

CHƯƠNG : MỞ ĐẦU.

1. Nhiệm vụ và đối tượng môn học:

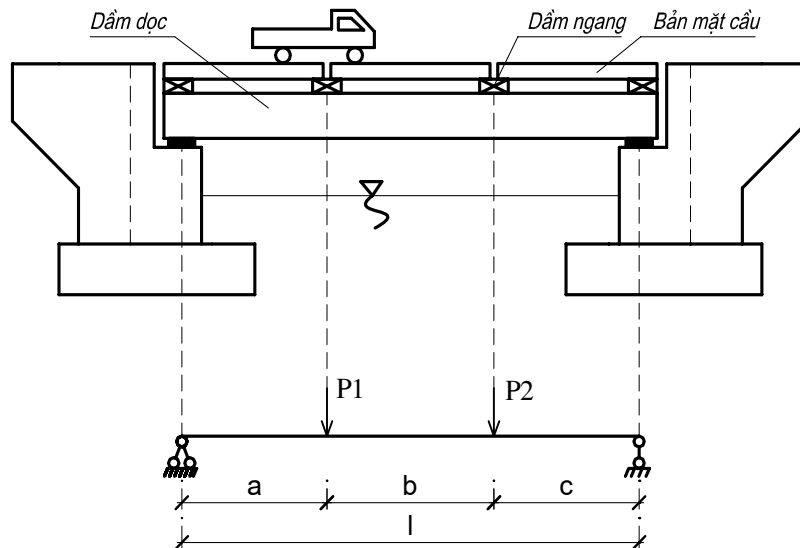
- **Định nghĩa kết cấu:** Kết cấu là một hay nhiều cấu kiện được nối ghép với nhau theo những quy luật nhất định, chịu được sự tác dụng của các tác nhân bên ngoài như tải trọng, nhiệt độ thay đổi và chuyển vị cưỡng bức.
- **Nhiệm vụ môn học:** Là một môn khoa học chuyên nghiên cứu về nguyên lý, phương pháp tính nội lực và chuyển vị của kết cấu. Đảm bảo cho kết cấu có đủ cường độ, độ cứng và độ ổn định trong quá trình khai thác, không bị phá hoại.
- **Đối tượng nghiên cứu** của môn học rất phong phú và đa dạng. Đối với ngành xây dựng Công trình ta chủ yếu nghiên cứu hệ thanh.
- So với môn học SBVL thì cả hai môn học đều có chung một nội dung nhưng phạm vi nghiên cứu thì khác nhau. SBVL nghiên cứu cách tính độ bền, độ cứng và độ ổn định của từng cấu kiện riêng rẽ. Còn Cơ học kết cấu nghiên cứu toàn bộ công trình gồm nhiều cấu kiện riêng rẽ liên kết với nhau tạo nên một kết cấu có đủ khả năng chịu lực.
- **Trong thực tế ta thường gặp hai bài toán:**
 - **Bài toán 1:** Bài toán kiểm tra: Khi đã biết rõ hình dạng, kích thước của kết cấu cũng như biết trước các nguyên nhân tác dụng bên ngoài. Ta phải xác định trạng thái nội lực và biến dạng của hệ nhằm kiểm tra xem công trình có đảm bảo đủ bền, đủ cứng và ổn định hay không.
 - **Bài toán 2:** Bài toán thiết kế: Tức là phải xác định hình dáng, kích thước của công trình một cách hợp lý để công trình có đủ điều kiện bền, điều kiện cứng và ổn định dưới tác dụng của nhân tố bên ngoài.

2. Sơ đồ tính của kết cấu:

- Sơ đồ tính của kết cấu là hình ảnh đơn giản hoá mà vẫn đảm bảo phản ánh được sát với sự làm việc của kết cấu .
- Trong thực tế, để chuyển công trình thực tế về sơ đồ tính của nó ta cần thực hiện theo hai bước biến đổi .
 - **Bước 1:** Chuyển Công trình thực tế về sơ đồ của Công trình theo nguyên tắc sau:

- Thay các thanh bằng đường trục, thay các bản hoặc vỏ bằng các mặt trung gian.
- Thay các tiết diện bằng các đặc trưng hình học của nó như : Diện tích F và mô men quán tính $A....$ để tính toán .
- Thay các thiết bị tựa bằng các liên kết tựa lý tưởng.
- Mỗi liên kết giữa các đầu thanh quy về hai dạng: Khớp và Nối cứng.
- Đưa tải trọng tác dụng về trục của nó dưới dạng ba loại chính là: Tải trọng tập trung , tải trọng phân bố và mô men tập trung .
- **Bước 2:** Chuyển Sơ đồ của Công trình về Sơ đồ tính .

Ví dụ 1: Sơ đồ tính của cầu dầm giản đơn.



➤ **Kết luận:** Lựa chọn Sơ đồ tính là công việc rất phức tạp và đa dạng, một Công trình có thể có nhiều Sơ đồ tính nhưng sẽ có một Sơ đồ tính hợp lý nhất.

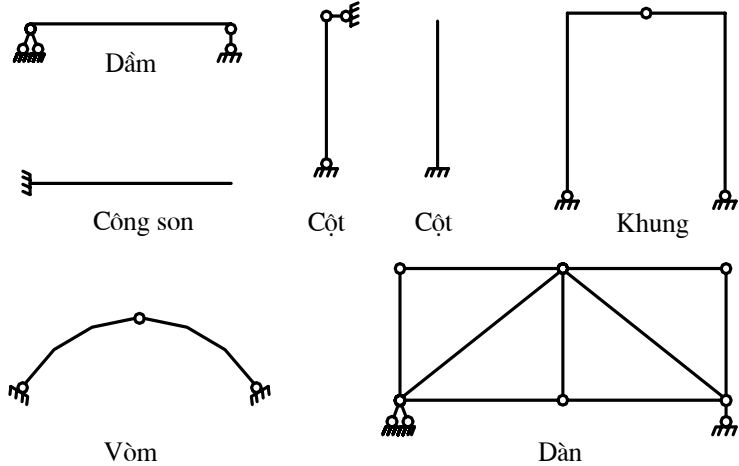
3. Phân loại kết cấu: Gồm các hình thức phân loại:

a. Phân loại theo cấu tạo trong không gian :

- Kết cấu hệ thanh: Hệ một thanh(Dầm cột) và Hệ nhiều thanh(Vòm , khung, dàn, dầm ghép .)
- Kết cấu vỏ mỏng .
- Kết cấu đặc.

b. Phân loại theo sự nối tiếp giữa các thanh :

- Dàn khớp.
- Dầm.
- Khung.
- Vòm
- Hệ liên hợp giữa dầm và dàn...



c. Phân loại theo phản lực gối :


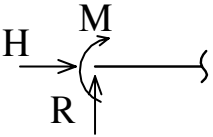

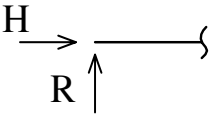



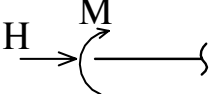
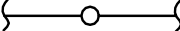
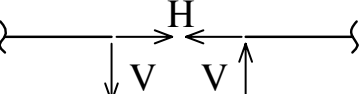

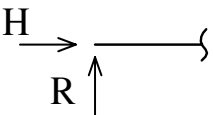


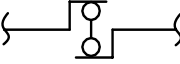

- Hệ có lực đẩy ngang: Ví dụ như vòm, khung.
- Hệ không có lực đẩy ngang. Ví dụ như Dầm, dàn.

d. Phân loại theo phương pháp tính:

- Kết cấu tĩnh định.
- Kết cấu siêu tĩnh.

4. Phân loại liên kết:

- **Ngàm**: Khi giải phóng liên kết ngàm sẽ có ba thành phần phản lực: R, H, M do ngàm ngăn cản sự dịch chuyển của kết cấu theo cả 3 phương: Thẳng đứng, nằm ngang và chuyển vị góc quay.
- **Gối cố định**: Khi giải phóng liên kết Gối cố định sẽ có hai thành phần phản lực: R, H do Gối cố định ngăn cản sự dịch chuyển của kết cấu theo 2 phương: Thẳng đứng, nằm ngang.
- **Gối di động**: Khi giải phóng liên kết Gối di động sẽ có một thành phần phản lực: R. do Gối di động ngăn cản sự dịch chuyển của kết cấu theo 1 phương của gối di động.
- **Ngàm trượt**: Khi giải phóng liên kết Ngàm trượt sẽ có hai thành phần phản lực: M, H do Ngàm trượt ngăn cản sự dịch chuyển của kết cấu theo 1 phương của gối di động và ngăn cản chuyển vị góc xoay.

Loại liên kết	Liên kết	Phản lực liên kết
Ngàm		
Gối cố định		
Gối di động		
Ngàm trượt		
Khớp trung gian		
Khớp nối đất		
Liên kết đơn		
Liên kết đơn		

5. Các Giả thiết trong Cơ học kết cấu - Nguyên lý cộng tác dụng:

a. Các Giả thiết:

- Giả thiết vật liệu là đàn hồi tuyệt đối và tuân theo Định luật Hooke.
- Giả thiết biến dạng và chuyển vị trong hệ rất nhỏ. Sau khi chịu tác dụng của ngoại lực ta vẫn dùng sơ đồ ban đầu để tính .

b. Nguyên lý cộng tác dụng:

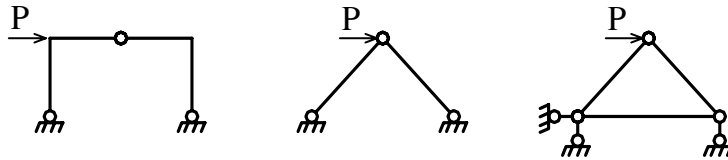
Phát biểu nguyên lý: Một đại lượng nào đó (Phản lực, nội lực, chuyển vị) do một số nguyên nhân (Ngoại lực, nhiệt độ thay đổi, chuyển vị cưỡng bức) đồng thời tác dụng lên kết cấu gây ra được xem như tổng đại số hay tổng hình học những giá trị thành phần của đại lượng đó do từng nguyên nhân tác dụng riêng rẽ gây ra.

CHƯƠNG 1: PHÂN TÍCH CẤU TẠO HÌNH HỌC CỦA KẾT CẤU.

1.1: MỤC ĐÍCH VÀ CÁC KHÁI NIỆM.

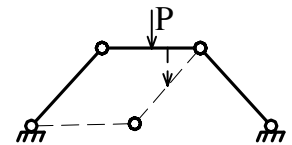
1. Hệ không biến hình:

Định nghĩa: Hệ không biến hình là hệ khi chịu tác dụng của tải trọng vẫn giữ nguyên được hình dạng hình học ban đầu của nó nếu ta xem biến dạng đàn hồi của kết cấu rất nhỏ hoặc xem các cấu kiện là tuyệt đối cứng.



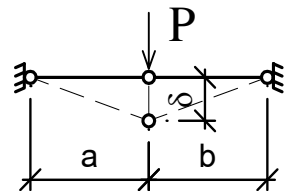
2. Hệ biến hình:

Định nghĩa: Hệ biến hình là hệ khi chịu tác dụng của tải trọng sẽ thay đổi hình dạng hình học ban đầu.



3. Hệ biến hình tức thời:

Định nghĩa: Là hệ khi chịu tác dụng của tải trọng sẽ thay đổi hình dạng hình học vô cùng bé sau đó hệ sẽ chuyển thành hệ không biến hình.



4. Mục đích :

Mục đích của Chương này là nhằm trang bị các kiến thức:

- Để phân biệt kết cấu có biến dạng hình học hay không.
- Thiết kế Tạo kết cấu mới....

1.2. BẬC TỰ DO VÀ CÁC LOẠI LIÊN KẾT.

1. Định nghĩa:

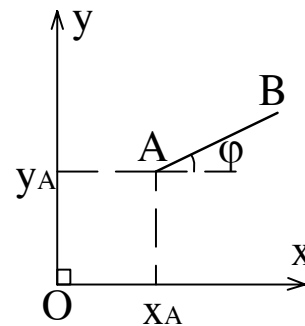
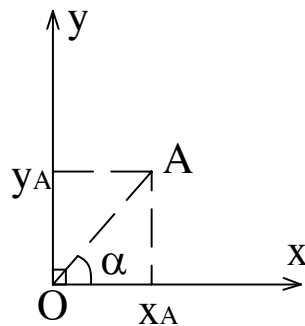
Bậc tự do là các thông số hình học có thể biến đổi một cách độc lập để xác định vị trí của vật trong hệ toạ độ.

2. Bậc tự do của một điểm trong mặt phẳng:

Một điểm trong mặt phẳng có hai bậc tự do.

3. Bậc tự do của một vật trong mặt phẳng:

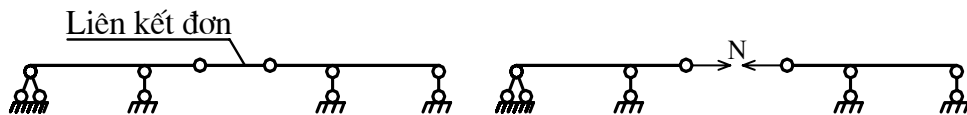
Một vật trong mặt phẳng có ba bậc tự do.



4. Các loại liên kết:

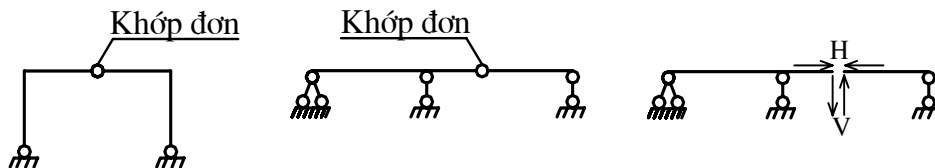
a. Liên kết đơn: Liên kết đơn là một thanh có hai đầu khớp.

- Một Liên kết đơn chỉ khử được một bậc tự do.

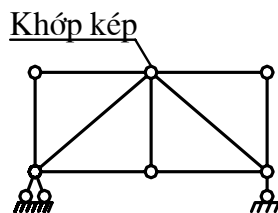


b. Liên kết khớp:

- **Khớp đơn:** Nối hai miếng cứng. Một khớp đơn khử hai bậc tự do.



- **Khớp kép:** Nối nhiều miếng cứng.



- Độ phức tạp của khớp kép tính theo công thức:

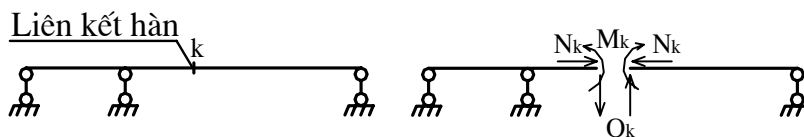
$$P = n - 1$$

Trong đó: n là số tấm cứng.

Một khớp kép khử: $2(n-1)$ bậc tự do.

c. Liên kết hàn:

Một Liên kết hàn khử ba bậc tự do.



5. Công thức tính Bậc tự do của kết cấu:

a. Công thức tổng quát :

- **Kết cấu có nối đất :**

$$W = 3T - 2C - L_o$$

Trong đó :

W : Bậc tự do.

T : Số tấm cứng.

C : Số khớp đơn.

L_o : Số Liên kết đơn nối với đất.

- **Kết cấu không nối đất :**

Do một tấm cứng chỉ cần 3 Liên kết để nối với đất là đủ nên trong trường hợp này: $L_o = 3$.

$$V = 3T - 2C - 3$$

b. Công thức tính bậc tự do của dàn:

- **Kết cấu có nối đất :**

$$W = 2D - L - L_o.$$

Trong đó : W : Bậc tự do.

D : Số tiết điểm của dàn.

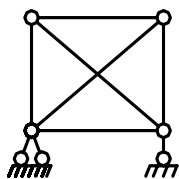
L : Số thanh trong dàn.

L_o : Số Liên kết đơn nối với đất.

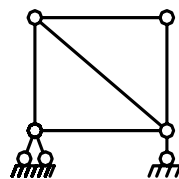
• **Kết cấu không nối đất :**

$$V = 2D - L - 3.$$

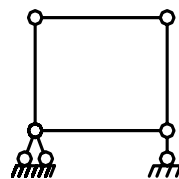
c. Một số ví dụ: Tính bậc tự do của các kết cấu sau:



a,



b,



c,

• **Kết cấu dàn có nối đất :**

$$W = 2D - L - L_o.$$

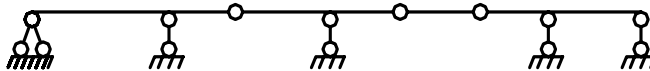
a, $W = 2.4 - 6 - 3 = -1;$

b, $W = 2.4 - 5 - 3 = 0;$

c, $W = 2.4 - 4 - 3 = 1;$

d, $W = 3T - 2C - L_o.$

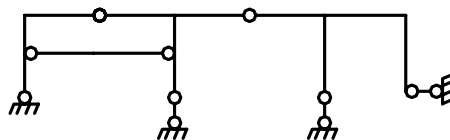
$W = 3.4 - 2.3 - 6 = 0;$



d,

e, $W = 3T - 2C - L_o.$

$W = 3.4 - 2.4 - 5 = -1;$



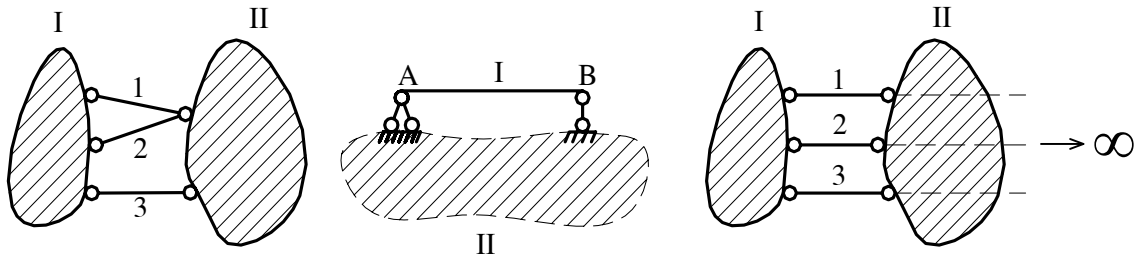
e,

1.3. CÁC QUY LUẬT CẤU TẠO NÊN KẾT CẤU KHÔNG BIẾN HÌNH.

1. Quy luật 1:

- **Phát biểu:** Hai tấm cứng nối với nhau bởi ba Liên kết không giao nhau tại một điểm thì tạo thành kết cấu (tấm cứng mới) không biến dạng hình học.

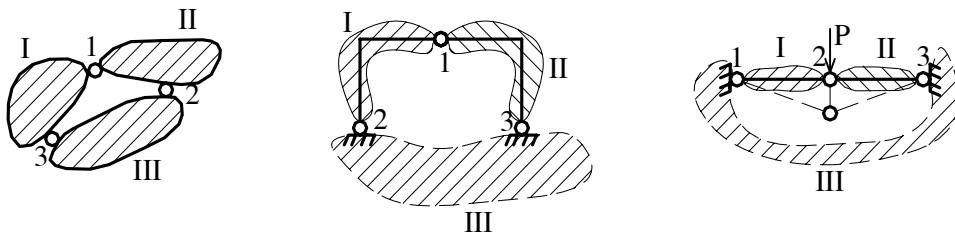
- **Hình vẽ :**



2. Quy luật 2:

- **Phát biểu:** Ba tấm cứng nối với nhau bởi ba khớp không cùng nằm trên một đường thẳng thì tạo thành kết cấu (tấm cứng mới) không biến dạng hình học.

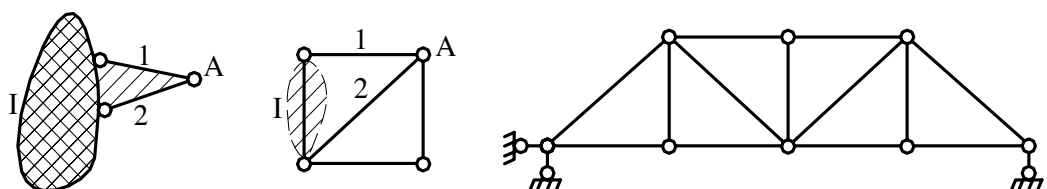
- **Hình vẽ :**



3. Quy luật 3 (Quy luật phát triển tấm cứng).

- **Phát biểu:** Một điểm nối với một tấm cứng bằng hai liên kết đơn không cùng nằm trên một đường thẳng thì tạo thành kết cấu (tấm cứng mới) không biến dạng hình học.

- **Hình vẽ :**



1.4. CÁC VÍ DỤ ÁP DỤNG.

Mục đích của khảo sát cấu tạo hình học của kết cấu là xem kết cấu là biến dạng hình học hay không.

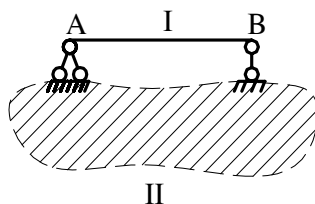
Như vậy một kết cấu không biến dạng hình học cần phải có hai điều kiện:

- **Điều kiện cần:** Độ tự do của kết cấu : $W \leq 0$. (Đủ hoặc thừa liên kết).
- **Điều kiện đủ :** Cấu tạo của kết cấu phải phù hợp với các quy luật cấu tạo nên kết cấu không biến hình.

Vậy để phân tích cấu tạo hình học của một kết cấu ta thực hiện theo hai bước:

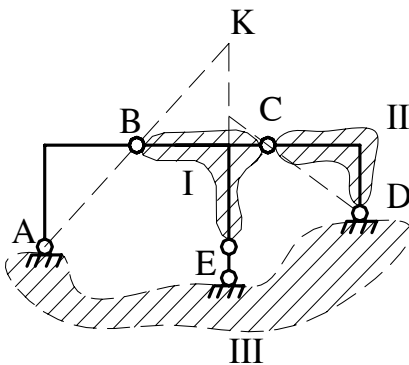
- Xác định bậc tự do: W .
- Phân tích cấu tạo hình học của kết cấu tức là xem kết cấu có phù hợp với các quy luật cấu tạo nên kết cấu không.

