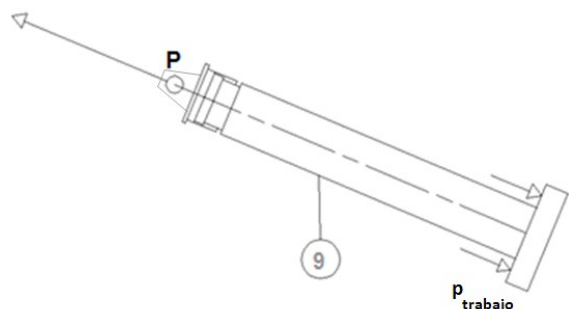


Figura 11. Diagrama de cuerpo libre del vástago del cilindro hidráulico derecho.

Al aplicar las leyes del equilibrio dinámico sobre el vástago 9 en la Figura 11, resulta la ecuación (17).

$$P - p_{trabajo} A_{P2} = 0 \quad (17)$$

II. 13 Presiones de trabajo

La presión de trabajo de los cilindros del accionamiento es cambiante a medida que los rompedores giran en vaivén, debido tanto a la naturaleza variable de la resistencia de los aglomerados a romperse como a la variación del ángulo de transmisión entre los vástagos del accionamiento y la palanca de entrada.

La gráfica de la Figura 12 muestra los resultados de dos mediciones hechas en el sitio acerca de cómo varia la presión de trabajo a medida que el eslabón de entrada 1 gira, cuando el horno se encuentra operando a plena carga. De acuerdo con estos resultados, la presión se mantiene en un rango entre 101 y 110 Bar en condiciones nominales. Desde el punto de vista numérico hay una diferencia de cerca de 10 % entre los valores máximos y mínimos de presión registrados.

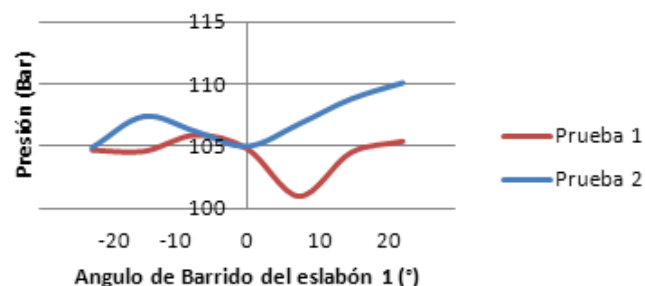


Figura 12. Presión de trabajo en los cilindros.

Por medidas de seguridad, el accionamiento del mecanismo está limitado para no entregar más de 150 Bar a los cilindros. Cuando se llega a este límite, se activa la detención automática del movimiento. Como esta presión límite crítica puede registrarse en cualquier momento del ciclo de trabajo, es decir para cualquiera sea el ángulo de entrada del elemento primario 1, se calculará todas las reacciones en todas las articulaciones suponiendo que en cada posición del eslabón de entrada se ha alcanzado este valor de presión de 150 Bar. De esta manera, estaremos del lado de la seguridad a la hora de calcular las reacciones de fuerza buscadas en las articulaciones del mecanismo.

II 14. Relaciones geométricas

Desde el punto de vista cinemático, el cilindro hidráulico basculante acoplado al bastidor por el par R y al elemento de entrada por el par N, se constituye en una variante del *mecanismo de colisa* en el que para un ángulo de entrada φ_1 del eslabón de entrada respecto a la horizontal positiva en A, hay un único ángulo φ_6 entre la horizontal positiva y el eje del vástago del cilindro.