1. Ví dụ 1: Khảo sát cấu tạo hình học của kết cấu sau:



- Xác định bậc tự do: $W = 3T - 2C - L_o = 0 \Rightarrow$ Kết cấu đủ Liên kết.
- Phân tích cấu tạo hình học: Dầm AB là một tấm cứng nối với đất là tấm cứng thứ 2 bằng ba liên kết đơn (Tại A có 2 liên kết đơn, tại B có một Liên kết đơn) không đồng quy tại một điểm. Vậy theo quy luật 1 thì kết cấu là không biến dạng hình học.

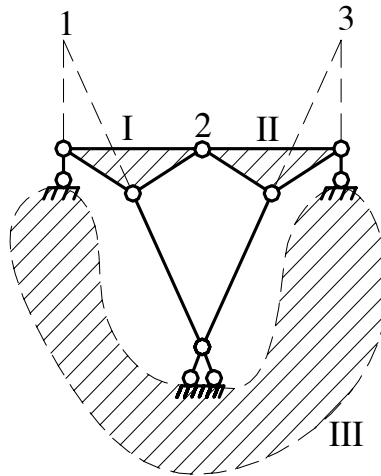
2. Ví dụ 2: Khảo sát cấu tạo hình học của kết cấu sau:



- Xác định bậc tự do: $W = 3T - 2C - L_o = 3.3 - 2.2 - 5 = 0$
 \Rightarrow Kết cấu đủ Liên kết.

- Phân tích cấu tạo hình học: Ba tấm cứng CD, BCE và trái đất nối với nhau từng đôi một bởi 3 khớp đơn không thẳng hàng K, C, D. Vậy theo quy luật 2 thì kết cấu là không biến dạng hình học.

2. Ví dụ 2: Khảo sát cấu tạo hình học của kết cấu sau:



- Xác định bậc tự do: $W = 2C - T - L_o = 2.6 - 8 - 4 = 0$
 \Rightarrow Kết cấu đủ Liên kết.

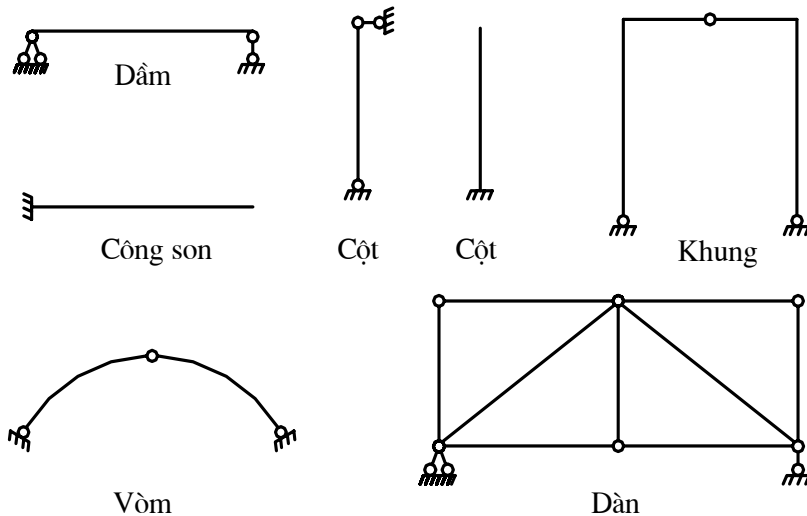
- Phân tích cấu tạo hình học: Ba tấm cứng I, II và trái đất nối với nhau từng đôi một bởi 3 khớp đơn không thẳng hàng 1, 2, 3. Vậy theo quy luật 2 thì kết cấu là không biến dạng hình học.

CHƯƠNG II: TÍNH NỘI LỰC CỦA KẾT CẤU PHẪNG TÍNH ĐỊNH CHỊU TÁC DỤNG CỦA TẢI TRỌNG TĨNH.

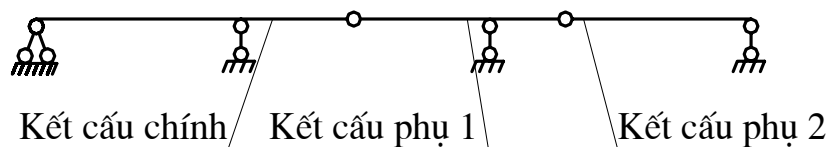
2.1. TÍNH CHẤT CHỊU LỰC CỦA KẾT CẤU TÍNH ĐỊNH VÀ PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH NỘI LỰC.

1. Khái niệm kết cấu tĩnh định.

- Kết cấu tĩnh định là kết cấu phải đảm bảo hai điều kiện:
 - Bậc tự do: $W=0$.
 - Không biến hình .



- Kết cấu tĩnh định có thể là một bộ phận (Dầm giản đơn, Dầm mút thừa hay công son, cột) có thể gồm nhiều bộ phận ghép lại với nhau trong đó có kết cấu chính và kết cấu phụ thuộc.
 - Kết cấu chính là kết cấu không biến hình có thể tồn tại độc lập.
 - Kết cấu phụ thuộc là kết cấu phải dựa vào kết cấu khác mới đứng vững



- Để tính và vẽ biểu đồ nội lực của kết cấu tĩnh định ta chỉ cần dùng 3 phương trình cân bằng tĩnh học:

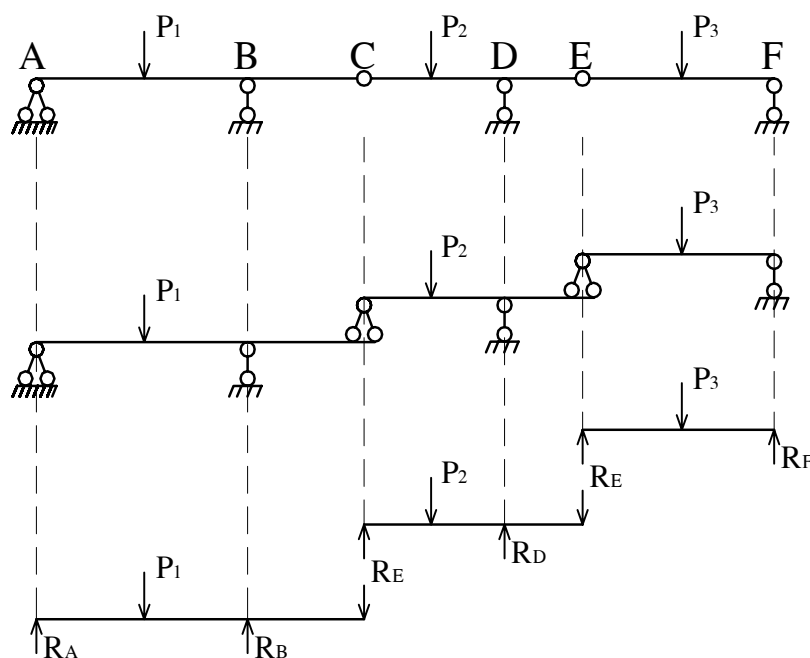
$$\begin{cases} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \\ \sum m_i = 0 \end{cases}$$

2. Tính chất chịu lực của kết cấu tĩnh định:

a. Đặc điểm 1:

- Nếu kết cấu tĩnh định gồm nhiều bộ phận hợp thành trong đó có bộ phận chính và bộ phận phụ thuộc thì:
 - Khi lực tác dụng lên bộ phận chính thì chỉ bộ phận chính có nội lực còn bộ phận phụ thuộc không có nội lực.
 - Khi lực tác dụng lên bộ phận phụ thuộc thì cả bộ phận chính và bộ phận phụ thuộc có nội lực.

Ví dụ: Xét kết cấu như trên hình vẽ.



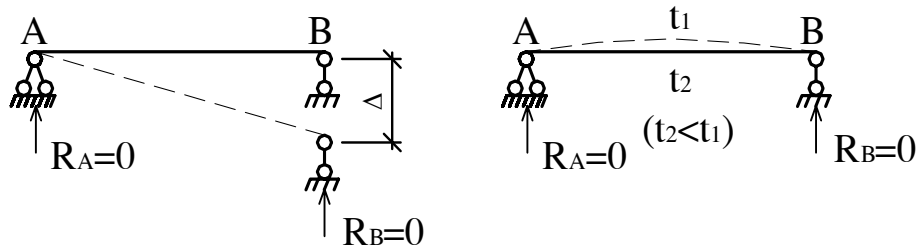
Ta nhận thấy:

- ABC là bộ phận chính.
- CDE là bộ phận phụ của ABC.

- EF là bộ phận phụ của CDE.
- Nếu chỉ có lực P_1 thì bộ phận CDE và EF không có nội lực.
- Nếu chỉ có lực P_2 thì cả bộ phận CDE và ABC có nội lực, còn EF không có nội lực.
- Nếu chỉ có lực P_3 thì cả 3 bộ phận EF, CDE và ABC có nội lực.

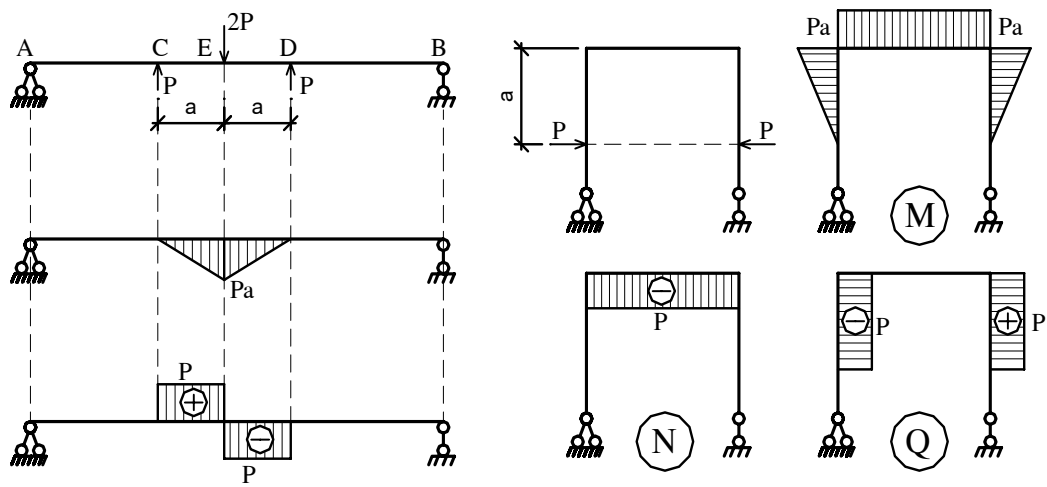
b. Đặc điểm 2:

Dưới tác dụng của nhiệt độ thay đổi và chuyển vị cưỡng bức thì kết cấu tĩnh định chỉ bị biến dạng mà không phát sinh nội lực.



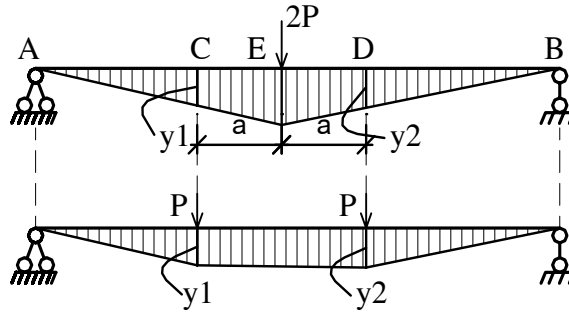
c. Đặc điểm 3:

Nếu có một hệ lực cân bằng tác dụng lên một bộ phận không biến dạng hình học của kết cấu tĩnh định thì chỉ có bộ phận đó phát sinh nội lực còn các bộ phận khác không có nội lực.



d. Đặc điểm 4:

Khi trên một bộ phận không biến dạng hình học của kết cấu có lực tác dụng nếu ta thay lực đó bằng một hệ lực tương đương thì nội lực trong bộ phận đó sẽ thay đổi còn các bộ phận khác không thay đổi.



e. Đặc điểm 5:

Nếu ta thay đổi cấu tạo của một bộ phận không biến dạng hình học nào đó trong kết cấu thì nội lực trong bộ phận ấy sẽ thay đổi còn các bộ phận khác nội lực không thay đổi.

3. Phương pháp xác định nội lực trong kết cấu tĩnh định :

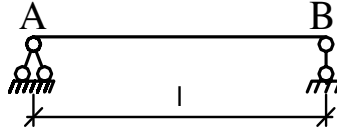
Để xác định nội lực trong kết cấu tĩnh định ta chỉ cần sử dụng 3 phương trình cân bằng tĩnh học cơ bản.

$$\begin{cases} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \\ \sum m_i = 0 \end{cases}$$

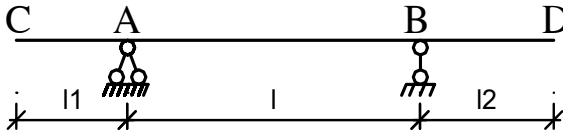
2.2. TÍNH VÀ VẼ CÁC BIỂU ĐỒ NỘI LỰC CỦA DẦM PHẪNG TĨNH ĐỊNH .

1. Phân loại Dầm phẳng tĩnh định:

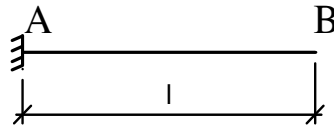
a. Dầm giản đơn:



b. Dầm mút thừa:



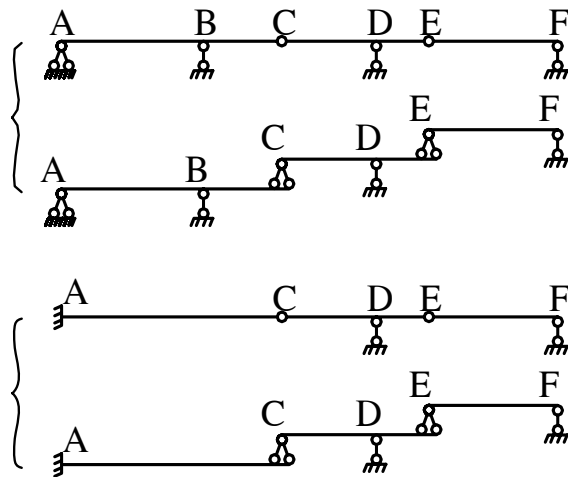
c. Dầm công son:



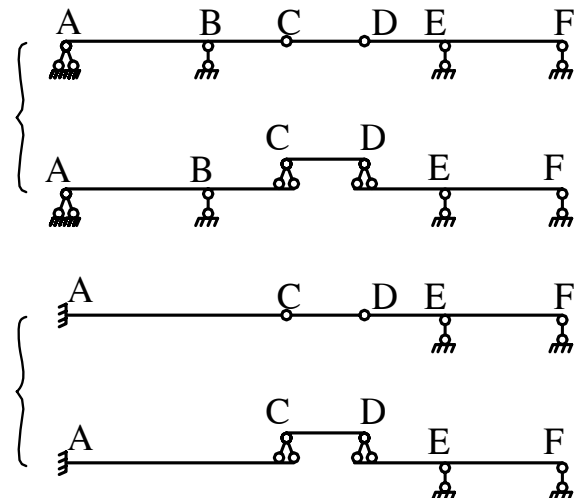
d. Dầm tĩnh định nhiều nhịp:

Dầm tĩnh định nhiều nhịp là Dầm được cấu tạo bởi các Dầm giản đơn, Dầm mút thừa hoặc Dầm công son và được nối với nhau bởi các khớp trong đó có bộ phận chính và bộ phận phụ thuộc.

Loại 1



Loại 2



2. Tính và vẽ các biểu đồ nội lực của Dầm tĩnh định .

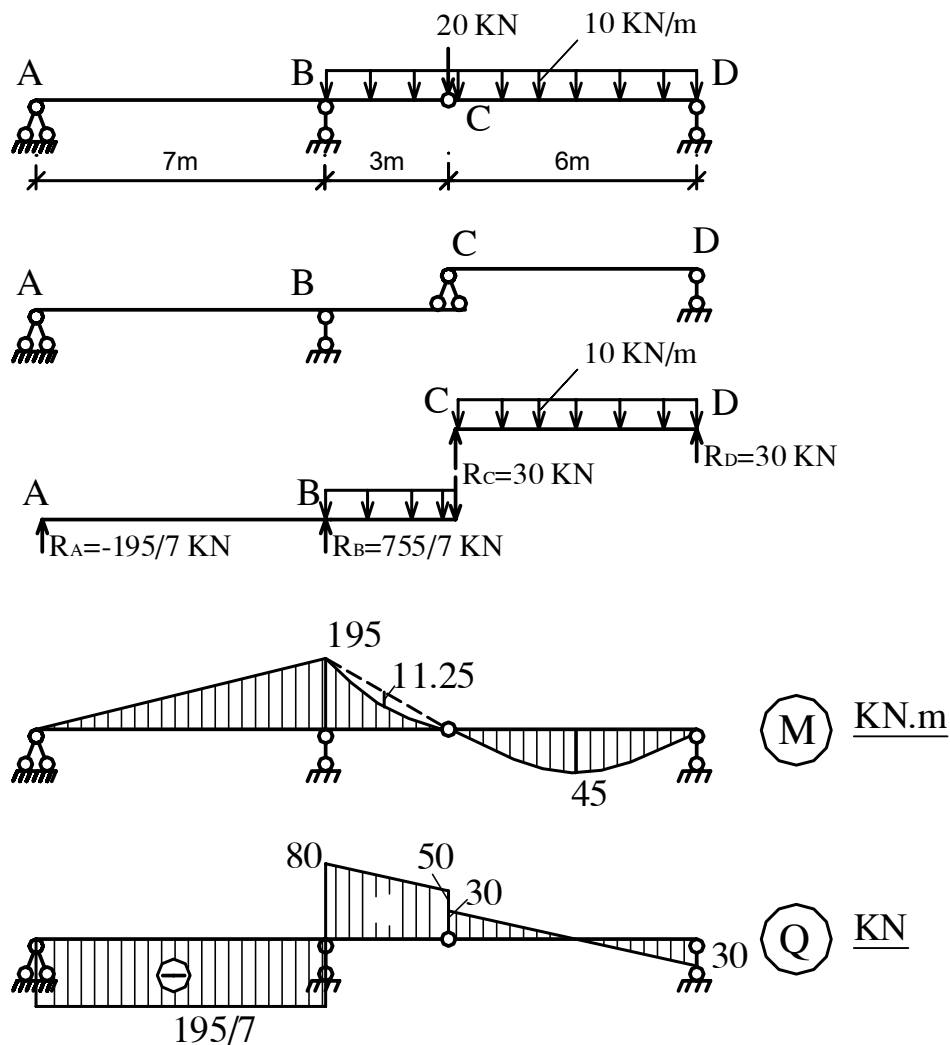
Thực hiện theo trình tự sau:

- **Bước 1:** Phân tích được quan hệ giữa các đoạn dầm xem Dầm nào là Dầm chính Dầm nào là Dầm phụ thuộc.

- **Bước 2:** Tính các phản lực của các đoạn dầm phụ thuộc trước sau đó truyền phản lực đó xuống Dầm chính thông qua các Liên kết trung gian. (Khớp hoặc liên kết đơn). Tiếp đó ta tính các phản lực trên Dầm chính.

- **Bước 3:** Vẽ các biểu đồ nội lực cho từng đoạn dầm riêng lẻ sau đó ghép các biểu đồ đó lại với nhau ta được biểu đồ nội lực của toàn Dầm .

3. Ví dụ1: Hãy tính và vẽ biểu đồ mô men, lực cắt của kết cấu sau:



Giải

- **Bước 1:** Phân tích được quan hệ giữa các đoạn dầm :

Ta thấy nếu bỏ khớp C thì dầm ABC vẫn không biến hình còn Dầm CD bị biến hình. Vậy Dầm ABC là Dầm chính còn CD là Dầm Phụ thuộc.

• **Bước 2: Tính các phản lực của các đoạn dầm theo trình tự:** Dầm Phụ thuộc trước, Dầm chính sau. Các phản lực được tính và ghi trên hình vẽ.

• **Bước 3: Vẽ các biểu đồ nội lực cho từng đoạn dầm .**

Đoạn CD: Xét mặt cắt 1-1 cách C đoạn z ($0 \leq z \leq 6m$)

Xét cân bằng phần Dầm bên trái mặt cắt 1-1:

$$\sum m_z = 0 \Rightarrow M_z - R_c \cdot z + \frac{10 \cdot z^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow M_z = z(R_c - 5 \cdot z)$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow R_c - Q_z - 10 \cdot z = 0$$

$$\Rightarrow Q_z = R_c - 10z$$

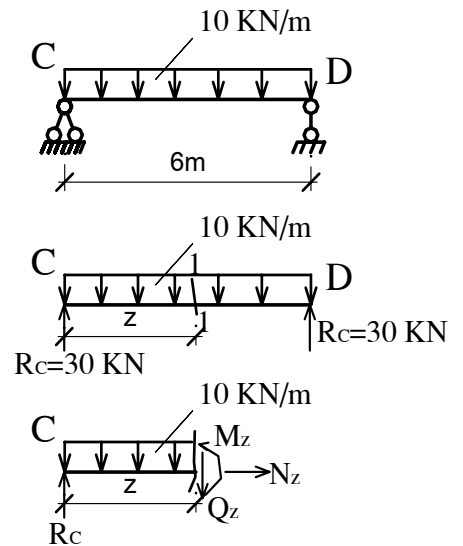
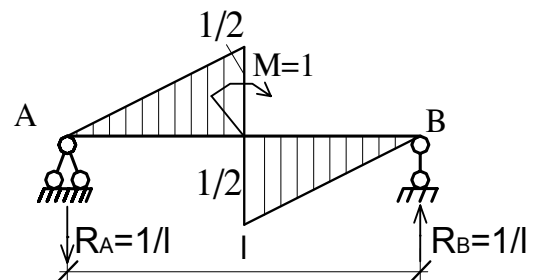
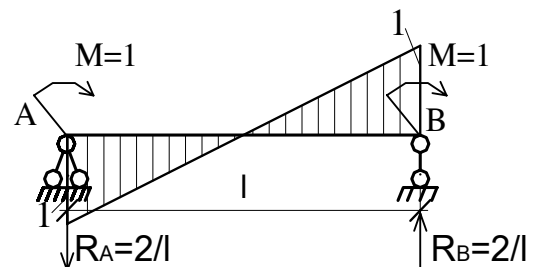
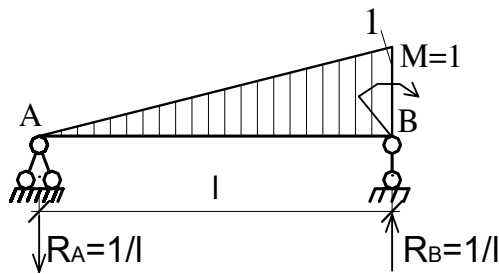
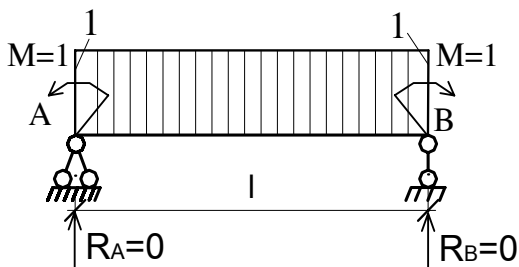
- Tại C: $z=0 \Rightarrow M_z = 0$; $Q_z = 20 \text{ KN}$.

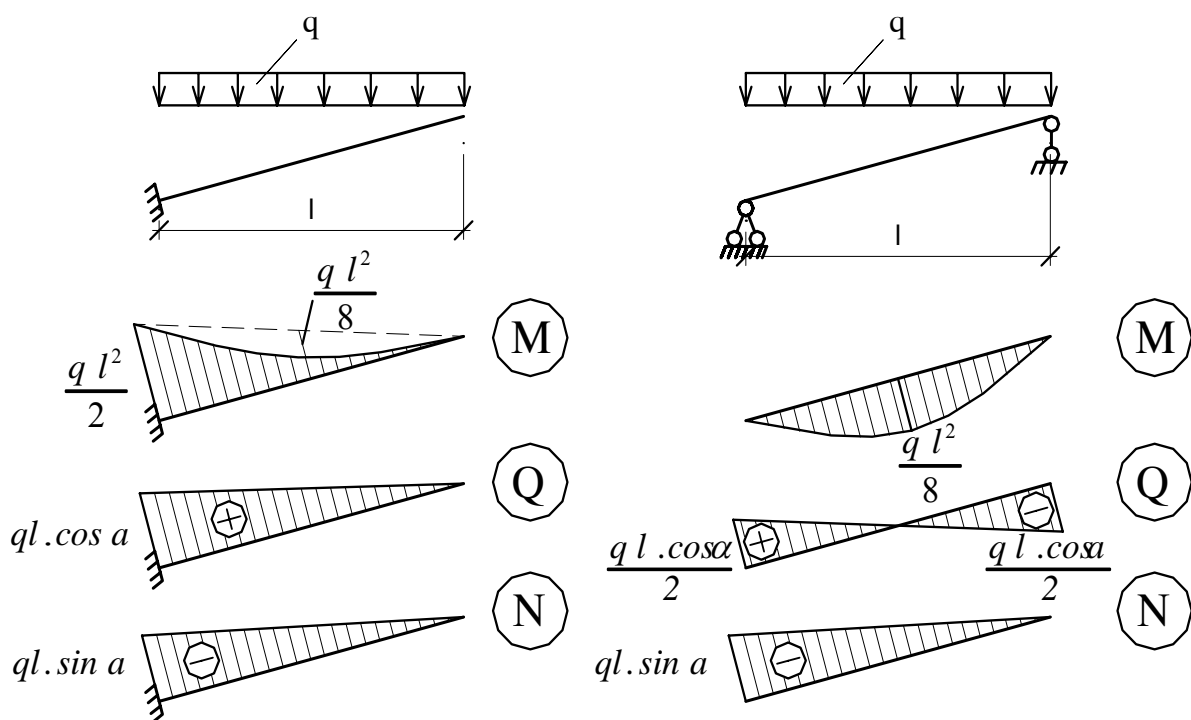
- Tại D: $z=6m \Rightarrow M_z = 0 \text{ KN.m}$; $Q_z = -30 \text{ KN}$.

- Điểm cực trị: $z = 3m \Rightarrow M_z = 45 \text{ KN.m}$;

Các đoạn Dầm còn lại ta vẽ tương tự.

Ví dụ 2: Vẽ nhanh các biểu đồ nội lực sau:





3. Nhận xét:

Từ các ví dụ trên ta thấy :

- 1) Biểu đồ mô men bao giờ cũng được vẽ về phía thớ chịu kéo của thanh.
- 2) Mô men tại khớp bằng không. Nếu tại mặt cắt sát khớp có mô men ngoại lực tác dụng thì mô men nội lực tại vị trí đó cũng bằng mô men ngoại lực.
- 3) Trên đoạn thanh có trục thanh là thẳng nếu không có ngoại lực tác dụng thì biểu đồ mô men sẽ biến thiên theo đường thẳng, nếu trên đó có tải trọng rải đều tác dụng thì biểu đồ mô men sẽ biến thiên theo quy luật Parabol bậc 2.
- 4) Mô men tại một mặt cắt nào đó luôn cân bằng và sẽ bằng tổng mô men của các lực thuộc nửa bên phải hay bên trái của mặt cắt đó gây ra.
- 5) Khi vẽ biểu đồ nội lực không nhất thiết phải xác định tất cả các phản lực tại các gối tựa mà ta chỉ cần tính các phản lực cần thiết phục vụ cho việc vẽ biểu đồ.
- 6) Biểu đồ lực cắt có thể vẽ theo 2 cách :

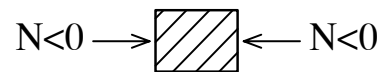
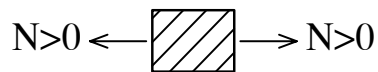
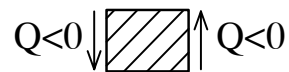
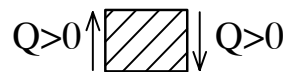
Cách 1: Vẽ dựa vào các phản lực gối đã tính.

Cách 2: Vẽ thông qua biểu đồ mô men đã vẽ được dựa vào quan hệ giữa mô men và lực cắt: Đạo hàm mô men sẽ cho ta lực cắt.

7) Biểu đồ mô men luôn vẽ về phía thớ căng của thanh nên không cần có dấu.

Biểu đồ lực cắt nhất thiết phải có dấu theo quy ước trong môn học SBVL tức là:

- Lực cắt làm phân tố quay cùng chiều Kim đồng hồ là lực cắt +.
- Lực cắt làm phân tố quay ngược chiều Kim đồng hồ là lực cắt -.
- Lực dọc là lực kéo sẽ là +.
- Lực dọc là lực nén sẽ là -.

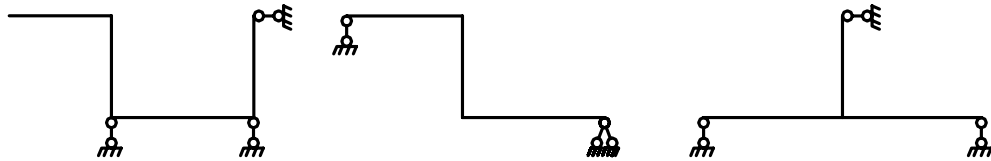


2.2. TÍNH VÀ VẼ CÁC BIỂU ĐỒ NỘI LỰC CỦA KHUNG PHẪNG TĨNH ĐỊNH .

1. Phân loại khung phẳng tĩnh định:

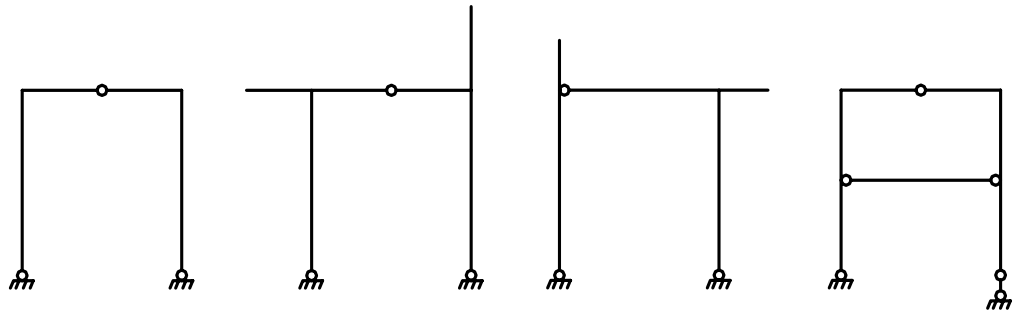
a. Khung giản đơn:

Khung giản đơn là khung được cấu tạo bởi một thanh gãy khúc.



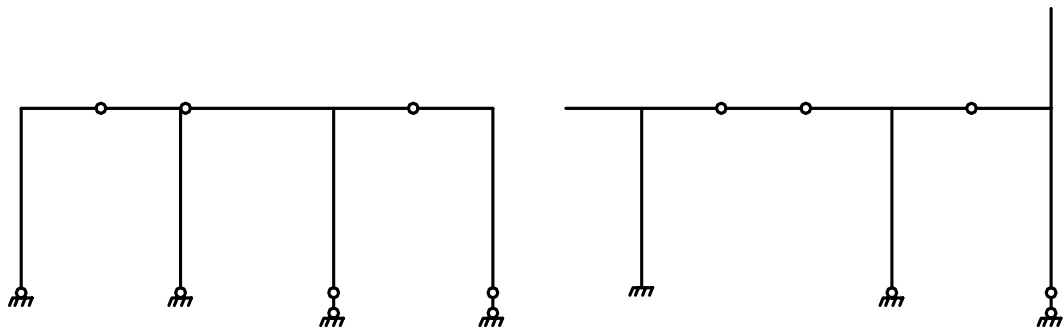
b. Khung ba khớp:

Khung ba khớp là khung được cấu tạo bởi hai thanh được nối với nhau và nối với đất bằng 3 khớp đơn không thẳng hàng.



c. Khung ghép:

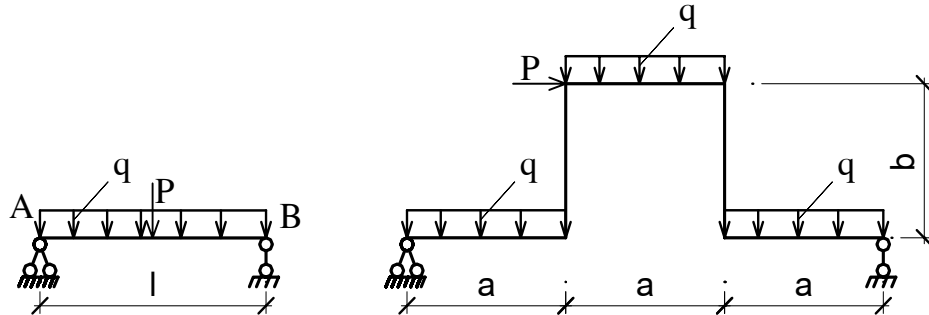
Khung ghép là khung được cấu tạo gồm nhiều bộ phận trong đó có bộ phận chính và bộ phận phụ thuộc.



2. Cách Tính và vẽ các biểu đồ nội lực của khung phẳng tĩnh định .

a. So sánh về mặt cấu tạo và phương thức chịu lực giữa dầm phẳng tĩnh định và khung phẳng tĩnh định :

- Xét hai kết cấu sau:



• Ta thấy về mặt cấu tạo thì khung giản đơn được cấu tạo từ một thanh gãy khúc còn dầm giản đơn là thanh thẳng. Vậy Dầm giản đơn là trường hợp đặc biệt của khung giản đơn.

• Về mặt chịu lực:

- Về lý thuyết thì cả Dầm và khung đều chịu lực theo hai phương: Thẳng đứng và ngang.

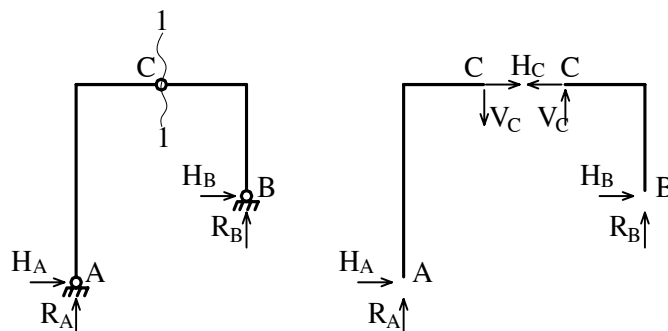
- Trong thực tế thì Dầm chủ yếu chịu lực theo phương thẳng đứng còn khung thì chịu lực theo cả hai phương.

b. Cách Tính và vẽ các biểu đồ nội lực của khung phẳng tĩnh định .

Qua việc phân tích so sánh kết cấu Dầm và khung ở trên ta rút ra kết luận:

Phương pháp tính khung tĩnh định và Dầm tĩnh định hoàn toàn giống nhau. Tuy nhiên đối với khung ba khớp ta phải thực hiện theo trình tự tính toán sau:

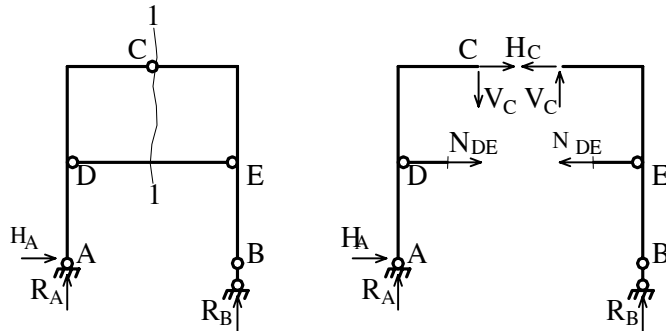
- **Bước 1:** Xét cân bằng của toàn khung :



Dùng phương trình : $\sum M_A = 0 \Rightarrow f(R_B, H_B) = 0;$ (1)

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow f(R_A, H_A) = 0; \quad (1')$$

- **Bước 2:** Dùng mặt cắt 1-1 cắt qua khớp trung gian C (Nếu là khung 3 khớp có thanh cứng thì ta cắt qua cả thanh cứng DE). Sau đó xét cân bằng nửa bên phải khung (Nếu ở trên ta dùng Phương trình $\sum M_A = 0$) hoặc xét cân bằng nửa bên trái khung (Nếu ở trên ta dùng Phương trình $\sum M_B = 0$).



Dùng phương trình :

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow f(R_B, H_B) = 0; \quad (2)$$

$$\text{Hoặc} \quad f(R_A, H_A) = 0; \quad (2')$$

- **Bước 3:** Kết hợp phương trình 1 và 2 (Hoặc 1' và 2') ta giải và tính được các phản lực gối tựa.

- **Bước 4:** Tìm các phản lực V_C và H_C tại khớp trung gian C:

Xét cân bằng nửa bên trái hoặc nửa bên phải mặt cắt 1-1: Dùng phương trình

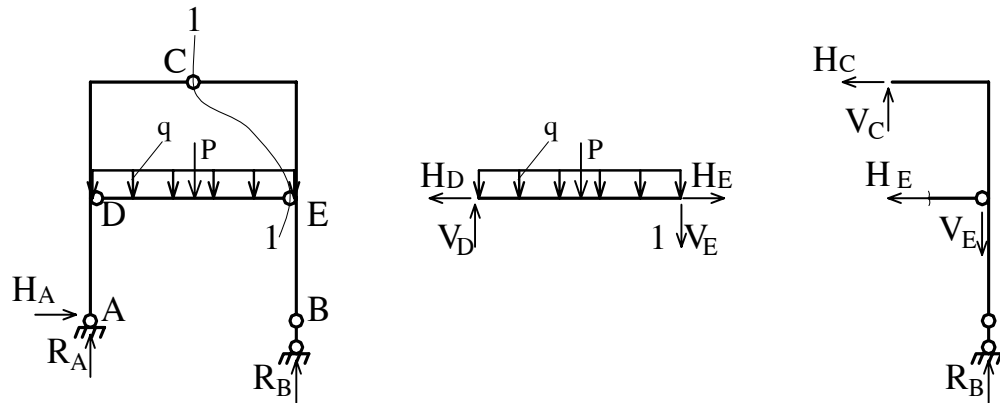
$$\sum X = 0 \Rightarrow H_C$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow V_C$$

- **Bước 5:** Vẽ biểu đồ nội lực của khung sau khi đã tìm được các phản lực tại gối tựa và gối trung gian.

c. Chú ý:

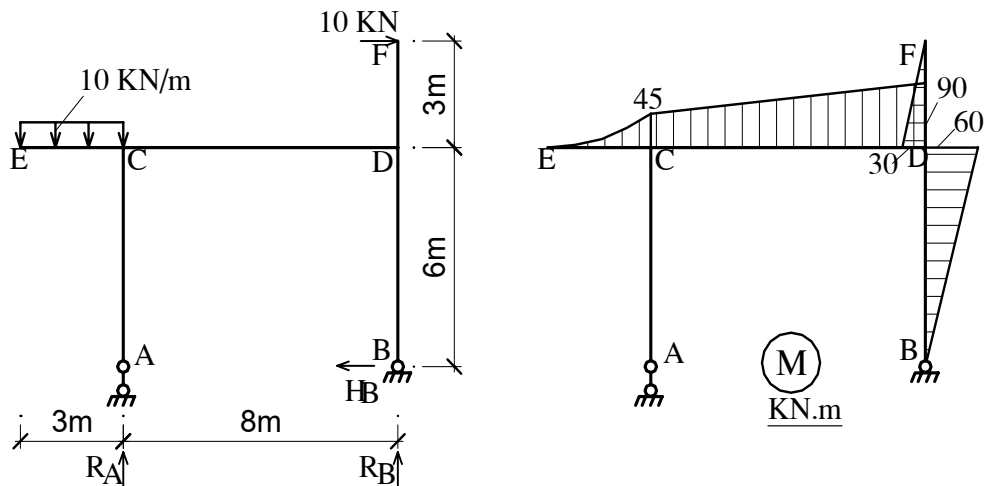
- Các biểu đồ nội lực của khung được vẽ theo quy ước của Dầm.
- Biểu đồ nội lực được vẽ theo trình tự từ đầu thanh vào trong.
- Sử dụng phương pháp cân bằng nút (Nội lực tại nút phải được cân bằng) để Vẽ các biểu đồ nội lực và để kiểm tra kết quả.
- Trường hợp khung 3 khớp có thanh cứng chịu tác dụng của ngoại lực ta thực hiện theo trình tự sau:



- Xét cân bằng cả hệ và dùng phương trình : $\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B$
- Tách riêng thanh cẳng DE vẽ biểu đồ Mô men và lực cắt của thanh cẳng, đồng thời tính được phản lực theo phương thẳng đứng tại hai đầu khớp của thanh cẳng là V_D ; V_E cùng với quan hệ : $H_D = H_E$.
- Dùng mặt cắt 1-1 cắt qua khớp C và khớp D (Hoặc E): Xét cân bằng nửa bên phải (Nếu ở trên ta cắt qua khớp E) hoặc nửa bên trái (Nếu ở trên ta cắt qua khớp D) .
- Dùng phương trình : $\sum M_C = 0 \Rightarrow H_B$ ($H_E = H_D$).
- Vẽ biểu đồ nội lực của khung Sau khi tính được các phản lực.

3. Ví dụ áp dụng:

a. Ví dụ 1: Tính và vẽ biểu đồ mô men của kết cấu sau.



Giải

Bước 1: Tính các phản lực gối:

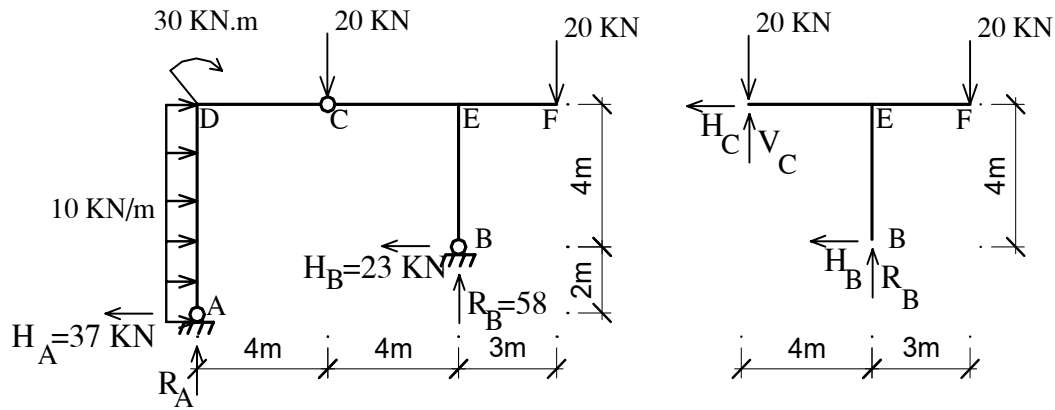
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A = \frac{195}{8} \text{ KN};$$

$$\sum X = 0 \Rightarrow H_B = 10 \text{ KN};$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow R_B = \frac{45}{8} \text{ KN};$$

Bước 2: Vẽ biểu đồ mô men. (hình vẽ)

b. Ví dụ 2: Tính và vẽ biểu đồ mô men của kết cấu sau.



Giải

Bước 1: Tính các phản lực gối:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 4R_B + H_B = 255; \quad (1)$$

Xét mặt cắt 1-1 cắt qua C: Xét cân bằng phần bên phải mặt cắt:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow R_B - H_B = 35; \quad (2)$$

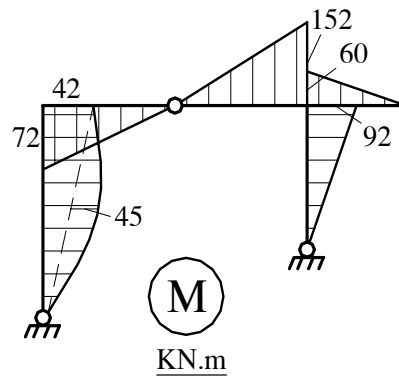
Từ 1 và 2 ta có:

$$\begin{cases} R_B = 58 \text{ KN} \\ H_B = 23 \text{ KN} \end{cases}$$

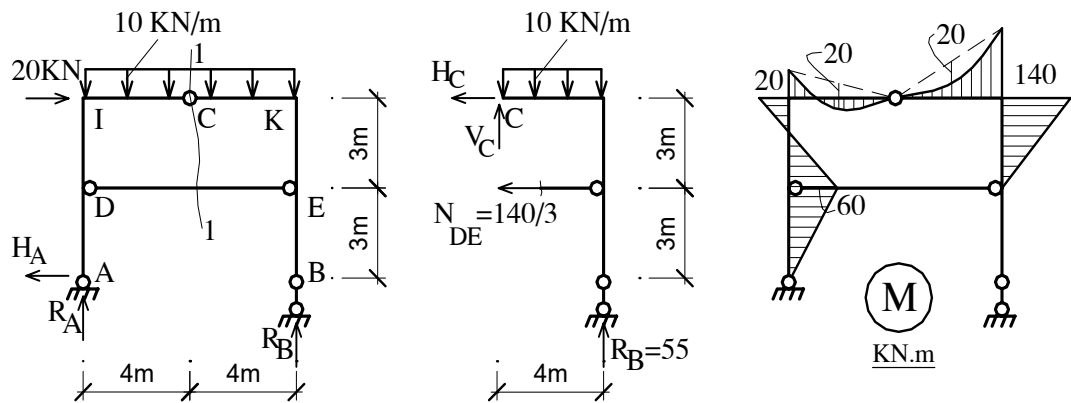
Xét cân bằng bằng cả hệ:

$$\sum X = 0 \Rightarrow H_A = 37 \text{ KN};$$

Bước 2: Vẽ biểu đồ mô men. (hình vẽ)



c. Ví dụ 3: Tính và vẽ biểu đồ mô men của kết cấu sau.