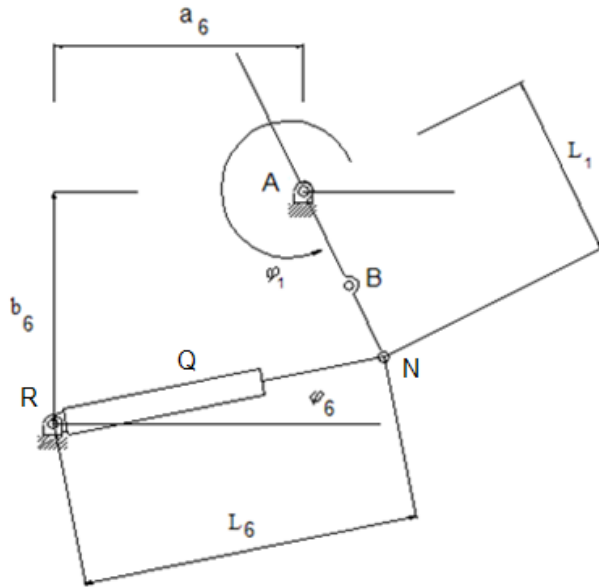


Figura 13. Coordenadas generalizadas y parámetros geométricos para expresar φ_6 en función de φ_1 .

Si se trabajan las ecuaciones vectoriales de lazo cerrado para el mecanismo de colisa de la Figura 13, se puede demostrar que el ángulo φ_6 viene dado por el ángulo φ_1 entre el eslabón de entrada y la horizontal positiva y por la geometría particular del mecanismo, a través de la ecuación (18).

$$\varphi_6 = \arccos \frac{(a_6 + L_1 \cos \varphi_1)}{L_6} \quad (18)$$

Además, dada la geometría particular del doble paralelogramo de cuatro barras, se cumplen las ecuaciones (19) y (20).

$$\beta = \varphi_1 - \frac{3\pi}{2} \quad (19); \quad \varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_5 \quad (20)$$

Siendo φ_1 un ángulo medido antihorario, respecto a la horizontal positiva, como se indica en la figura 9.

II. 15 Grafo del resolvente

El grafo del resolvente permite encontrar gráficamente la solución al problema de calcular las fuerzas de reacción que se generan en las articulaciones móviles de los eslabones y en los apoyos fijos del mecanismo rompedor cuando se hace la suposición de que los cilindros de accionamiento trabajan a la presión máxima preestablecida de operación de 150 Bar en cualquier posición del elemento de entrada.

El grafo resolvente del problema planteado en este trabajo se construye a partir del sistema de 17 ecuaciones de fuerza y momentos de fuerzas encontradas al aplicar las ecuaciones universales del equilibrio de movimiento a los eslabones móviles del mecanismo y a los vástagos del accionamiento. Las ecuaciones y su numeración según [4] se muestran encerradas en un círculo de color azul. Los círculos rojos en la figura 14 son todas las variables *no conocidas* que participan del sistema de 17 ecuaciones.

Se han eliminado en el grafo del resolvente todas las variables *conocidas*, como las longitudes, ángulos y la presión de trabajo, porque estas variables *no son incógnitas* del problema.