Giải

Bước 1:

- **Tính các phản lực gối tựa:**

$$\sum X = 0 \Rightarrow H_A = 20 \text{ KN} ;$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B = 55 \text{ KN} ;$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow R_A = 25 \text{ KN} ;$$

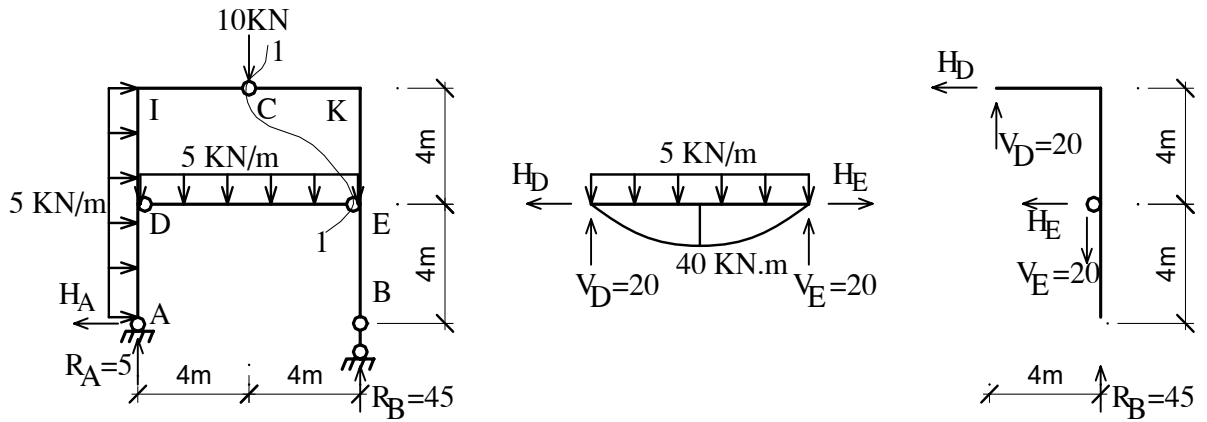
- **Tính lực dọc trong thanh DE:**

Xét mặt cắt 1-1 cắt qua C và thanh DE: Xét cân bằng phần bên phải mặt cắt:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow N_{DE} = \frac{140}{3} \text{ KN} ;$$

Bước 2: Vẽ biểu đồ mô men. (hình vẽ)

d. Ví dụ 4: Tính và vẽ biểu đồ mô men của kết cấu sau.



Giải

Bước 1:

- **Tính các phản lực gối tựa:**

$$\sum X = 0 \Rightarrow H_A = 40 \text{ kN} ;$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B = 45 \text{ kN} ;$$

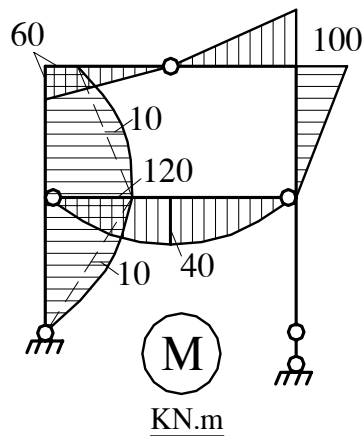
$$\sum Y = 0 \Rightarrow R_A = 5 \text{ kN} ;$$

- **Tính thanh căng DE:**

Xét mặt cắt 1-1 cắt qua C và thanh DE: Xét cân bằng phần bên phải mặt cắt:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow N_{DE} = \frac{140}{3} \text{ kN} ;$$

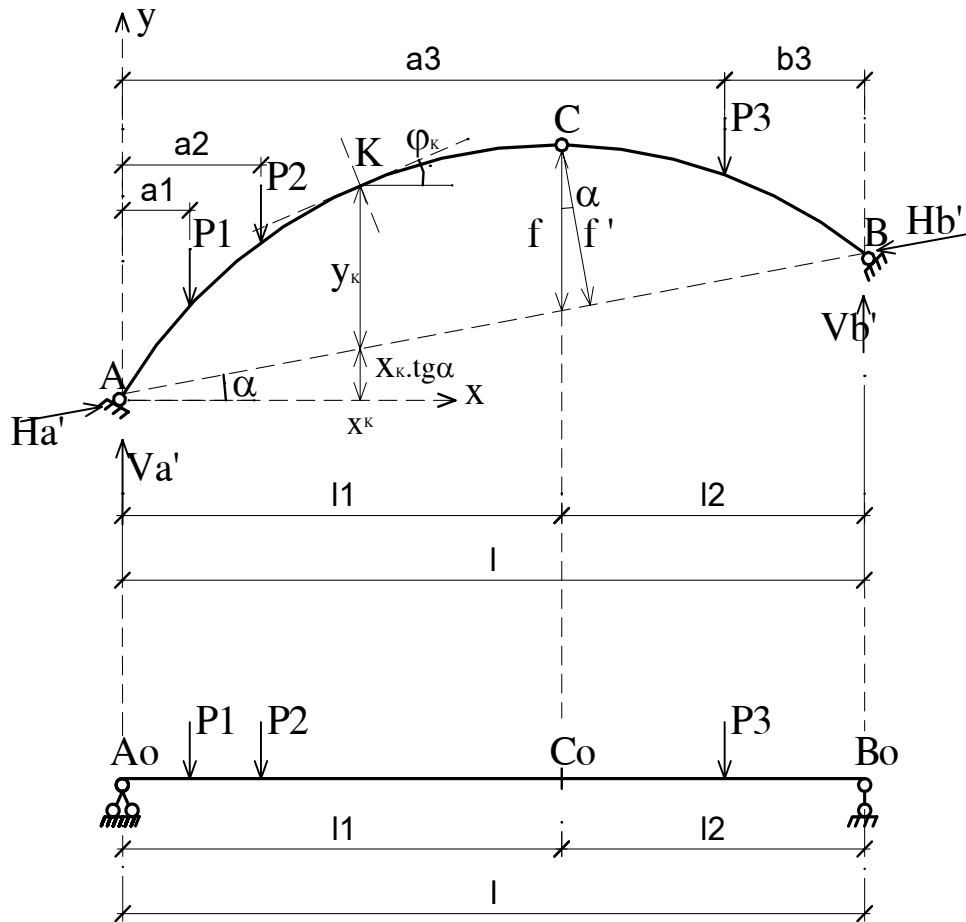
Bước 2: Vẽ biểu đồ mô men. (hình vẽ)



2.4. TÍNH VÀ VẼ CÁC BIỂU ĐỒ NỘI LỰC CỦA VÒM BA KHỚP.

1. Khái niệm:

- **Định nghĩa:** Vòm ba khớp là một kết cấu tĩnh định gồm hai thanh cong nối với nhau bằng một khớp ở đỉnh và nối với đất bằng hai khớp ở chân.



- Các ký hiệu trong vòm:
 - Khớp A,B: Hai khớp chân vòm.
 - Khớp C: Khớp đỉnh vòm.
 - f : Mũi tên vòm là khoảng cách từ khớp đỉnh vòm C tới điểm giao nhau giữa đường nối AB với đường thẳng đứng đi qua C.
 - L : Khẩu độ vòm.

2. Tính các phản lực của vòm ba khớp : V'_A, V'_B, H_A, H_B .

Trong phạm vi môn học ta chỉ xét trường hợp vòm chịu tải trọng thẳng đứng. (Hình vẽ).

Xét cân bằng cả vòm :

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V'_A \cdot l - P_1 \cdot b_1 - P_2 \cdot b_2 \dots - P_i \cdot b_i \dots - P_n \cdot b_n$$

$$\Rightarrow V'_A = \frac{\sum P_i \cdot b_i}{l}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V'_B = \frac{\sum P_i \cdot a_i}{l}$$

Xét dầm giản đơn AoBo có cùng khẩu độ l và cùng chịu tải trọng như vòm.

Ta có:

$$V_A^0 = \frac{\sum P_i \cdot b_i}{l} = V'_A$$

$$V_B^0 = \frac{\sum P_i \cdot a_i}{l} = V'_B$$

Vậy phản lực thẳng đứng trong vòm giống như phản lực thẳng đứng trong dầm giản đơn cùng khẩu độ.

Để tìm H_A ta dùng mặt cắt 1-1 cắt qua khớp C.

Xét cân bằng nửa bên trái.

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow H_A \cdot f' - V'_A \cdot l_1 + P_1 \cdot (l_1 - a_1) + P_2 \cdot (l_1 - a_2) + \dots - P_n \cdot (l_1 - a_n) = 0$$

$$\Rightarrow H'_A = \frac{V'_A \cdot l_1 - \sum P_i \cdot (l_1 - a_i)}{f'} ; f' = f \cdot \cos \alpha$$

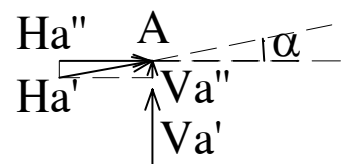
Xét Dầm giản đơn :

$$M_C^0 = V'_A \cdot l_1 + \sum P_i \cdot (l_1 - a_i) = H_A \cdot f'$$

$$\Rightarrow H_A = \frac{M_C^0}{f'} \quad (1)$$

Xác định lực đẩy ngang trong vòm: H''_A, H''_B

$$H''_A = H_A \cdot \cos \alpha \Rightarrow H_A = \frac{H''_A}{\cos \alpha}$$



$$\Rightarrow V''_A = H''_A \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Thay H_A và f vào công thức (1) ta có :

Công thức 2 là công thức xác định lực đẩy ngang của vòm ba khớp.

$$V_A = V'_A + V''_A = V_A^0 + H.tg\alpha$$
$$V_B = V'_B + V''_B = V_B^0 - H.tg\alpha$$
$$\boxed{V_A = V_A^0}; \quad \boxed{V_B = V_B^0}$$

Xét cân bằng phần vòm bên trái mặt cắt K.

$$\begin{aligned}\sum M_K = 0 &\Rightarrow M_K - V_A \cdot x_K - H_A \cdot (y_K + x_K \cdot \operatorname{tg} \alpha) - P_1 \cdot (x_K - a_1) - P_2 \cdot (x_K - a_2) = 0 \\ &\Rightarrow \boxed{M_K = M_K^0 - H_A \cdot y_K + \dots}\end{aligned}$$

Trong đó:

M_K^0 : Mô men tại mặt cắt K trên Dầm giản đơn tương đương.

y_K : Tung độ từ mặt cắt K đến đường nối hai chân vòm.

Để xác định Q_K ta chiếu các lực lên phương vuông góc với vòm tại mặt cắt K ta được:

$$Q_K = Q_K^0 \cdot \cos \varphi_K - H \cdot \sin \varphi_K \cdot \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \varphi_K}\right)$$

Với Q_K^0 là lực cắt tại mặt cắt K trên Dầm giản đơn tương đương.

Để xác định N_K ta chiếu các lực lên phương tiếp tuyến với vòm tại mặt cắt K:

$$N_K = -Q_K^0 \cdot \sin \varphi_K - H \cdot \cos \varphi_K \cdot (1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi_K)$$

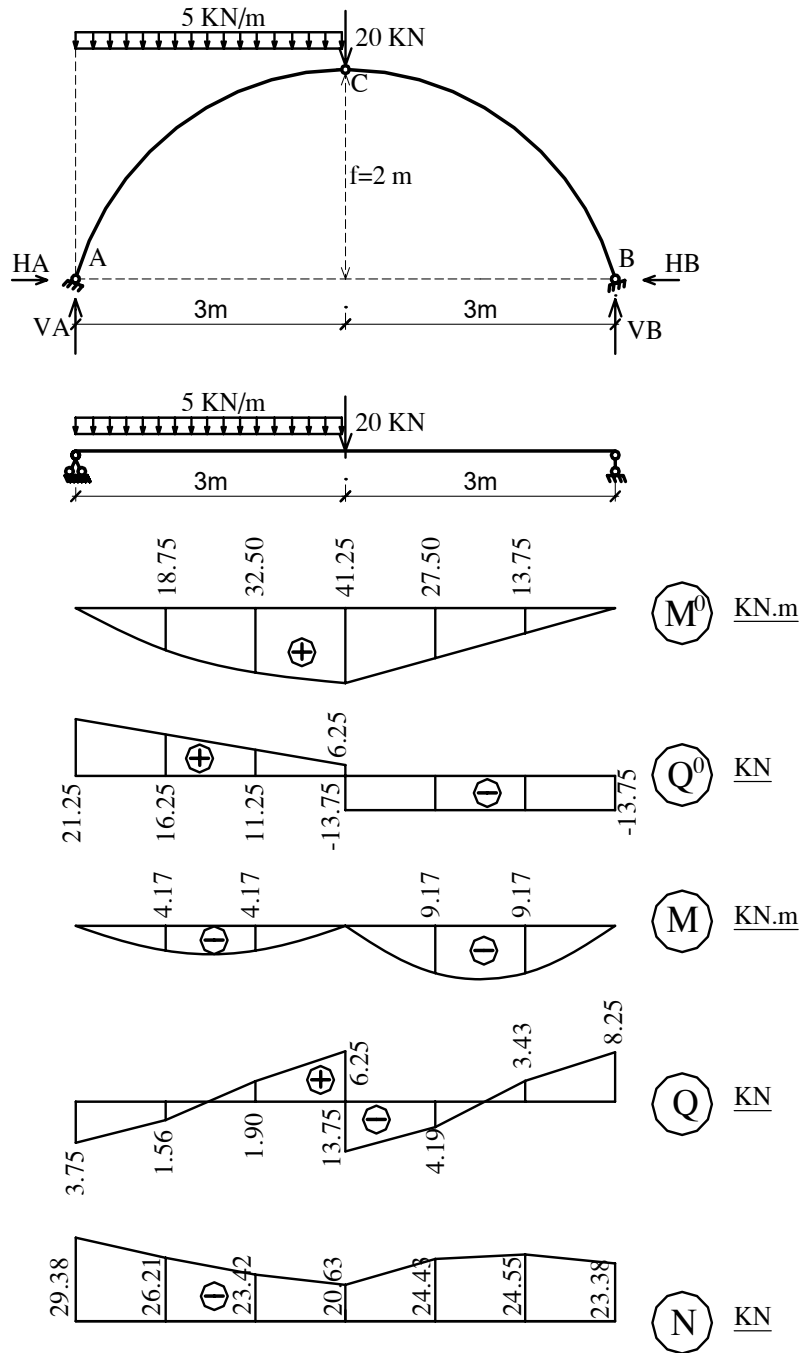
Vậy khi $\alpha = 0$ thì :

$$\boxed{M_K = M_K^0 - H \cdot y_K}$$

$$\boxed{Q_K = Q_K^0 \cdot \cos \varphi_K - H \cdot \sin \varphi_K}$$

$$\boxed{N_K = -Q_K^0 \cdot \sin \varphi_K - H \cdot \cos \varphi_K}$$

4. Ví dụ: Cho vòm ba khớp: $f=2\text{m}$; $l=6\text{m}$; chịu tải trọng như hình vẽ. Hãy tính và vẽ các biểu đồ nội lực của vòm.



Giải :

Bước 1: Tính các phản lực :

$$V_A = \frac{\sum P_i \cdot b_i}{l} = \frac{5 \cdot 3 + 20 \cdot 3}{6} = 21,25 \text{ KN.}$$

$$V_B = 5 \cdot 3 + 20 - V_A = 13,75 \text{ KN.}$$

$$H_A = H_B = \frac{M_c^0}{f} = \frac{13,75.3}{2} = 20,625 \text{ KN.m.}$$

Bước 2: Tính nội lực :

Nội lực tại mặt cắt K:

$$M_K = M_K^0 - H.y_K$$

$$Q_K = Q_K^0 \cdot \cos \varphi_K - H \cdot \sin \varphi_K$$

$$N_K = -Q_K^0 \cdot \sin \varphi_K - H \cdot \cos \varphi_K$$

Xác định góc φ_K : Từ phương trình vòm: $y = \frac{4f}{l^2} \cdot (l - x)x$

$$\text{Tại mặt cắt K : } y = \frac{4f}{l^2} \cdot (l - x)x \quad \Rightarrow \quad \text{tg} \varphi_K = y'_K = \frac{4f}{l^2} \cdot (l - 2x_K)$$

$$\Rightarrow \varphi_K \quad \Rightarrow \quad \sin \varphi_K ; \cos \varphi_K.$$

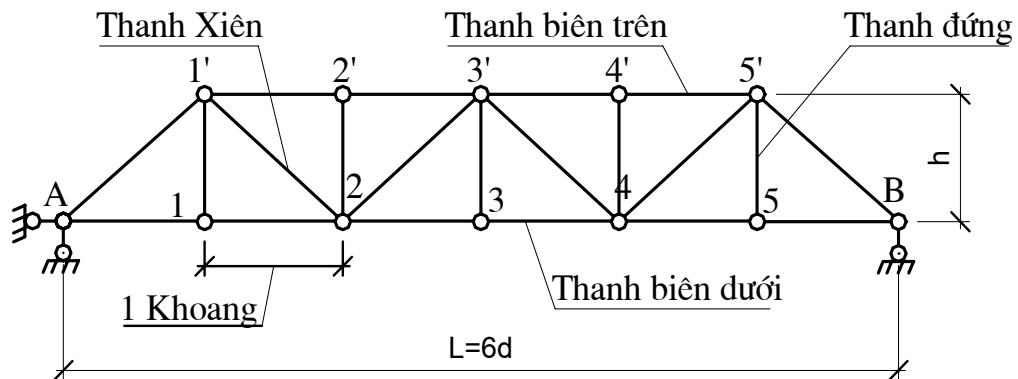
- Để vẽ được các biểu đồ nội lực ta phải chia vòm thành các đoạn nhỏ bằng những mặt cắt K_i cách đều nhau. Chia thành càng nhiều đoạn thì các biểu đồ càng chính xác. Trong bài này ta chia vòm làm 6 đoạn, mỗi đoạn dài 1m theo phương ngang.
- Ta lần lượt tính M_K^0, N_K^0, Q_K^0 cho từng mặt cắt $\Rightarrow M_K, N_K, Q_K$ tương ứng.
- Sau khi tính được nội lực tại 6 mặt cắt ta nối lại sẽ được biểu đồ M, N, Q của vòm 3 khớp.
- Lập bảng tính các tung độ của các biểu đồ M, N, Q.

$x_K(\text{m})$	$y_K(\text{m})$	$\sin \varphi_K$	$\cos \varphi_K$	M_K^0	Q_K^0	M_K	Q_K	N_K
0.00	0.00	0.80	0.60	0.00	21.25	0.00	-3.75	-29.38
1.00	1.11	0.66	0.75	18.75	16.25	-4.17	-1.56	-26.21
2.00	1.78	0.41	0.91	32.50	11.25	-4.17	1.90	-23.42
3.00	2.00	0.00	1.00	41.25	6.25	0.00	6.25	-20.63
					-13.75	0.00	-13.75	-20.63
4.00	1.78	-0.41	0.91	27.50	-13.75	-9.17	-4.19	-24.43
5.00	1.11	-0.66	0.75	13.75	-13.75	-9.17	3.43	-24.55
6.00	0.00	-0.80	0.60	0.00	-13.75	0.00	8.25	-23.38

2.5. TÍNH NỘI LỰC TRONG DÀN PHẪNG TĨNH ĐỊNH .

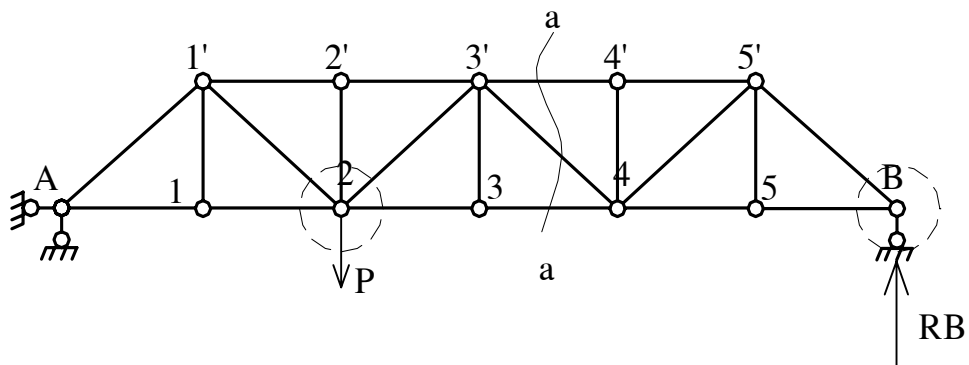
1. Khái niệm:

- **Định nghĩa:** Dàn phẳng tĩnh định là một kết cấu tĩnh định được cấu tạo bởi các thanh thẳng và Liên kết với nhau bằng các khớp.

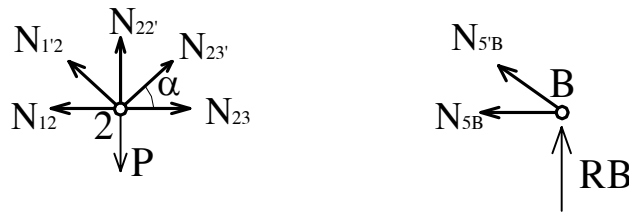


- Các giả thiết trong dàn:
 - Các thanh thẳng trong dàn được thay thế bằng trục thanh thẳng.
 - Các thanh được nối với nhau bằng các khớp lý tưởng (tuyệt đối không có mô men).
 - Tải trọng tác dụng lên dàn được đặt tại các tiết điểm là đầu các thanh.
 - Khi tính dàn ta bỏ qua trọng lượng bản thân của các thanh.
 - Tính dàn trong giới hạn đàn hồi.
- Khi các giả thiết trên được chấp nhận thì: Nội lực trong các thanh dàn chỉ có lực dọc trục.

2. Cách tính nội lực các thanh trong dàn phẳng tĩnh định: Có 2 cách tính.



a. Phương pháp tách tiết điểm :



- **Nội dung của Phương pháp :**

- Dùng mặt cắt kín a cắt qua tất cả các thanh nối với nhau tại tiết điểm.
- Để tính nội lực trong các thanh ta dùng hai phương trình cân bằng :

$$\sum X = 0$$

$$\sum Y = 0$$

b. Phương pháp tách mặt cắt :

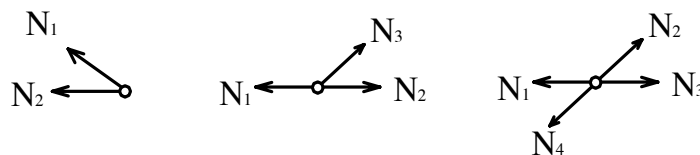
- **Nội dung của Phương pháp:** Dùng 1 mặt cắt cắt qua các thanh chia dàn làm hai phần riêng biệt. Sau đó xét cân bằng 1 bên dàn và dùng 3 phương trình cân bằng:

$$\sum X = 0.$$

$$\sum Y = 0.$$

$$\sum M = 0.$$

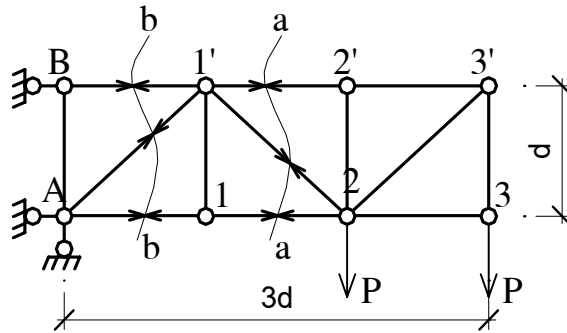
Chú ý : Trong Phương pháp tách tiết điểm ta chú ý các trường hợp:



- Nếu 1 tiết điểm có 2 thanh và không có tải trọng tác dụng thì lực dọc trong 2 thanh đều bằng 0.
- Nếu 1 tiết điểm có 3 thanh và 2 trong 3 thanh thẳng hàng không có tải trọng tác dụng thì lực dọc trong 2 thanh thẳng hàng bằng nhau và thanh còn lại bằng 0.
- Nếu tiết điểm có 4 thanh từng cặp thẳng hàng và không có tải trọng tác dụng thì lực dọc trong từng cặp thẳng hàng sẽ bằng nhau. ($N_1 = N_3, N_2 = N_4$)

c. Ví dụ:

Cho kết cấu dàn như hình vẽ. Hãy tính nội lực trong các thanh.



Giải:

• **Phương pháp tách tiết điểm : (Tách nút)**

Tách nút 3 :

$$\sum X = 0. \Rightarrow N_{23} = 0$$

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_{33'} = P$$

Tách nút 3' :

$$\sum X = 0. \Rightarrow -N_{2'3'} - N_{23} \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum Y = 0. \Rightarrow -N_{3'3} - N_{2'3'} \cos 45^\circ = 0$$

$$\Rightarrow N_{2'3'} = N_{3'3} = P$$

$$N_{23'} = -\frac{N_{33'}}{\cos 45^\circ} = P\sqrt{2}$$

• **Phương pháp mặt cắt :**

Dùng mặt cắt a-a: Xét cân bằng nửa bên phải mặt cắt

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_{1'2} \cos 45^\circ - P - P = 0$$

$$\Rightarrow N_{1'2} = \frac{2P}{\cos 45^\circ} = 2P\sqrt{2}$$

$$\sum X = 0. \Rightarrow N_{1'2} \cos 45^\circ + N_{12} + N_{1'2'} = 0$$

$$\Rightarrow N_{1'2'} = -N_{1'2} \cos 45^\circ - N_{12}$$

$$\text{Với } N_{1'2} = 2P\sqrt{2}; N_{1'2'} = N_{2'3'} = P$$

$$\Rightarrow N_{12} = -3P;$$

Dùng mặt cắt b-b để tính nội lực các thanh: A1; A1'; B1'. Xét cân bằng nửa bên phải.

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_{A1'} = -2P\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow N_{I'2} = \frac{2P}{\cos 45^\circ} = 2P\sqrt{2}$$

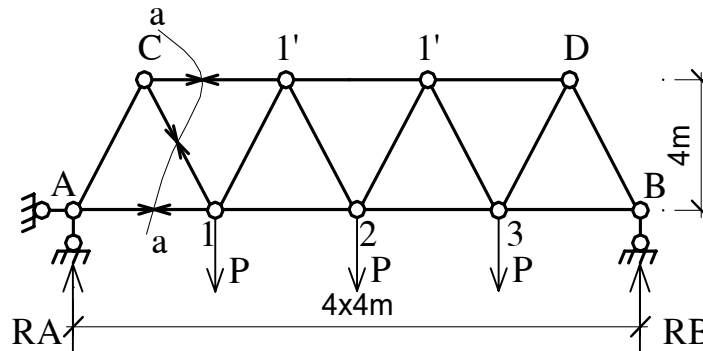
$$\sum M_A = 0. \Rightarrow N_{B1'} = 5P;$$

$$\sum M_{I'} = 0. \Rightarrow N_{A1} = -3P;$$

3. Cách tính các loại dàn phẳng tĩnh định hay gập trong cầu dàn.

a. Dàn có biên song song.

Cho sơ đồ kết cấu: (hình vẽ).



Yêu cầu : Tính lực dọc trong các thanh:

Giải:

- **Bước 1:** Tính phản lực gối.

Xét cân bằng cả dàn:

$$\sum Y = 0. \Rightarrow R_A = R_B = 3P;$$

Do kết cấu đối xứng chịu tác dụng của tải trọng đối xứng.

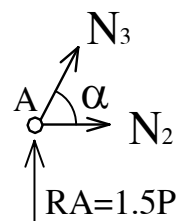
$$\Rightarrow R_A = R_B = 1.5P$$

- **Bước 2:** Tính lực dọc trong thanh dàn:

Do tính đối xứng nên ta chỉ tính nội lực cho nút dàn.

Thanh AC, A1: Tách nút A.

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_{Ac} \cdot \sin \alpha + R_A = 0;$$



$$\Rightarrow N_a = \frac{R_A}{\sin 45} = -140\sqrt{5} \text{ KN.}$$

- Thanh b:

Dùng mặt cắt a-a như hình vẽ:

Xét đến cân bằng phần dầm bên trái mặt cắt a-a.

Gọi I là giao điểm của đường kéo dài hai thanh 2'3' và 23. Ta dễ dàng chứng minh được: I=A.

$$\sum M_I = 0. \Rightarrow N_B \cdot r_b + 100 \cdot 6 + R_A = 0$$

$$\Rightarrow N_B = \frac{600}{r_b}$$

Tính r_b : là khoảng cách từ điểm I (A) tới thanh b.

$$r_b = \frac{3.6}{\sqrt{2}} \text{ (Tam giác AH3 vuông cân tại H có cạnh huyền = 3.6m)}$$

$$\text{Vậy: } N_B = \frac{-100\sqrt{2}}{3} \text{ KN.}$$

- Thanh c:

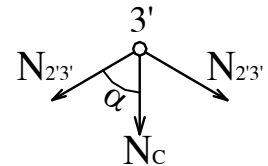
Tách nút 3':

$$\sum X = 0. \Rightarrow N_{2'3'} \sin \alpha + N_{3'4'} \sin \alpha = 0;$$

$$\Rightarrow N_{2'3'} = N_{3'4'}$$

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_C + 2 N_{2'3'} \cos \alpha = 0;$$

$$\Rightarrow N_C = -2 N_{2'3'} \cos \alpha .$$



- Tính $N_{2'3'}$: Dùng mặt cắt a-a

Xét cân bằng bên trái.

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_{2'3'} \cos \alpha + R_A - 100 - N_B \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

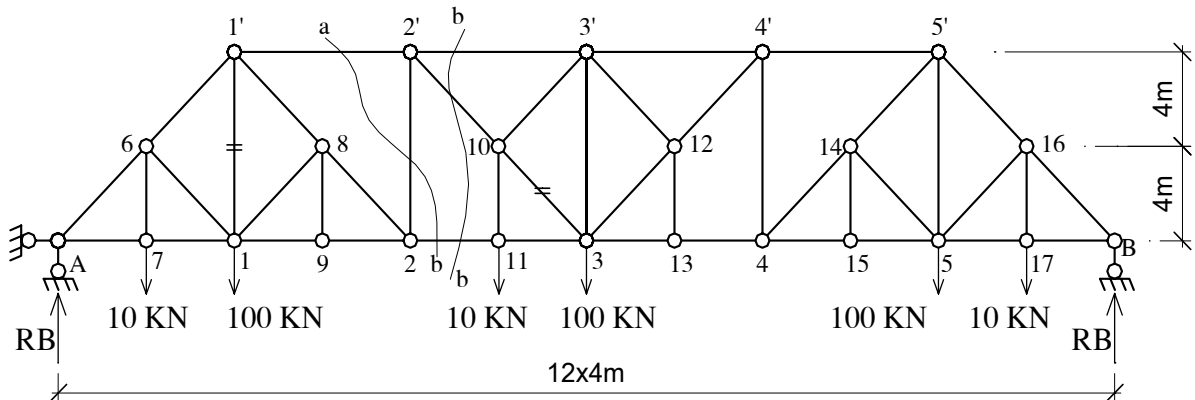
$$\Rightarrow N_{2'3'} = \frac{100 + \left(-\frac{100}{3}\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}}\right) - 140}{\cos \alpha} = \frac{-220}{\cos \alpha} .$$

Thay $N_{2'3'}$ vào N_C :

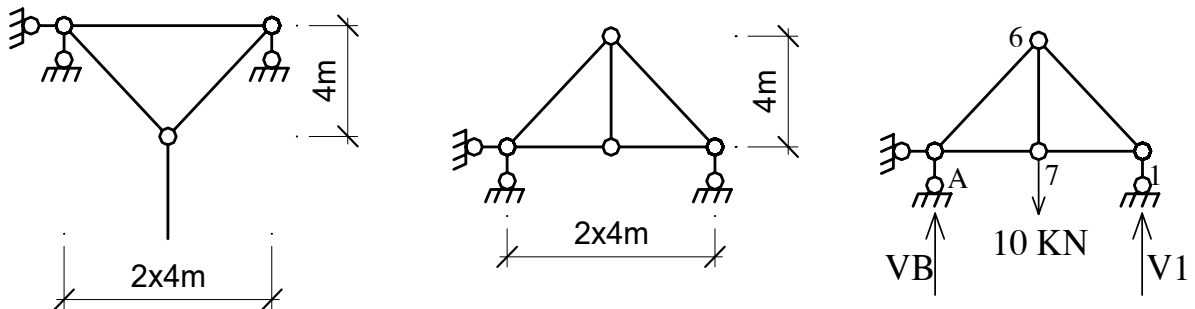
$$N_C = -2 N_{23} \cos \alpha = \frac{440}{3} \text{ KN}.$$

d. Dàn tổ hợp:

- **Dàn tổ hợp:** là dàn được cấu tạo gồm dàn lớn và các dàn nhỏ.



- **Cấu tạo Dàn nhỏ: có 2 loại**



- **Nguyên tắc chịu lực trong dàn tổ hợp:**

- **Dàn nhỏ** (dàn tăng cường) chịu tác dụng trực tiếp của tải trọng sẽ phân tác dụng của tải trọng trên cả dàn phụ và dàn chính thông qua các liên kết giữa dàn phụ và dàn chính.
- **Dàn lớn:** Nếu tải trọng đặt tại tiết điểm của dàn chính thì chỉ dàn chính chịu tác dụng của tải trọng.
- Trong dàn tổ hợp trên: Tải trọng tác dụng các tiết điểm 7, 11, 13, 17 là tác dụng lên dàn phụ. Còn tải trọng tác dụng lên các nút 1, 3, 5 là tác dụng lên dàn chính.

- **Cách xác định Nội lực trong các thanh dàn:**

Trong dàn tổ hợp ta chia làm 3 loại thanh:

- **Thanh riêng dàn nhỏ:** (Các thanh 67, 89, 10.11, 61,...)

Để tính thanh này ta tách riêng dàn nhỏ ra để tính.

- **Thanh riêng dàn lớn:** (Các thanh: 1'2'; 4'5'; 11'; 22'; 33'; 44'; 55' ...)

Có hai cách tính thanh này:

- **Cách 1:** Phải tách riêng các dàn phụ ra khỏi dàn chính sau khi đã truyền các lực từ dàn phụ sang. Tính thanh riêng dàn chính ở dàn chính.
- **Cách 2:** Tính trực tiếp trên dàn tổ hợp nếu có thể tính được.

- **Thanh chung** (A1, 12, 45, 5B, 2'3', 3'4'...)

Có hai cách tính thanh chung:

- **Cách 1:** Tính riêng ở dàn phụ và tính riêng ở dàn chính (sau khi đã tách dàn phụ và truyền lực lên dàn chính) và cộng lại với nhau.
- **Cách 2:** Tính trực tiếp trên dàn tổ hợp nếu có thể tính được.

- **Ví dụ áp dụng:** Cho dàn tổ hợp chịu tải trọng như ở hình trên.

Hãy tính lực dọc trục trong các thanh:

- Thanh riêng dàn phụ: 67; 18; 61
- Thanh riêng dàn chính; 1'2'; 22'
- Thanh chung: 2'3'; A7.

Giải

- **Tính các phản lực:** Xét cân bằng cả dàn:

$$\sum M_A = 0.$$

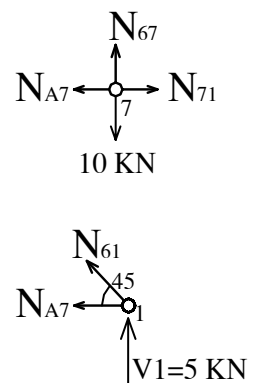
$$\Rightarrow R_B \cdot 4.12 - 10.4.11 - 100.10.4 - 10.4.1 - 10.4.5 - 100.4.2 - 10.4.1 = 0;$$

$$\Rightarrow R_B = 170 \text{ KN}.$$

Do kết cấu đối xứng chịu tải trọng đối xứng nên:

$$R_A = R_B = 170 \text{ KN}.$$

- **Tính nội lực các thanh riêng dàn phụ: 67; 18; 61**



Tách dàn nhỏ A716:

Các phản lực: $V_A = V_B = 5\text{KN}$.

- Tách nút 7:

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_{67} = 10;$$

- Tách nút 1:

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_{61} \cdot \cos \alpha + V_1 = 0;$$

$$\Rightarrow N_{61} = - \frac{V_1}{\cos 45} = -5 \cdot \sqrt{2} \text{ KN}.$$

Tách dàn nhỏ 1289: Dàn nhỏ 1289 không có tải trọng tác dụng \Rightarrow Nội lực các thanh bằng 0 $\Rightarrow N_{18} = 0$.

- Tính các thanh riêng dàn chính: 1'2'; 22'.

Dùng mặt cắt a-a như hình vẽ:

Xét cân bằng phần bên trái mặt cắt a-a:

$$\sum M_2 = 0 \Rightarrow N_{12'} \cdot 8 + R_A \cdot 4.4 - 10.4.3 - 100.4.2 = 0;$$

$$\Rightarrow N_{12'} = -2. R_A + 5.3 + 100 = 115 - 2.170 = 225 \text{ KN}.$$

- Tính các thanh chung: 2'3'; A7.
- Tính thanh 2'3': $N_{2'3'}$, tính theo hai cách:

Cách 1: Tính trực tiếp trên dàn tổ hợp.

Dùng mặt cắt b-b: Xét cân bằng phần dàn bên trái mặt cắt.

$$\sum M_3 = 0 \Rightarrow N_{2'3'} \times 8 + R_A \cdot 4.6 - 10.4.5 - 100.4.4 = 0;$$

$$\Rightarrow N_{2'3'} = \frac{10.4.5 + 100.4.4 - 170.4.6}{8} = -285 \text{ KN}$$

Cách 2: Tính riêng trên từng dàn chính và dàn phụ sau đó cộng lại:

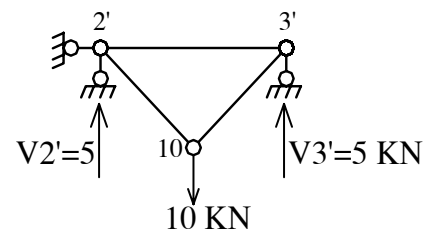
$$N_{2'3'} = N_{2'3'}^C + N_{2'3'}^P$$

Tách dàn phụ 2'-3'-10-11:

$$V_2 = V_3 = 5 \text{ KN}.$$

Tách nút 2':

$$\sum Y = 0. \Rightarrow V_2 = N_{2'10} \cdot \cos 45^\circ$$



$$\sum X = 0. \Rightarrow N_{2'3'}^P = -N_{2'10} \cdot \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow N_{2'3'}^P = -V'_2 = -5 \text{ KN}.$$

Tính trên dầm chính: Truyền các phản lực V'_2 và V'_3 xuống dầm chính

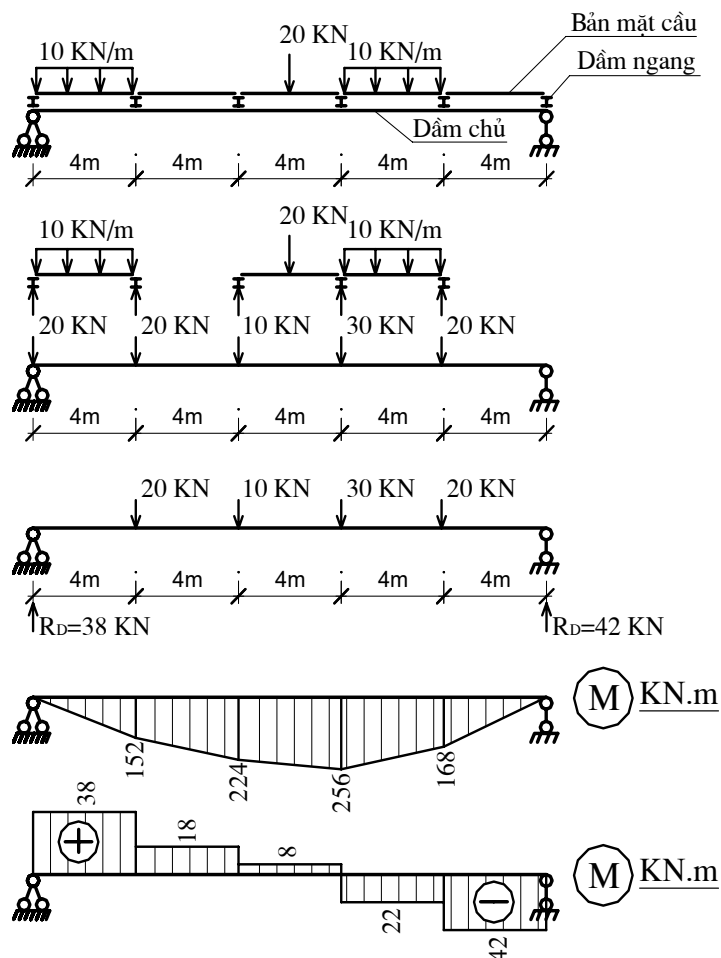
Dùng mặt cắt b-b,. Xét cân bằng nửa bên trái.

$$\sum M_3 = 0. \Rightarrow N_{2'3'} = -285 \text{ KN}$$

2.6. TRƯỜNG HỢP TẢI TRỌNG TÁC DỤNG GIÁN TIẾP.

Cho kết cấu như hình vẽ.

Để tính và vẽ biểu đồ nội lực của kết cấu ta thực hiện tính toán theo trình tự từ bản mặt cầu trước sau đó truyền phản lực từ bản mặt cầu xuống dầm chủ. Các biểu đồ mô men lực cắt được vẽ như hình vẽ.



CHƯƠNG III: TÍNH KẾT CẤU PHẪNG TĨNH ĐỊNH DƯỚI TÁC DỤNG CỦA TẢI TRỌNG DI ĐỘNG.

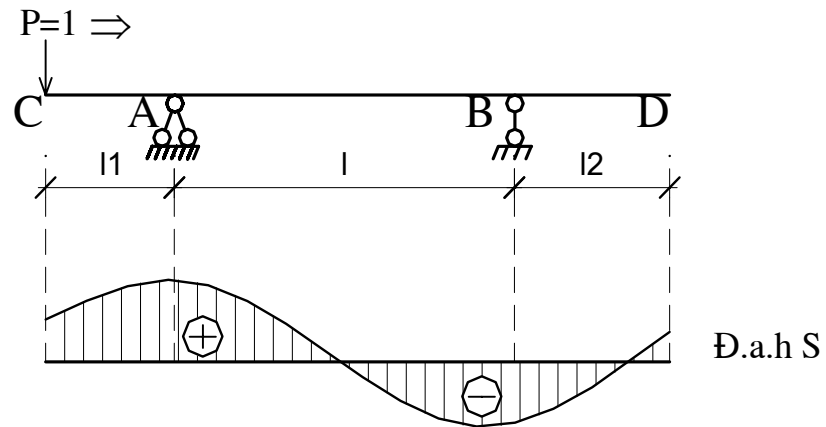
3.1. KHÁI NIỆM ĐƯỜNG ẢNH HƯỞNG.