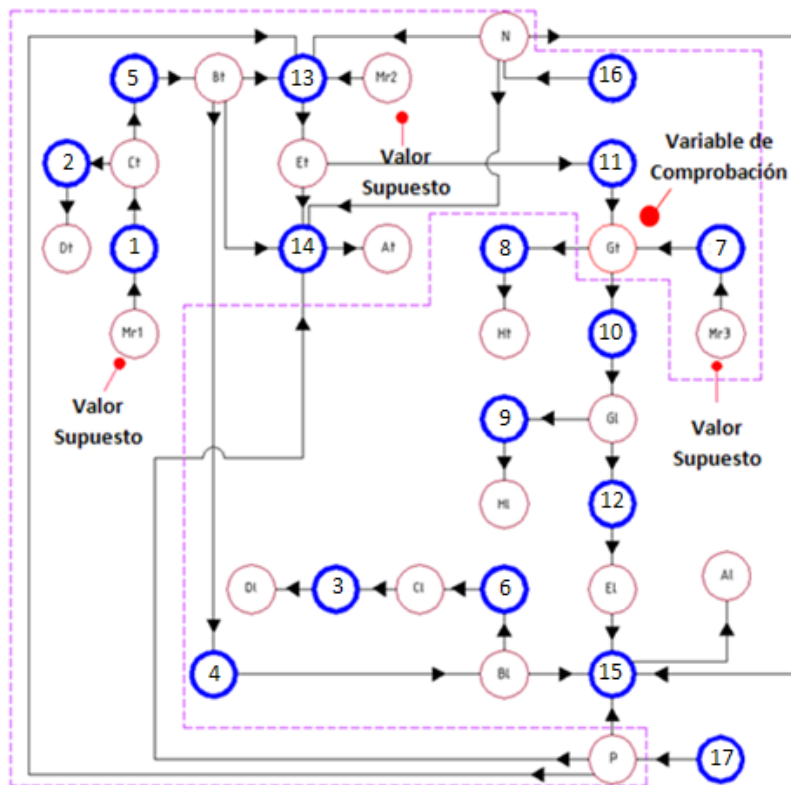


Figura 14. Grafo del resolvente para hallar las reacciones en las articulaciones del mecanismo rompedor.

El grafo sólo muestra las incógnitas particulares que se intentan resolver y las ecuaciones en las que estas incógnitas participan.

Por otra parte, en el grafo resolvente de la Figura 14 se han excluido las ecuaciones geométricas (18), (19) y (20) y sus variables asociadas porque estas ecuaciones sólo sirven para determinar el valor de los ángulos φ_6 , φ_5 , φ_3 y β , a partir de φ_1 , pero forman un subconjunto de ecuaciones cuya solución es independiente de las ecuaciones (1) a (17).

El grafo resolvente de la figura (14), señala que los tres momentos resistentes iniciales M_{r1} , M_{r2} y M_{r3} que pueden actuar libremente sobre los ejes de los tres rompedores, *deben asumirse* en principio y luego comprobarse si son una combinación válida. Esto es así porque existen innumerables combinaciones posibles válidas para estas tres magnitudes, ya que el flujo de potencia transmitido desde los cilindros al mecanismo se divide libremente entre los tres ejes en dependencia de la carga real que cada uno maneje para un momento particular.

De acuerdo con el grafo de la Figura 14, para confirmar si una combinación propuesta de valores asumidos de los tres momentos resistentes M_{r1} , M_{r2} y M_{r3} es o no correcta, se entra en un ciclo iterativo, en el cual la fuerza G_t , dirigida a lo largo de la dirección transversal al eje rompedor derecho en el par cinemático G , se calcula por *dos* caminos distintos, uno proveniente de la ecuación (11) y otro proveniente de la ecuación (7). De esta manera, al poder calcularse por estos dos caminos distintos la magnitud de la fuerza G_t , ésta sirve como variable de comprobación o control.

II. 16 Variables Conocidas o asumidas

Las variables y parámetros conocidos o asumidos en este problema son:

- 1) La presión hidráulica máxima $p_{trabajo}$ de 150 Bar.
- 2) Los 3 momentos resistentes en los ejes rompedores, los cuales pueden distribuirse de distintas maneras.
- 3) La longitud de los eslabones.

4) El ángulo de entrada del eslabón primario 1.

II. 17 Teorema del trabajo y la energía

Para suponer tres valores posibles de momentos resistivos M_{r1} , M_{r2} y M_{r3} y entrar con ellos a iterar, se empleará el teorema del trabajo y la energía.

De acuerdo con éste principio, si no se toma en cuenta las pérdidas de energía que ocurren en el sistema y las variaciones de presión de 10 % indicadas en la figura 12, el trabajo que el fluido hidráulico hace sobre los vástagos de los cilindros durante un intervalo dado, viene dado esencialmente por el producto entre la presión de trabajo y el área de los pistones y la distancia recorrida por estos durante dicho intervalo. Este trabajo es igual también al trabajo que hacen los tres ejes rompedores sobre los aglomerados para desagruparlos y moverlos.

Si a su vez se supone, que cada momento resistivo sobre cada eje rompedor es constante a lo largo de toda su operación, entonces el trabajo que cada rompedor hace viene dado por el producto de esos momentos resistivos y el ángulo barrido por dichos rompedores entre una posición angular final y una posición angular inicial dada, para el mismo intervalo anterior. Escrito analíticamente queda la ecuación (21).

$$p_{trabajo} A_1(\delta l) + p_{trabajo} A_2(\delta l) = M_{R1}(\varphi_{3\ final} - \varphi_{3\ inicial}) + M_{R2}(\varphi_{1\ final} - \varphi_{1\ inicial}) + M_{R3}(\varphi_{5\ final} - \varphi_{5\ inicial}); \quad (21)$$

De (21) se puede proponer una combinación posible de valores orientativos iniciales para los tres momentos resistivos.