1. Khái niệm về tải trọng di động:

- Trên các công trình cầu đường, tải trọng tác dụng chủ yếu là tải trọng xe cộ chạy trên đường, tải trọng bản thân của kết cấu và các nhân tố thiên nhiên như nhiệt độ, động đất gây ra chuyển vị cưỡng bức tại các vị trí mố trụ cầu.
- Tải trọng xe cộ ta gọi là tải trọng di động. Đó là loại tải trọng mà trong quá trình tác dụng không thay đổi về cường độ, về phương chiều mà chỉ thay đổi về vị trí.
- Ứng với mỗi vị trí của tải trọng di động thì nội lực trong các bộ phận kết cấu sẽ có giá trị khác nhau. Với mỗi thành phần nội lực tại một mặt cắt của một bộ phận kết cấu nào đó sẽ có giá trị tuyệt đối lớn nhất ứng với một vị trí nào đó của tải trọng di động chạy trên kết cấu. Vị trí đó gọi là vị trí bất lợi nhất của kết cấu. Nội lực có trị tuyệt đối lớn nhất đó sẽ là Nội lực dùng để tính toán kết cấu.
- Nhiệm vụ của người Kỹ sư thiết kế là phải nghiên cứu để đưa ra được qui luật thay đổi nội lực tại một mặt cắt bất kỳ của một bộ phận kết cấu dưới tác dụng của tải trọng di động. Từ đó tìm ra vị trí bất lợi nhất của tải trọng di động và nội lực cực đại tương ứng với vị trí bất lợi nhất của tải trọng Di động và nội lực cực đại tương ứng với vị trí đó => Đưa ra hình dạng, kích thước, vật liệu của bộ phận kết cấu.
- Đối với ngành Xây dựng Cầu Đường tải trọng di động là tải trọng bản thân xe cộ. Như vậy phương và chiều tác dụng là thẳng đứng và hướng từ trên xuống dưới.

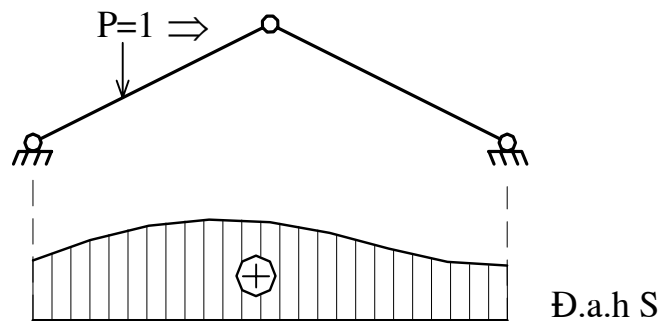
2. Khái niệm về đường ảnh hưởng.

Định nghĩa: Đường ảnh hưởng (Đ.a.h) là đường biểu diễn qui luật biến đổi của một đại lượng cần nghiên cứu nào đó (Momen, lực cắt, lực dọc, phản lực,...) Khi có một lực $P=1$ di chuyển trên kết cấu theo một phương và chiều không đổi.



Các yếu tố của Đường ảnh hưởng:

- Ký hiệu Đường ảnh hưởng của đại lượng S là: Đ.a.h S .
- Chiều dài của Đ.a.h sẽ tương ứng với chiều dài kết cấu mà lực $p=1$ di chuyển được chiếu lên phương vuông góc với phương của lực $p=1$.
- Đ.a.h phải là đại lượng có thước đo và có dấu (+, -).



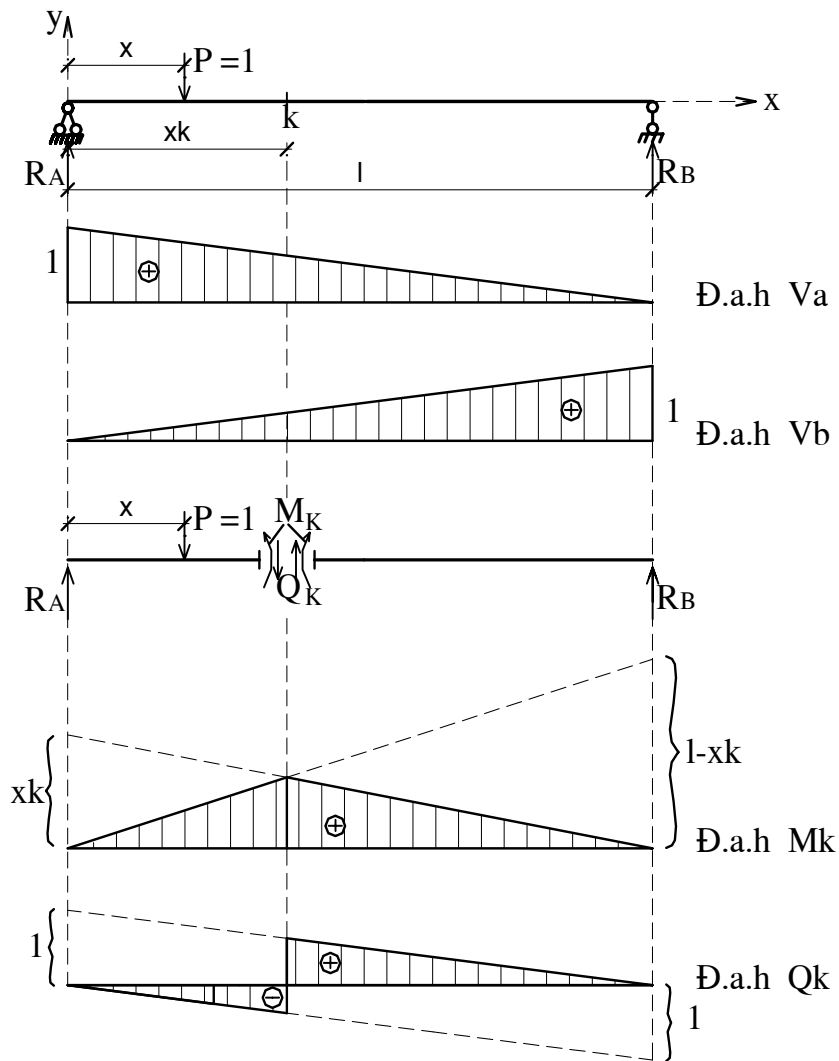
3.2. ĐƯỜNG ẢNH HƯỞNG CỦA DẦM TÍNH ĐỊNH ĐƠN GIẢN.

1. Đường ảnh hưởng của dầm giản đơn:

a. Đường ảnh hưởng phản lực R_A , R_B :

Xét lực $P=1$ có chiều hướng từ trên xuống dưới và chạy từ A đến B. (Di động từ A đến B) trên dầm giản đơn AB có khẩu độ l .

Gọi A là gốc toạ độ, trục x lấy theo chiều AB là dương, x là khoảng cách từ gốc toạ độ đến lực $P=1$ gọi là toạ độ chạy. ($0 \leq x \leq l$).



Xét cân bằng dầm AB.

$$\sum M_B = 0. \Rightarrow R_A \cdot l - p(l-x) = 0$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{p(l-x)}{l}$$

$$\sum M_A = 0. \Rightarrow R_B \cdot l - p \cdot x = 0$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{p \cdot x}{l}$$

Với $P=1 \Rightarrow R_A, R_B$ là những hàm số tuyến tính đối với $x \Rightarrow$ Biểu đồ là đường thẳng.

Khi $x = 0 \Rightarrow R_A = 1; R_B = 0;$

Khi $x = l \Rightarrow R_A = 0; R_B = 1.$

\Rightarrow Đ.a.h R_A ; Đ.a.h R_B như hình vẽ.

b. Đường ảnh hưởng Mômen, lực cắt tại một mặt cắt.

Xét mặt cắt k cách gốc toạ độ A là x_K .

Khi $P=1$ di động từ A đến mặt cắt K (Bên trái mặt cắt k).

Xét cân bằng phần dầm bên phải mặt cắt k.

$$\sum M_K = 0. \Rightarrow M_K - R_A \cdot x_K = 0$$

$$\Rightarrow M_K = R_A \cdot x_K$$

$$\sum Y = 0. \Rightarrow Q_K = R_A$$

Từ Đ. a. h $R_A \Rightarrow$ Đ.a.h M_K ; Đ.a.h Q_K .

Khi $P=1$ bên phải mặt cắt k.

Ghép hai phần Đah lại ta được các Đah M_K , Đah Q_K như hình vẽ.

2. Đường ảnh hưởng của dầm nút thừa.

a. Đường ảnh hưởng phản lực R_A, R_B .

Xét dầm nút thừa như hình vẽ.

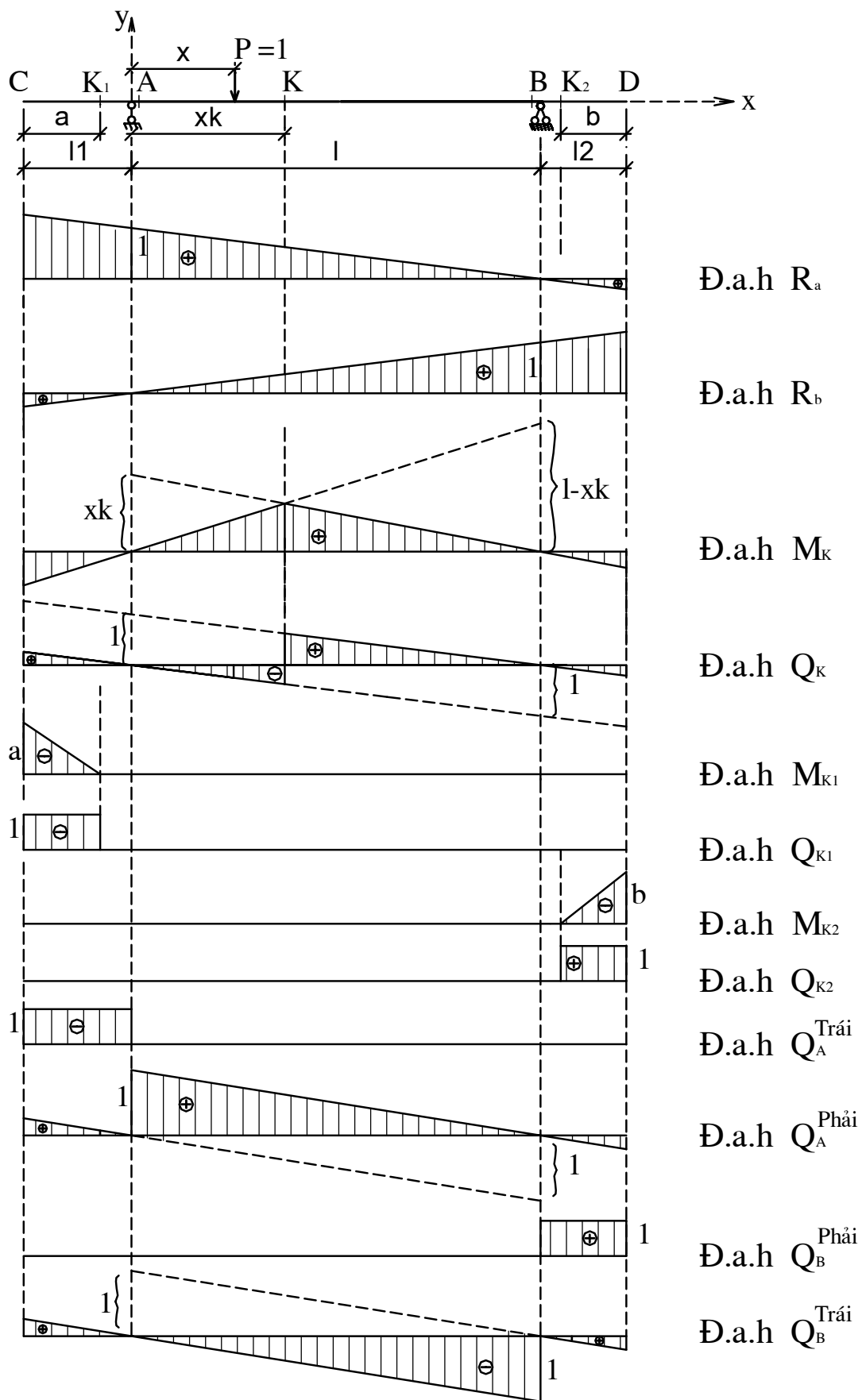
Chọn gối A làm gốc toạ độ, x có chiều dương từ trái sang phải.

Xét lực $p=1$ có phương thẳng đứng, chiều từ trên xuống di động từ C đến A, đến B, rồi đến B.

Toạ độ chạy x ($-l \leq x \leq l_1 + l_2$).

Xét cân bằng dầm:

$$\sum M_B = 0. \Rightarrow R_A \cdot l - 1 \cdot (l-x) = 0$$



$$\Rightarrow R_A = \frac{l-x}{l}$$

$$\sum M_A = 0. \Rightarrow R_B \cdot l - 1 \cdot (l-x) = 0$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{x}{l}$$

Khi $x = 0$ thì $R_A = 1, R_B = 0$;

Khi $x = l$ thì $R_A = 0, R_B = 1$.

$$\text{Khi } x = -l_1 \Rightarrow R_A = \frac{l+l_1}{l}; R_B = \frac{-l_2}{l}$$

$$\text{Khi } x = l \Rightarrow R_A = 0, R_B = 1.$$

$$\text{Khi } x = l + l_2 \Rightarrow R_A = \frac{-l_2}{l}; R_B = \frac{l+l_2}{l}.$$

\Rightarrow Đah R_A, R_B của dầm nút thừa cũng là đah R_A, R_B của dầm giản đơn nhưng được kéo dài với hết nút thừa.

b. Đah Mômen, lực cắt tại 1 mặt cắt nằm trong 2 gối A, B.

Để vẽ đah M_K, Q_K ta làm tương tự như với dầm giản đơn ta được đah M_K, Q_K của dầm giản đơn chỉ việc kéo dài về 2 phía.

c. Đ.a.h M, Q tại các mặt cắt nằm ngoài 2 gối A, B.

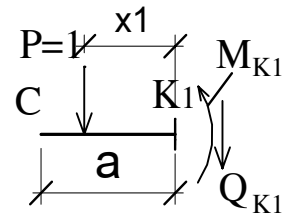
Xét mặt cắt K_1 cách đầu dầm C một đoạn a ($0 \leq x \leq l_1$).

Khi $P=1$ bên trái mặt cắt K_1 .

Xét cân bằng phần dầm bên trái mặt cắt K_1 .

$$\sum M_{K1} = 0. \Rightarrow M_{K1} = -P \cdot x_1 = -x_1.$$

$$\sum Y = 0. \Rightarrow Q_{K1} = -1.$$



Khi $P = 1$ bên phải mặt cắt K_1 .

Xét cân bằng phần dầm bên phải mặt cắt K_1 .

$$\sum M_{K1} = 0. \Rightarrow M_{K1} = 0.$$

$$\sum Y = 0. \Rightarrow Q_{K1} = 0.$$

Xét mặt cắt K_2 bên phải mặt cắt B và cách đầu D một đoạn b ($0 \leq b \leq l_2$).

Khi P_1 bên trái mặt cắt K_2 .

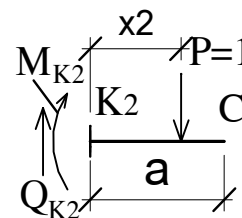
Xét cân bằng đoạn bên phải mặt cắt $K_2 \Rightarrow M_{K2}=0; Q_{K2}=0$.

Khi $P=1$ bên phải mặt cắt K_2 .

Xét cân bằng phần bên phải: $\Rightarrow M_{K2} = -x_2; Q_{K2} = 1$.

\Rightarrow Đah M_{K1}, Q_{K1} .

Đah M_{K2}, Q_{K2} .



d. Đah Q_A, Q_B .

A, B là hai gối của dầm vì vậy lực cắt tại mặt cắt sát gối ở bên trái và bên phải sẽ khác nhau.

• **Xét tại A:**

- Xét Q_A^{Tr}

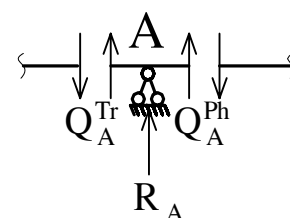
Khi $P=1$ bên trái mặt cắt A. $\Rightarrow Q_K^{Tr} = -1$.

Khi $P=1$ bên phải mặt cắt A. $\Rightarrow Q_K^{Ph} = 0$.

- Xét Q_A^{Ph}

Khi $P=1$ bên trái mặt cắt A. $\Rightarrow Q_A^{Tr} = -R_B$

Khi $P=1$ bên phải mặt cắt A. $\Rightarrow Q_A^{Ph} = R_A$



• **Xét tại gối B:**

- Xét Q_B^{Tr}

Khi $P=1$ bên trái mặt cắt B. $\Rightarrow Q_B^{Tr} = -R_B$.

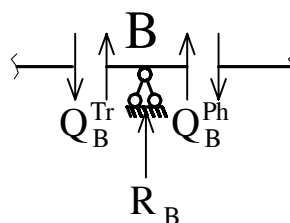
Khi $P=1$ bên phải mặt cắt B. $\Rightarrow Q_B^{Ph} = R_A$.

- Xét Q_B^{Ph}

Khi $P=1$ bên trái mặt cắt B. $\Rightarrow Q_B^{Tr} = 0$.

Khi $P=1$ bên phải mặt cắt B. $\Rightarrow Q_B^{Ph} = 1$.

Đah $Q_A^{Tr}; Q_A^{Ph}; Q_B^{Tr}; Q_B^{Ph};$



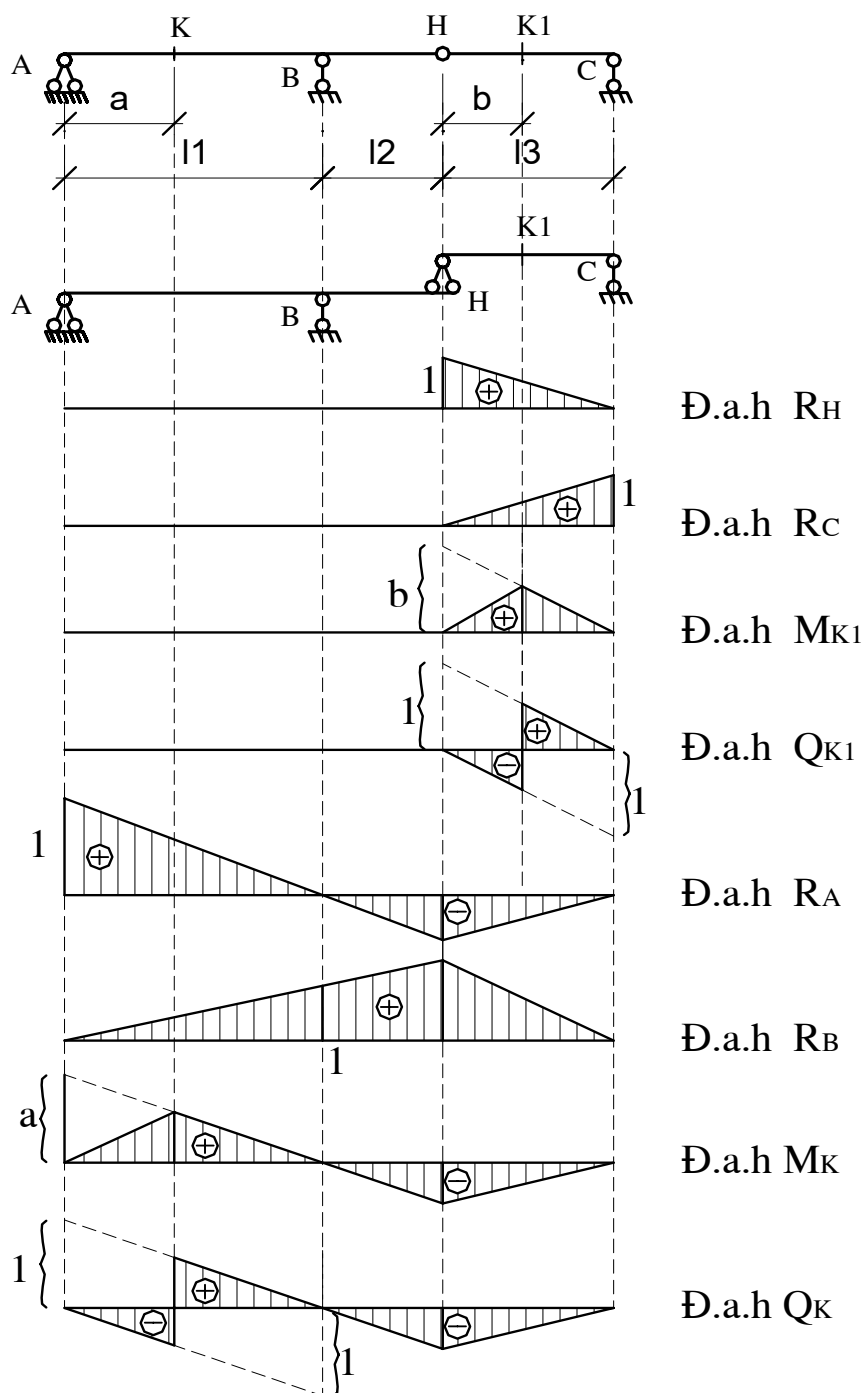
Nhân xét:

Đường ảnh hưởng lực cắt tại mặt cắt bên trái gối và bên phải gối của dầm mút thừa khác nhau hoàn toàn.

3.3. ĐƯỜNG ẢNH HƯỞNG CỦA DẦM TĨNH ĐỊNH NHIỀU NHỊP.

1. Trường hợp tải trọng tác dụng trực tiếp.

- Cho hệ Dầm tĩnh định gồm hai Dầm:
 - Dầm mút thừa ABC .
 - Dầm giản đơn CD.
- Trong hệ Dầm trên ta thấy ngay:
 - Dầm ABC là Dầm chính.
 - Dầm CD là Dầm phụ.
- Ta vẽ các Đại phản lực, mô men, lực cắt tại một mặt cắt nào đó trên Dầm phụ và Dầm chính.



1. Xét Dầm phụ thuộc CD:

Dầm CD là Dầm phụ, ABC Dầm chính do vậy khi $P=1$ di động trên Dầm ABC hoàn toàn không ảnh hưởng tới Dầm CD. Do đó Đah phản lực và các Đah nội lực trên Dầm CD sẽ có giá trị bằng trên Dầm ABC.