La manera en que se reparten los momentos resistivos en cada uno de los tres ejes rompedores es una función muy compleja de modelar. Sin embargo, se argumentará que es posible definir desde el punto de vista técnico, varias distribuciones posibles de estos momentos resistivos. Estas pueden ser:

Caso 1. Distribución equitativa de los momentos resistivos en los tres ejes del mecanismo rompedor.

Aquí se puede estudiar lo que ocurre con las fuerzas en las articulaciones y apoyos del mecanismo, para cada posición particular del elemento de entrada, suponiendo que en todo momento los tres ejes rompedores se ven sometidos al mismo momento resistivo. En este caso, el valor a asumir inicialmente para cada momento resistivo en cada eje rompedor viene dado por la ecuación (22).

$$M_{R1} = M_{R2} = M_{R3} = \frac{p_{trabajo} A_1(\delta l) + p_{trabajo} A_2(\delta l)}{3(\varphi_{1\ final} - \varphi_{1\ inicial})}; \quad (22)$$

Como se asume que la fuerza longitudinal que actúa sobre los vástagos del accionamiento del mecanismo es esencialmente constante a lo largo de toda su carrera y que ésta es una fuerza siempre dirigida a la largo del eje longitudinal del vástago, se puede decir que el desplazamiento diferencial δl en la ecuación (22) viene dado por el valor expresado en (23).

$$\delta l = \text{carrera de los vástagos} = 1,186 \text{ m}; \quad (23)$$

Del mismo modo, se puede considerar que la diferencia entre los ángulos de posicionamiento final e inicial de cada eje rompedor viene dada por el ángulo total barrido por cada eje rompedor, como se indica en el resultado dado en (24).

$$\varphi_{1\ final} - \varphi_{1\ inicial} = 0,785 \text{ radianes } (45^\circ); \quad (24)$$

Caso 2. Distribución desigual de los momentos resistivos con ambos ejes rompedores laterales sobrecargados.

En este caso se supondrá que los momentos resistivos sobre los ejes rompedores son *desiguales*. Esto podría ocurrir debido a una sobrecarga simultánea de los ejes rompedores laterales izquierdo y derecho del mecanismo debido a la

tendencia del mineral a aglomerarse en las paredes del horno.

Bajo estas circunstancias, el momento resistivo que actúa sobre los ejes rompedores izquierdo y derecho será mayor que los definidos para el caso 1.

Para evaluar este segundo caso, se medirá la *presión mínima* de trabajo a la que operan los cilindros hidráulicos y se calculará el *momento resistivo mínimo equitativo* que puede estar actuando sobre los tres ejes rompedores bajo esta condición.

Esta prueba se ha hecho en la práctica en la empresa Comsigua cargando al horno con material completamente suelto y no amalgamado, dando como resultado una presión de trabajo mínima esencialmente constante de 80 Bar.

Si se aplica nuevamente la ecuación (22) para este valor de presión mínima de trabajo de 80 Bar durante toda la carrera del cilindro, se puede calcular el momento resistivo mínimo equitativo, $M_{Res\ mínimo}$, que puede estar actuando sobre los tres ejes.

Ahora éste valor de momento resistivo mínimo se supondrá que actúa *sólo* sobre el eje rompedor central durante toda su fase de giro de 45° y se calculará nuevamente a través de la ecuación (21) los nuevos momentos resistivos equitativos que deben estar actuando sobre los dos rompedores laterales, suponiendo que se ha alcanzado una presión crítica de 150 Bar.

Es decir, que en el caso 2, se está suponiendo que el momento resistivo sobre el eje central es igual al mínimo asumido, tal como se indica en (25) y que los momentos sobre los ejes rompedores izquierdo y derecho son iguales entre sí, como se señala en (26).

$$M_{R2} = M_{Res\ mínimo} \quad (25)$$

$$M_{R1} = M_{R3} \quad (26)$$

Caso 3. Distribución desigual de los momentos resistivos, con un sólo eje lateral rompedor sobrecargado.

En este caso, que es la condición de carga supuesta más crítica, se admite que el $M_{Res\ mínimo}$ actúa sobre cada uno de los dos ejes *no* sobrecargados y que el eje lateral sobrecargado se ve sometido a un

momento resistivo máximo, como se escribe en (27) y (28). Es decir:

$$M_{R2} = M_{R3} = M_{Res\ mínimo} \quad (27)$$

$$M_{R1} = M_{Res\ máximo} \quad (28)$$

II. 18 Algoritmo de solución por iteración.

En primer lugar hay que saber que las reacciones en los apoyos son variables con la posición del ángulo de entrada ϕ_1 , de esta manera el algoritmo solución del problema de hallar las reacciones en el mecanismo rompedor, deducido a partir del grafo orientado del resolvente de la fig. (14) es:

1. Para cada valor del ángulo ϕ_1 se asumen los valores de M_{R1} , M_{R2} y M_{R3} en dependencia del caso que se vaya a considerar.

Con el valor de M_{R1} asumido en el paso 1 se entra en (1) y se calcula C_t .

2. Con el valor de C_t se entra en (2) y se calcula D_t .

3. Con el valor de C_t se entra también en (5) y se calcula B_t .

4. De la ecuación (17), calculamos el valor de la fuerza P entre el vástago del cilindro derecho y la palanca de entrada 1 del mecanismo.

5. De la misma manera, con la ecuación (16), encontramos la magnitud de la fuerza N entre el vástago del cilindro izquierdo y la palanca 1 del mecanismo.

6. Con el valor asumido de M_{R2} en el paso uno, junto con los valores hallados de N , P y B_t se entra en (13) y se encuentra E_t .

7. Con el valor de E_t se entra en (11) y se calcula G_t .

8. Con el valor asumido de M_{R3} en el paso uno, se entra en (7) y se calcula nuevamente un segundo valor G_t . Si ambos valores de G_t , el calculado a través de (7) y el calculado a través de (11) no son iguales, es necesario asumir nuevos valores de M_{R1} , M_{R2} y M_{R3} . Si coinciden ambos valores de G_t , se procederá a realizar los pasos que siguen.

9. Una vez obtenido el valor correcto de G_t se entra en (8) y se calcula H_t , también se entra en (10) y se calcula G_l .

10. Con el valor de G_l se entra en (9) y se calcula H_l .

11. Con el valor de G_l se entra en (12) y se calcula E_l .

12. Con el valor de B_t se entra en (4) y se calcula B_l .

13. Con los valores de B_l , E_l , P y N se entra en (15) y se calcula A_l .

14. Con el valor de B_l se entra en (6) y se calcula C_l .

15. Con el valor de C_l se entra en (3) y se calcula D_l .

16. Por último con los valores de B_t , E_t , N y P se entra en (14) y se calcula A_t .

17. Con los valores numéricos de las reacciones transversales y longitudinales se hallan las reacciones totales, a través de una ecuación de la forma (30).

$$F = \sqrt{F_t + F_n} \quad (30)$$

III. RESULTADOS Y DISCUSIONES

La Figura 15 muestra el valor del momento resistivo máximo en el eje del rompedor izquierdo en función del ángulo ϕ_1 , cuando los otros dos rompedores del mecanismo están sometidos a un momento resistivo mínimo y sólo el rompedor izquierdo está sobrecargado, venciendo el momento resistivo máximo.

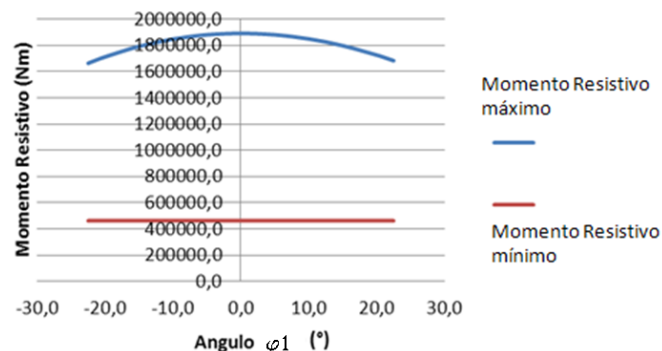


Figura 15. Magnitud del momento resistivo máximo y mínimo para el caso 3 de distribución de momentos resistivos.