CD là Dầm giản đơn vì vậy các Đah R_C , R_D , M_{K2} , Q_{K2} được vẽ như hình vẽ.

2. Xét Dầm cơ bản ABC:

a. Dầm ABC là Dầm mút thừa do đó các Đah R_A, R_B, M_{K1}, Q_{K1} khi $P=1$ di động trên Dầm ABC được vẽ như hình vẽ.

b. Khi $P=1$ di động trên Dầm phụ thuộc CD sẽ gây ra nội lực trên Dầm cơ bản ABC thông qua phản lực tại khớp trung gian C.

Tách Dầm phụ thuộc CD và truyền phản lực R_C xuống Dầm cơ bản, xét cân bằng Dầm cơ bản ABC.

$$\sum M_B = 0. \Rightarrow R_A \cdot l_1 + R_C \cdot l_2 = 0. \quad \Rightarrow R_A = -\frac{l_2}{l_1} \cdot R_C$$

$$\sum M_A = 0. \Rightarrow R_B \cdot l_1 - R_C \cdot (l_1 + l_2) = 0. \quad \Rightarrow R_B = \frac{l_1 + l_2}{l_1} \cdot R_C$$

Đah M_{K1}, Q_{K1} :

Xét cân bằng đoạn Dầm bên trái mặt cắt K_1

$$\sum Y = 0. \Rightarrow Q_{K1} = R_A = -\frac{l_2}{l_1} \cdot R_C$$

$$\sum M_{K1} = 0. \Rightarrow M_{K1} = R_A \cdot a = -\frac{l_2}{l_1} \cdot a \cdot R_C$$

Dựa vào Đah R_C đã vẽ ta vẽ được Đah R_A, R_B, M_{K1}, Q_{K1} trên đoạn CD.

Các Đường ảnh hưởng $R_A, M_1, Q_1, M_2, Q_2, M_3, Q_3, Q_B^{TR}, Q_B^{PH}, M_B$:

3. Nhận xét:

Sau khi đã vẽ các Đường ảnh hưởng nội lực và phản lực của Dầm tĩnh định nhiều nhịp ta rút ra những nhận xét sau:

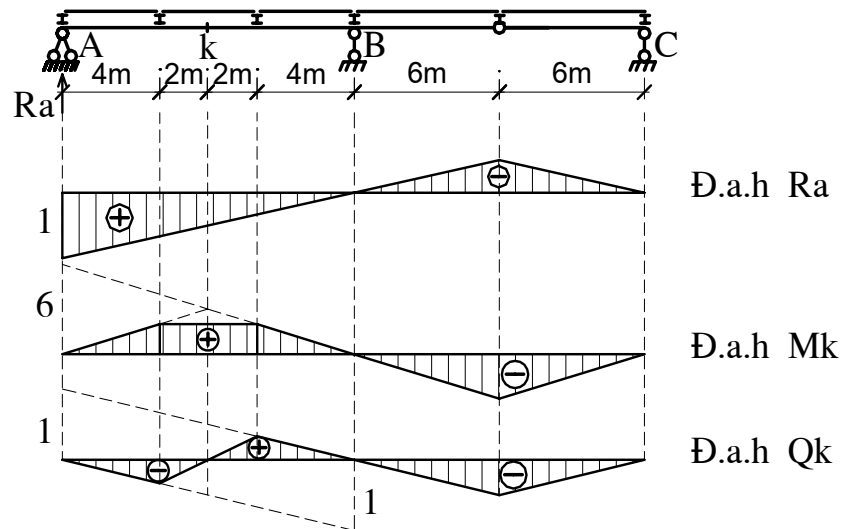
Đah là những đoạn thẳng.

Khi lực $P=1$ tác dụng trên 1 gối nào đó thì phản lực ở các gối khác và M, Q ở mặt cắt bất kỳ trên kết cấu đều bằng 0.

Đah phản lực và nội lực của Dầm phụ thuộc chỉ có tung độ trên Dầm phụ thuộc đó. Các tung độ trên Dầm cơ bản bằng 0.

Nếu kết cấu có nhiều bộ phận cơ bản thì Đường ảnh hưởng nội lực hoặc phản lực của đoạn Dầm cơ bản này có tung độ bằng không trên các đoạn dầm cơ bản khác.

2. Trường hợp tải trọng tác dụng gián tiếp.



Để vẽ các Đường ảnh hưởng phản lực và nội lực của Dầm chủ khi tải trọng di động tác dụng gián tiếp trên bản mặt cầu ta thực hiện theo trình tự sau:

Bước 1: Vẽ Đường ảnh hưởng khi $P=1$ tác dụng trực tiếp trên Dầm chủ.

Bước 2: Nối các tung độ của Đường ảnh hưởng đã vẽ ở bước 1 tại các vị trí tương ứng với các dầm ngang với nhau ta được Đường ảnh hưởng cần vẽ.

3.4. ĐƯỜNG ẢNH HƯỞNG NỘI LỰC CÁC THANH TRONG DÀN PHẪNG TĨNH ĐỊNH

1. Các phương pháp vẽ Đ.a.h Nội lực các thanh trong dàn tĩnh định:

Phương pháp giải tích được chia làm hai phương pháp:

Phương pháp tiết điểm.

Xét 2 trường hợp :

Trường hợp 1: Tải trọng $P=1$ di động ngoài khoang mà mặt cắt cắt qua, và phía bên trái mặt cắt đó.

Trường hợp 2: Tải trọng $P=1$ di động ngoài khoang mà mặt cắt cắt qua, và phía bên phải mặt cắt đó.

Phương pháp mặt cắt.

Xét 2 trường hợp:

Trường hợp 1: Tải trọng $P=1$ đặt tại tiết điểm.

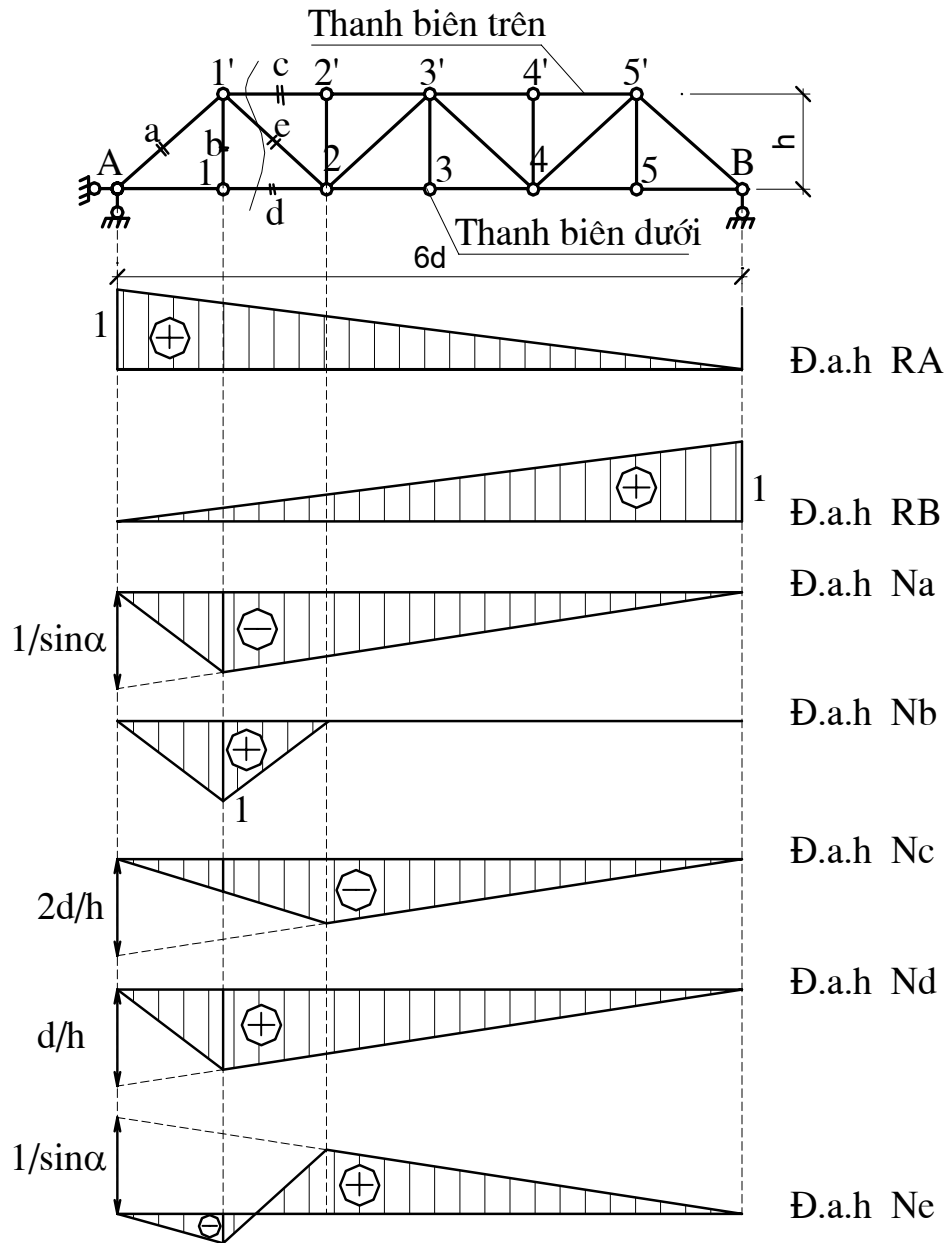
Trường hợp 2: Tải trọng $P=1$ không đặt tại tiết điểm.

Trong dàn tĩnh định, các Đ.a.h phản lực gối được vẽ tương tự như Đ.a.h phản lực gối của dầm tĩnh định.

2. Bài toán

a, Bài toán Dàn có biên song song.:

Vẽ đ.a.h phản lực R_A , R_B và Nội lực các thanh a, b, c, d và e bằng phương pháp giải tích.



Giải.

Đah N_a : Tách nút A

Khi $P=1$ đặt tại A:

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_A = 0.$$

Khi $P=1$ di động từ 1 đến B:

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_A \cdot \sin \alpha + R_A = 0.$$

$$\Rightarrow N_A = - \frac{R_A}{\sin \alpha}.$$

$$\text{Đah } N_A = - \frac{1}{\sin \alpha} \cdot R_A$$

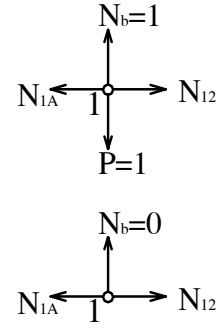
Đah N_b : Tách nút 1:

Khi $P=1$ đặt tại 1:

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_b - 1 = 0. \Rightarrow N_b = 1$$

Khi $P=1$ đặt tại các nút còn lại:

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_b = 0.$$



2. Phương pháp mặt cắt : Vẽ Đah các thanh c, d, e.

Ta sẽ vẽ các Đah N_c , N_d , N_e dựa vào Đah R_A , R_B .

Khi $P=1$ di động từ A đến 1:

Xét cân bằng phần dầm bên phải mặt cắt 1-1:

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_e \cdot \sin \alpha + R_B = 0. \Rightarrow N_e = - \frac{1}{\sin \alpha} \cdot R_B$$

$$\Rightarrow \text{Đah } N_e = - \frac{1}{\sin \alpha} \cdot \text{Đah } R_B$$

$$\sum m_2 = 0. \Rightarrow N_c \cdot h + R_B \cdot 4d = 0. \Rightarrow N_c = - \frac{4d}{h} \cdot R_B$$

$$\Rightarrow \text{Đah } N_c = - \frac{4d}{h} \cdot \text{Đah } R_B$$

$$\sum m_1 = 0. \Rightarrow N_d \cdot h + R_B \cdot 5d = 0. \Rightarrow N_d = - \frac{5d}{h} \cdot R_B$$

$$\Rightarrow \text{Đah } N_d = - \frac{5d}{h} \cdot \text{Đah } R_B$$

Khi $P=1$ di động từ 2 đến B:

Xét cân bằng phần dầm bên trái mặt cắt 1-1:

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_e \cdot \sin \alpha - R_A = 0. \Rightarrow N_e = \frac{1}{\sin \alpha} \cdot R_A$$

$$\Rightarrow \Delta h N_e = \frac{1}{\sin \alpha} \cdot \Delta h R_A$$

$$\sum m_2 = 0. \Rightarrow N_C \cdot h + R_A \cdot 2d = 0. \Rightarrow N_C = - \frac{2d}{h} \cdot R_A$$

$$\Rightarrow \Delta h N_C = - \frac{2d}{h} \cdot \Delta h R_A$$

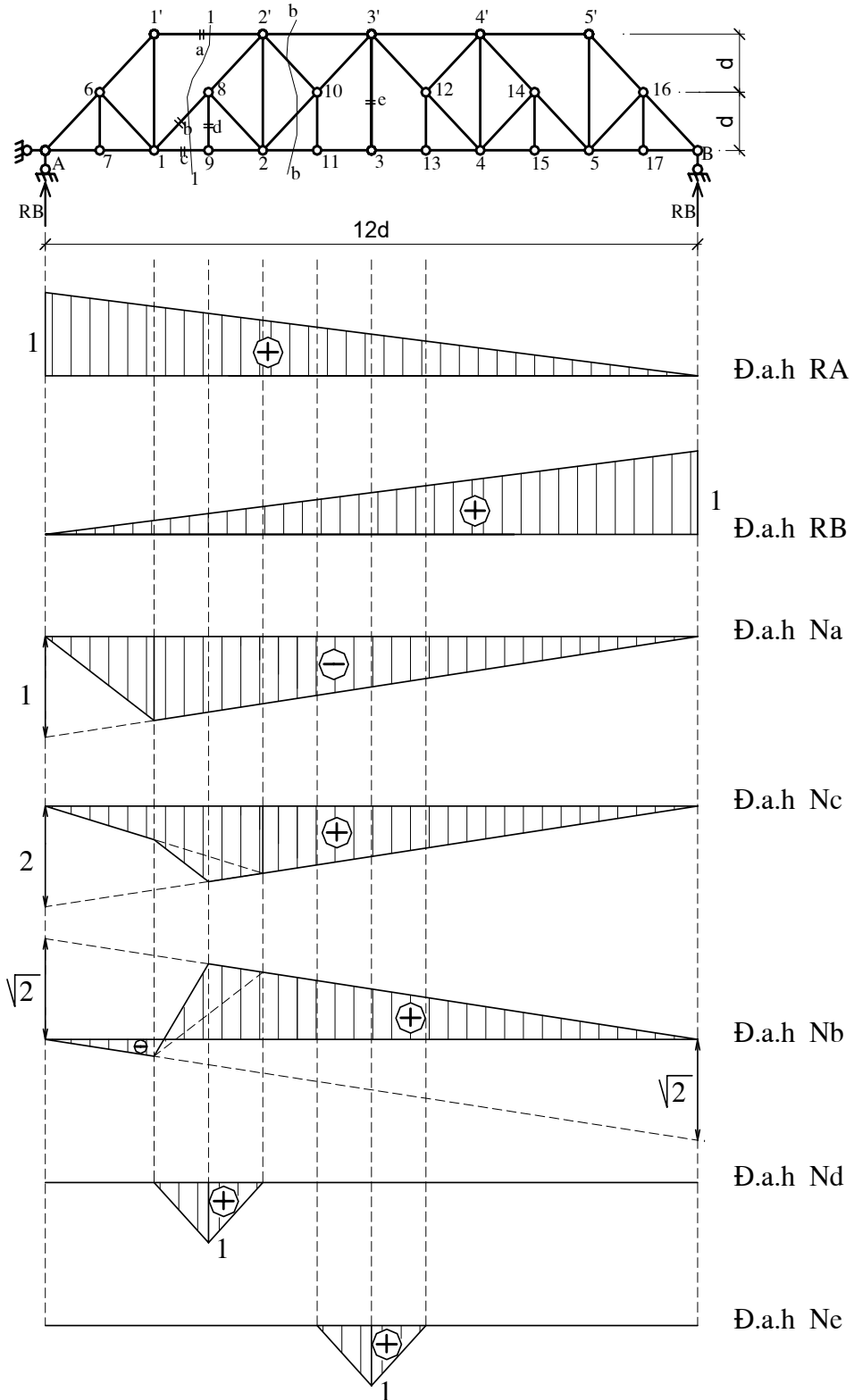
$$\sum m_1 = 0. \Rightarrow N_d \cdot h - R_A \cdot d = 0. \Rightarrow N_d = \frac{d}{h} \cdot R_A$$

$$\Rightarrow \Delta h N_d = \frac{d}{h} \cdot \Delta h R_A$$

Sau khi vẽ được các Đường ảnh hưởng tương ứng với hai trường hợp trên ta lần lượt nối các tung độ Đah tại các nút 1 và 2 của từng Đah ta được các Đah như hình vẽ.

b. Dàn tổ hợp: Cho dàn tổ hợp như hình vẽ .

Hãy vẽ Đah các thanh a, b, c, d, e.



Trong dàn tổ hợp gồm: Thanh riêng dàn nhỏ, thanh riêng dàn lớn và thanh chung. Với mỗi loại thanh ta sẽ có các Phương pháp vẽ Đường ảnh hưởng khác nhau.

Thanh riêng dàn nhỏ: Do thanh riêng dàn nhỏ chịu tải trọng cục bộ trong phạm vi dàn nhỏ. Do vậy ta dùng Phương pháp tiết điểm vẽ riêng Đah thanh đó.

Thanh riêng dàn lớn: Có 2 cách vẽ:

Cách 1: Vẽ trực tiếp trên dàn tổ hợp nếu vẽ được.

Cách 2: Vẽ trên dàn lớn nhưng phải chú ý đến sự truyền lực từ dàn nhỏ sang dàn lớn.

Thanh chung :

Cách 1: Vẽ trực tiếp trên dàn tổ hợp nếu vẽ được.

Cách 2: Vẽ riêng Đah thanh đó trên dàn lớn và dàn nhỏ sau đó cộng lại.

Áp dụng vào bài toán trên:

Vẽ Đah Na, Nb, Nc: Thanh a là thanh riêng dàn lớn ta vẽ trực tiếp trên dàn tổ hợp . Thanh b, c là thanh chung ta cũng vẽ được trực tiếp trên dàn tổ hợp.

Dùng mặt cắt 1-1 như hình vẽ .

Khi P=1 di động từ A đến 1:

Xét cân bằng phần dàn bên phải mặt cắt 1-1:

$$\sum m_1 = 0. \Rightarrow N_a \cdot h + R_B \cdot 10d = 0. \Rightarrow N_a = - \frac{10d}{h} \cdot R_B = -5 R_B$$

$$\sum m_2 = 0. \Rightarrow N_c \cdot h - R_B \cdot 8d = 0. \Rightarrow N_c = \frac{8d}{h} \cdot R_B = 4R_B$$

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_b \cdot \sin \alpha - R_B = 0. \Rightarrow N_b = \frac{1}{\sin \alpha} \cdot R_B = \sqrt{2} \cdot R_B$$

Khi P=1 di động từ 9 đến B:

Xét cân bằng phần dàn bên trái mặt cắt 1-1:

$$\sum m_1 = 0. \Rightarrow N_a \cdot h + R_A \cdot 2d = 0. \Rightarrow N_a = - \frac{2d}{h} \cdot R_A = - R_A$$

$$\sum m_2 = 0. \Rightarrow N_c \cdot h - R_A \cdot 4d = 0. \Rightarrow N_c = \frac{4d}{h} \cdot R_A = 2R_A$$

$$\sum Y = 0. \Rightarrow N_b \cdot \sin \alpha + R_A = 0. \Rightarrow N_b = - \frac{1}{\sin \alpha} \cdot R_A = - \sqrt{2} \cdot R_A$$

Trên đoạn 19 ta nối hai tung độ Đah tại hai đầu 1 và 9 lại với nhau ta được Đah lực dọc của các thanh như hình vẽ.

Vẽ Đah Nd, Ne: Dùng Phương pháp tiết điểm.

Thanh d: Là thanh riêng dầm nhỏ. Tách tiết điểm 9.

Khi P=1 tác dụng tại 9.

$$N_d = 1.$$

Khi P=1 không tác dụng tại 9.

$$N_d = 0.$$

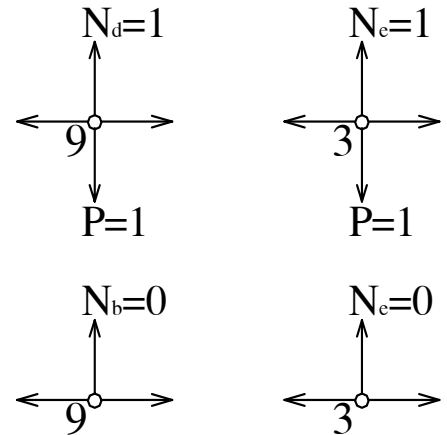
Thanh e: Là thanh riêng dầm lớn. Tách tiết điểm 3.