La Figura 16 muestra la magnitud de las reacciones totales de fuerza en los apoyos fijos A , H y D del mecanismo cuando sólo el eje rompedor izquierdo se encuentra sobrecargado y los dos ejes restantes manejan un momento resistivo mínimo.

Puesto que, como se indica en la figura 3, existen dos apoyos por cada eje rompedor del mecanismo, el valor de las fuerzas encontradas en los apoyos fijos A , H y D debe ser dividido entre dos.

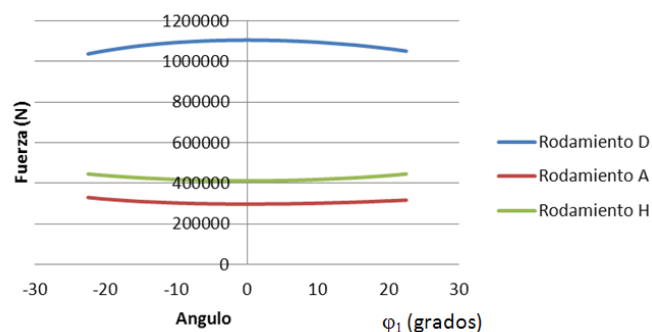


Figura 16. Reacciones en los apoyos fijos del mecanismo cuando el eje rompedor izquierdo se encuentra sobrecargado, recibiendo un torque máximo.

La Figura 17 muestra la magnitud de las reacciones en las articulaciones móviles C , B , E y G del mecanismo cuando el eje rompedor izquierdo se encuentra sobrecargado.

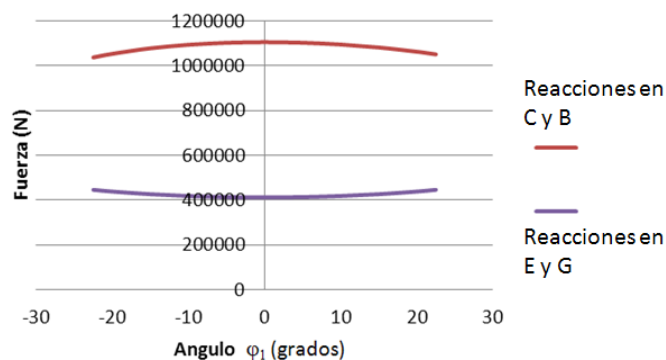


Figura 17. Reacciones en los apoyos móviles del mecanismo cuando el eje rompedor izquierdo se encuentra sobrecargado.

De acuerdo con estos resultados, si el eje izquierdo se sobrecarga, el apoyo fijo *D* del lado de dicho rompedor también se sobrecarga, aumentando con ello el valor de la reacción de fuerza en *D* y disminuyendo los valores de las reacciones en *A* y *H*. Del mismo modo, se sobrecargarán las articulaciones móviles *C* y *B* del lado del rompedor sobrecargado. El resultado es cualitativamente el mismo si ahora el rompedor derecho es el que se sobrecarga. En este caso aumenta el valor de la reacción en el apoyo fijo *H* y disminuyen las reacciones en *A* y *D*.

Los valores numéricos hallados indican que desde el punto de vista práctico, las magnitudes de los momentos resistivos y de las fuerzas en los nodos de los eslabones del mecanismo permanecen esencialmente constantes, independientemente del valor del ángulo de entrada ϕ_1 del elemento primario.

IV. CONCLUSIONES

1. El grafo del resolvente del problema planteado permite definir cuál es el algoritmo de solución para encontrar las fuerzas de reacción en las articulaciones del mecanismo rompedor de aglomerados de Comsigua.
2. Los momentos resistivos que actúan sobre cada uno de los tres ejes rompedores del mecanismo estudiado pueden dividirse de distintas maneras alrededor de dichos ejes.
3. Para encontrar el valor de las fuerzas de reacción en las articulaciones del mecanismo es necesario

asumir una distribución de los momentos resistivos alrededor de los ejes de los rompedores.

4. Se puede asumir una distribución tal que sobre el rompedor central y sobre el rompedor derecho actúe un momento resistivo mínimo, obtenido del valor de momento resistivo equitativo que se genera en los tres ejes rompedores cuando el sistema trabaja a una presión mínima de 80 Psi.

5. Si la presión de trabajo de los cilindros es de 80 Bar, el momento resistivo mínimo repartido equitativamente en cada uno de los tres ejes rompedores es de 462.000 *N.m*.

6. El momento resistivo máximo a que se ve sometido el eje del rompedor izquierdo, cuando la presión de trabajo en los cilindros es de 150 Bar y cuando se supone que el rompedor izquierdo está sobrecargado con un torque mayor que el que actúa sobre los dos ejes restantes, es del orden de los 1.900.000 *N.m*.

7. Las fuerzas de reacción máximas en los apoyos fijos y en las articulaciones móviles del rompedor ocurren del lado más cargado del mecanismo.

8. La fuerza de reacción máxima en los apoyos fijos del lado más cargado en el rompedor, está dentro del rango de 500000 N a 575000 N.

V. NOMENCLATURA

N = Fuerza de reacción en la cabeza del vástago 8.

P = Fuerza de reacción en la cabeza del vástago 9.

p_{trabajo} = Presión de trabajo entregada por el sistema hidráulico a los cilindros hidráulicos.

A₁ = Área efectiva de trabajo del pistón 8.

A₂ = Área efectiva de trabajo del pistón 9.

a₆ = Longitud constante horizontal.

b₆ = Longitud constante vertical.

l_i = longitud del eslabón *i*-ésimo.

β = Ángulo constante.

ϕ_i = Orientación angular del eslabón *i*-ésimo.

δl = desplazamiento diferencial de los vástagos.

M_{r1} , M_{r2} y M_{r3} = Momentos resistivos sobre los ejes rompedores izquierdo, central y derecho respectivamente.

$M_{Res\ mínimo}$ = Momento resistivo mínimo para una presión de trabajo mínima de 80 Bar.

B_b , C_b , E_b , G_b , H_b ,..... Fuerzas de reacción transversal en los nodos B , C , E , G , H , etc.

B_l , C_l , E_l , G_l , H_l ,..... Fuerzas de reacción longitudinal en los nodos B , C , E , G , H , etc.

VI. APÉNDICES

Datos geométricos de los cilindros hidráulicos:

Diámetro del pistón: 12"

Diámetro del vástago: 7"

Stroke (carrera máxima de los vástagos): 1, 186 m

Presión mínima de trabajo de los cilindros: 80 Bar.

Presión máxima de trabajo de los cilindros: 150 Bar.

Longitud L_1 de la palanca de entrada: 1550 mm.

Longitud L_2 y L_4 de las bielas acopladoras 2 y 4: 2000 mm.

Longitud L_3 y L_5 de las palancas izquierda y derecha de los rompedores: 1120 mm.

Longitud a_6 : 2990 mm.

Longitud a_6 : 1550 mm.

VII. REFERENCIAS

[1] Escanaverino J., Toll A., y Cárdenas T. September 2000. Dichromatic graphs: A tool for the algorithmic education of mechanical engineers. 2000 *ASME design Engineering Technical Conferences and Computers Information in Engineering Conference*, Baltimore, Maryland. USA.

[2] Kenneth H. Rosen. 2004. *Matemática Discreta y sus aplicaciones*. Venezuela. Quinta Edición. McGraw-Hill de Venezuela. Caracas.

[3] Jonathan L. Gross. 2006. *Graph Theory and Its Applications*. Second Edition. Chapman & Hall/CRC. USA.

[4] Betina Blanco, "Fuerzas actuantes en las articulaciones y apoyos del mecanismo rompedor superior de aglomerados de Comsigua C.A". Tesis de grado, Diciembre 2011. UNEXPO. Puerto Ordaz, Venezuela.