Khi P=1 tác dụng tại 3.

$$N_e = 1.$$

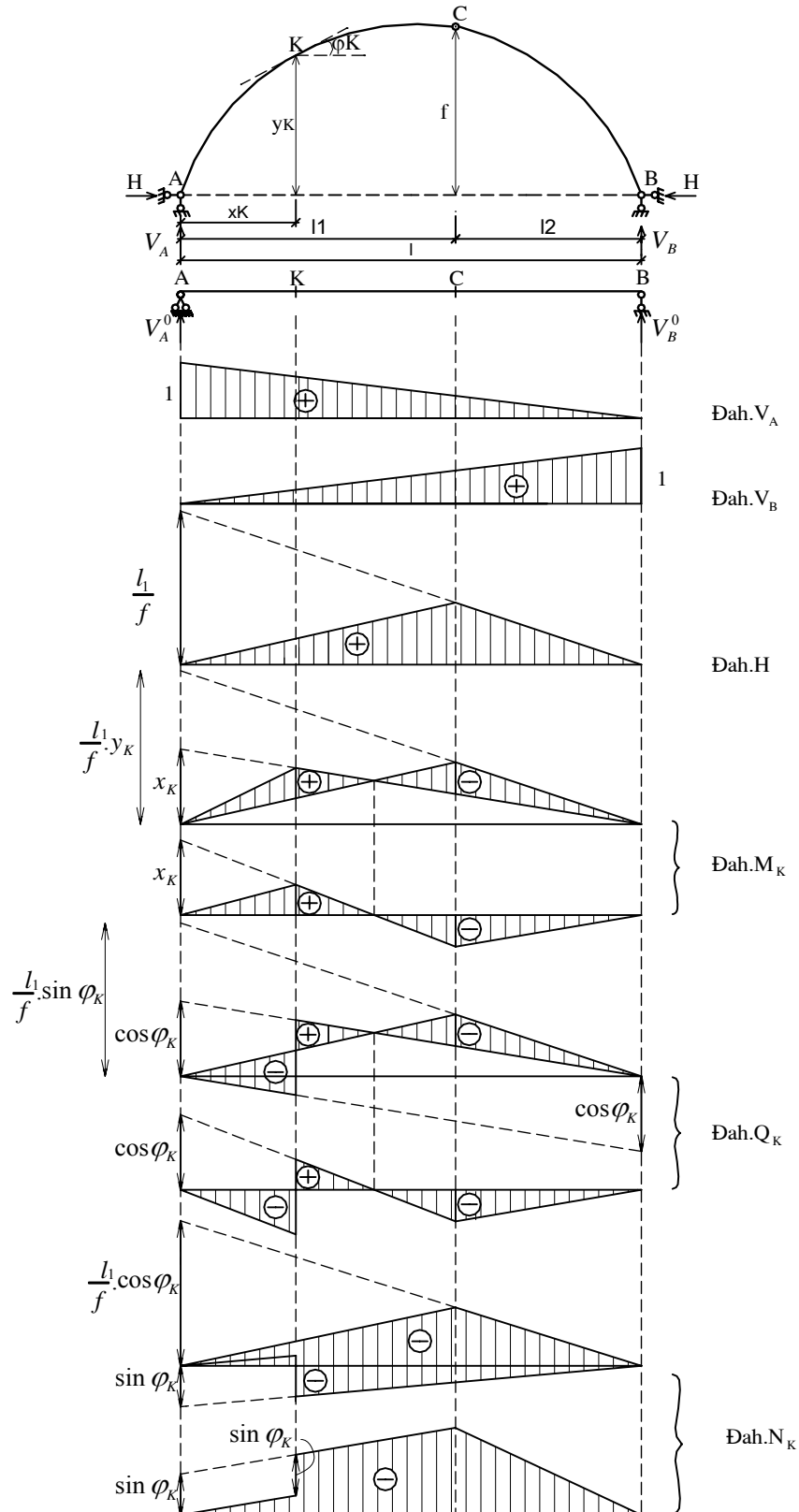
Khi P=1 không tác dụng tại 3.

$$N_e = 0.$$



3.5. ĐƯỜNG ẢNH HƯỞNG CỦA VÒM BA KHỚP .

Xét kết cấu vòm 3 khớp như hình vẽ .



Ta có các công thức:

$$\text{Phản lực : } V_A = V_A^0; V_B = V_B^0; H = \frac{M_C^0}{f}$$

Nội lực tại mặt cắt K:

$$M_K = M_K^0 - H \cdot y_K;$$

$$Q_K = Q_K^0 \cdot \cos \varphi_K - H \cdot \sin \varphi_K;$$

$$N_K = -Q_K^0 \cdot \sin \varphi_K - H \cdot \cos \varphi_K;$$

Trong đó:

V_A^0 ; V_B^0 ; M_C^0 là phản lực tại gối A, B và mô men tại mặt cắt C tương ứng của Dầm giản đơn có cùng khẩu độ.

M_K^0 ; Q_K^0 là mô men và lực cắt tại mặt cắt K của Dầm giản đơn .

Vậy ta có công thức dùng để vẽ các Đường ảnh hưởng trong vòm 3 khớp.

Phản lực :

$$\Delta H V_A = \Delta H V_A^0;$$

$$\Delta H V_B = \Delta H V_B^0;$$

$$\Delta H H = \frac{1}{f} \cdot \Delta H M_C^0;$$

Nội lực tại mặt cắt K:

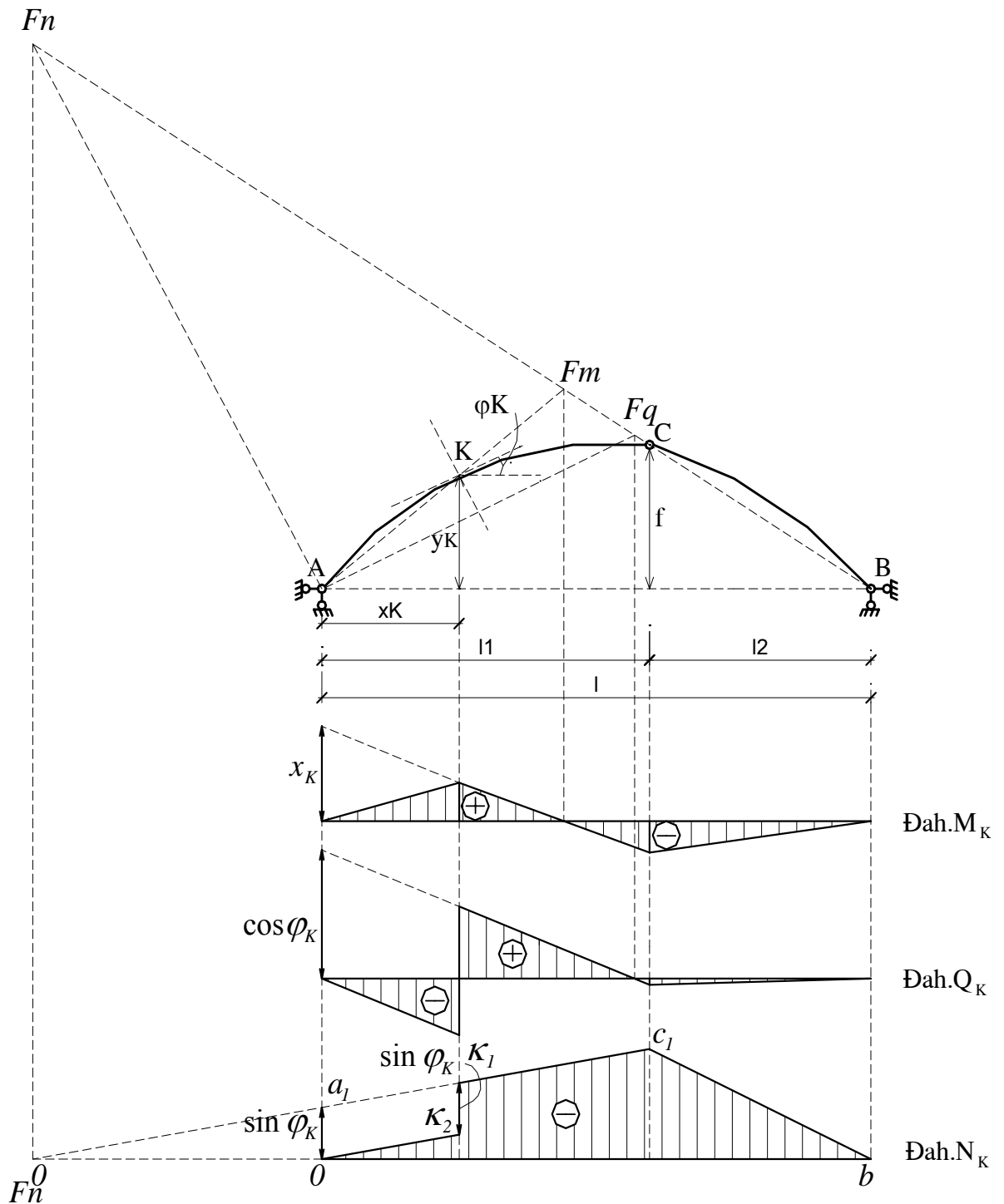
$$\Delta H M_K = \Delta H M_K^0 - y_K \cdot \Delta H H;$$

$$\Delta H Q_K = \cos \varphi_K \cdot \Delta H Q_K^0 - \sin \varphi_K \cdot \Delta H H;$$

$$\Delta H N_K = -\sin \varphi_K \cdot \Delta H Q_K^0 - \cos \varphi_K \cdot \Delta H H;$$

Dựa vào các Đường ảnh hưởng phản lực và nội lực trên Dầm giản đơn có cùng khẩu độ ta vẽ được các Đường ảnh hưởng phản lực và nội lực của vòm 3 khớp có cao độ khớp chân vòm bằng nhau như hình vẽ.

2. Vẽ Đường ảnh hưởng của vòm 3 khớp bằng Phương pháp điểm không.



a. Nội dung của Phương pháp :

- Phương pháp điểm không dựa trên cơ sở tìm vị trí tác dụng của tải trọng $P=1$ mà ứng với vị trí đó mô men hoặc lực cắt, lực dọc tại 1 mặt cắt nào đó bằng 0.

- Sau khi xác định được điểm không ta sẽ kết hợp với các điểm không khác đã có (Các vị trí gối nối với đất ...) để vẽ Đường ảnh hưởng nội lực trên cơ sở Dầm giản đơn (Hoặc hệ Dầm tĩnh định) có gối là các điểm không đã tìm được.

• **Đường ảnh hưởng M_K**

- Quan sát trên Đường ảnh hưởng M_K đã vẽ ta thấy: Đoạn đầu tiên của Đah M_K giống như Đah Mô men tại mặt cắt K của Dầm giản đơn có chiều dài tương ứng l_m là khoảng cách từ gối A tới điểm F_m có mô men bằng 0.

- Vậy nếu xác định được điểm F_m ta có thể vẽ được Đah M_K

- Tương tự với Đah N_K và Q_K ta cũng vẽ được nếu như xác định được điểm không F_N, F_Q tương ứng.

b. Cách vẽ Đah M_K, Q_K, N_K bằng Phương pháp điểm không .

• **Đường ảnh hưởng M_K**

- Kẻ đường thẳng đi qua khớp đỉnh vòm và khớp chân vòm phía bên kia mặt cắt. (d_1);

- Kẻ đường thẳng đi qua khớp chân vòm còn lại và đi qua mặt cắt K. (d_2);

- Đường d_1 và d_2 cắt nhau tại F_M .

- Chiều dài l_m chính là hình chiếu bằng của đoạn nối khớp A với F_M .

- Dựa vào quan hệ hình học ta có: $l_m = \frac{l \cdot j \cdot x_K}{y_K \cdot l_2 + x_K \cdot f}$; $l = l_1 + l_2$

- Vẽ Đường ảnh hưởng M_K của Dầm một đầu thừa có khẩu độ nhịp chính là l_m , đầu thừa là $l_1 - l_m$. Sau đó vẽ tiếp trên Dầm Phụ thuộc CB ta sẽ vẽ được ĐAH M_K . (Trường hợp $l_m < l_1$). Trường hợp $l_m > l_1$ ta sẽ xét sau (Thường gặp khi vẽ ĐAH trong khung 3 khớp).

• **Đường ảnh hưởng Q_K :**

- Xác định điểm không F_Q ;

- Kẻ đường thẳng đi qua khớp đỉnh vòm và khớp chân vòm phía bên kia mặt cắt. (d_1);

- Kẻ đường thẳng đi qua khớp chân vòm còn lại và song song với tiếp tuyến của đường cong vòm tại K. (d_3);

- Đường d_1 và d_3 cắt nhau tại F_Q .

- Chiều dài l_q chính là hình chiếu bằng của đoạn thẳng nối F_Q với khớp chân vòm phía mặt cắt K.
- Chiều dài l_q xác định bằng quan hệ hình học.
- **Cách vẽ Đường ảnh hưởng Q_K :**
 - Vẽ Đường ảnh hưởng Q_K của Dầm có chiều dài l_q sau đó nhân với $(\cos\varphi_K)$ kéo dài về phía phải gặp đường dóng từ C xuống tại 1 điểm, nối điểm đó với điểm bằng không ở gối B ta được Đường ảnh hưởng Q_K của vòm 3 khớp.
- **Đường ảnh hưởng N_K :**
 - Xác định điểm không F_N :
 - Kẻ đường thẳng d_4 đi qua khớp chân vòm có mặt cắt K và vuông góc với tiếp tuyến của vòm tại mặt cắt K.
 - Hai đường d_1 và d_4 gặp nhau tại F_N .
 - Dóng điểm F_N xuống đường chuẩn ta được điểm F_N .
 - Tại điểm ứng với vị trí của gối A, từ đường chuẩn ta dóng lên 1 đoạn bằng $\sin\varphi_K$ (đoạn aa_1). Nối F_N với a_1 , kéo dài gặp đường dóng từ K xuống ở K_1 và đường dóng từ C xuống ở C_1 . Nối c_1b , từ a kẻ đường thẳng song song với a_1c_1 gặp đường dóng từ K xuống ở K_2 . Ta được $ak_2k_1kc_1b$ là Đường ảnh hưởng N_K mang dấu âm.
 - Các Đường ảnh hưởng M_K , Q_K , N_K như hình vẽ.

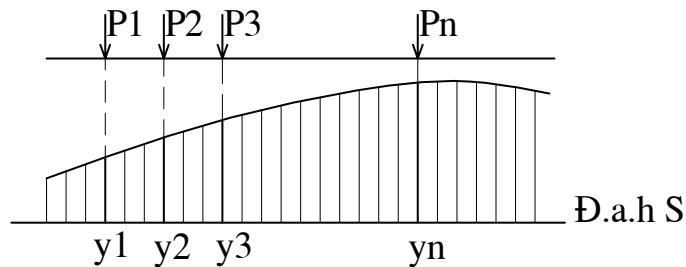
3.6. CÔNG DỤNG CỦA ĐƯỜNG ẢNH HƯỞNG .

1. Dùng Đường ảnh hưởng để tính nội lực của kết cấu :

- Sau khi đã vẽ được các Đường ảnh hưởng nội lực ta sẽ đi xác định nội lực do từng loại tải trọng gây ra.
- Tải trọng tác dụng lên kết cấu gồm:
 - Tải trọng tập trung.
 - Tải trọng phân bố.
 - Mô men tập trung.

a. Tải trọng tập trung.

Xét Đường ảnh hưởng S (S có thể là phản lực, mô men, lực cắt, lực dọc) chịu tác dụng của tải trọng tập trung từ P_1, P_2 tới P_{n-1}, P_n . Các tung độ Đường ảnh hưởng S tương ứng với các tải trọng $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n$ là $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}, y_n$.



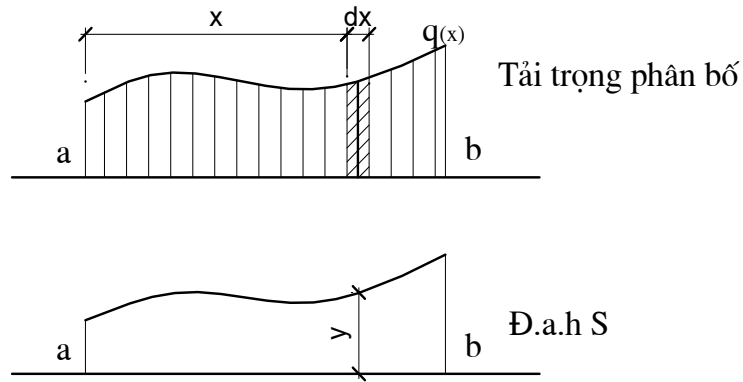
Nội lực S_p do các tải trọng tập trung gây ra là:

$$S_p = P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2 + \dots + P_{n-1} \cdot y_{n-1} + P_n \cdot y_n = \sum_{i=1}^n P_i \cdot y_i.$$

Trong đó tung độ Đường ảnh hưởng S : Y_i có thể mang dấu +, - hoặc bằng 0
 n : là số tải trọng tập trung tác dụng .

b. Tải trọng phân bố:

Xét tải trọng phân bố $q(x)$ tác dụng lên kết cấu có Đường ảnh hưởng S .



Xét 1 phân tố lực tập trung : $dp = q_x \cdot dx$.

Nội lực do dp gây ra :

$$ds = y \cdot dp = q_x \cdot y \cdot dx.$$

Vậy nội lực S do tập trung phân bố q_x gây ra là :

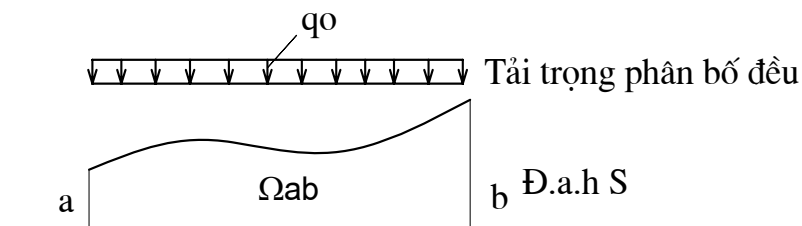
$$S = \int_a^b q_x \cdot y \cdot dx$$

Trong đó:

q_x là tải trọng phân bố.

y : Là tung độ Đường ảnh hưởng tương ứng với q_x .

Nếu tải trọng phân bố đều : $q_x = q_0 = \text{const.}$



$$\Rightarrow S = q_0 \cdot \int_a^b y \cdot dx$$

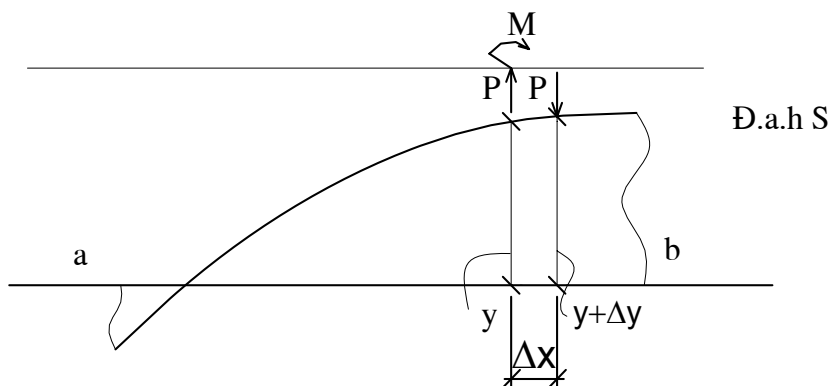
Mặt khác :

$\Omega_{ab} = \int_a^b y \cdot dx$ là diện tích của Đường ảnh hưởng S trên đoạn ab .

$$S = q_0 \cdot \Omega_{ab}$$

c. Mô men tập trung :

Xét Đường ảnh hưởng S có mô men tập trung M tác dụng :



Ta Phân tích mô men M thành cặp ngẫu lực P với cánh tay đòn: Δx ;

$$M = P \cdot \Delta x.$$

Vậy nội lực S do cặp ngẫu lực gây ra là.

$$S = P \cdot (y + \Delta y) - P \cdot y = P \cdot \Delta y$$

Mà $P = \frac{M}{\Delta x}$

$$\Rightarrow S = M \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} = M \cdot \tan \varphi.$$

Nếu trên Đường ảnh hưởng S có nhiều mô men tập trung tác dụng :

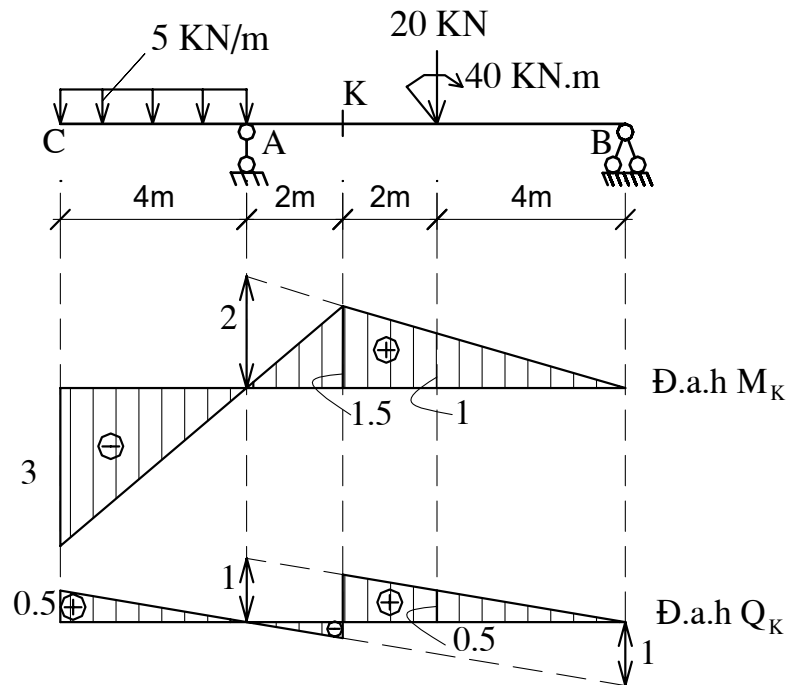
$$S = \sum_{i=1}^n \pm M_i \cdot \tan \varphi_i.$$

Trong đó: φ là góc tiếp tuyến của Đường ảnh hưởng tại điểm có mô men tập trung tác dụng.

Tích số $(M_i \cdot \tan \varphi_i)$ mang dấu + nếu M quay thuận chiều Kim đồng hồ và φ góc là góc đồng biến. Hoặc M quay ngược chiều KĐH và góc φ là góc nghịch biến.

d. Ví dụ:

Ví dụ 1: Cho kết cấu như hình vẽ. Hãy tính M, Q tại mặt cắt K bằng Phương pháp dùng Đường ảnh hưởng .



Giải:

- **Bước 1:** Vẽ ĐAH M_K , Q_K :

Dầm ABC là Dầm nút thừa do đó ta vẽ ngay được các ĐAH M_K , Q_K :

- **Bước 2:** Tính M_K , Q_K :

Tải trọng tác dụng lên Dầm gồm cả tải trọng tập trung, tải trọng phân bố và mô men tập trung. Do vậy nội lực sẽ tính theo công thức.

$$S = \sum_{i=1}^n P_i \cdot y_i + q_0 \cdot \Omega_{ab} + \sum_{i=1}^m \pm M_i \cdot \operatorname{tg} \varphi_i.$$

Tính M_K :

$$M_K = 20 \cdot 1 - 40 \cdot \operatorname{tg} \varphi_M - 5 \cdot 0,5 \cdot 3 \cdot 4; \quad \operatorname{tg} \varphi_M = 0,25.$$

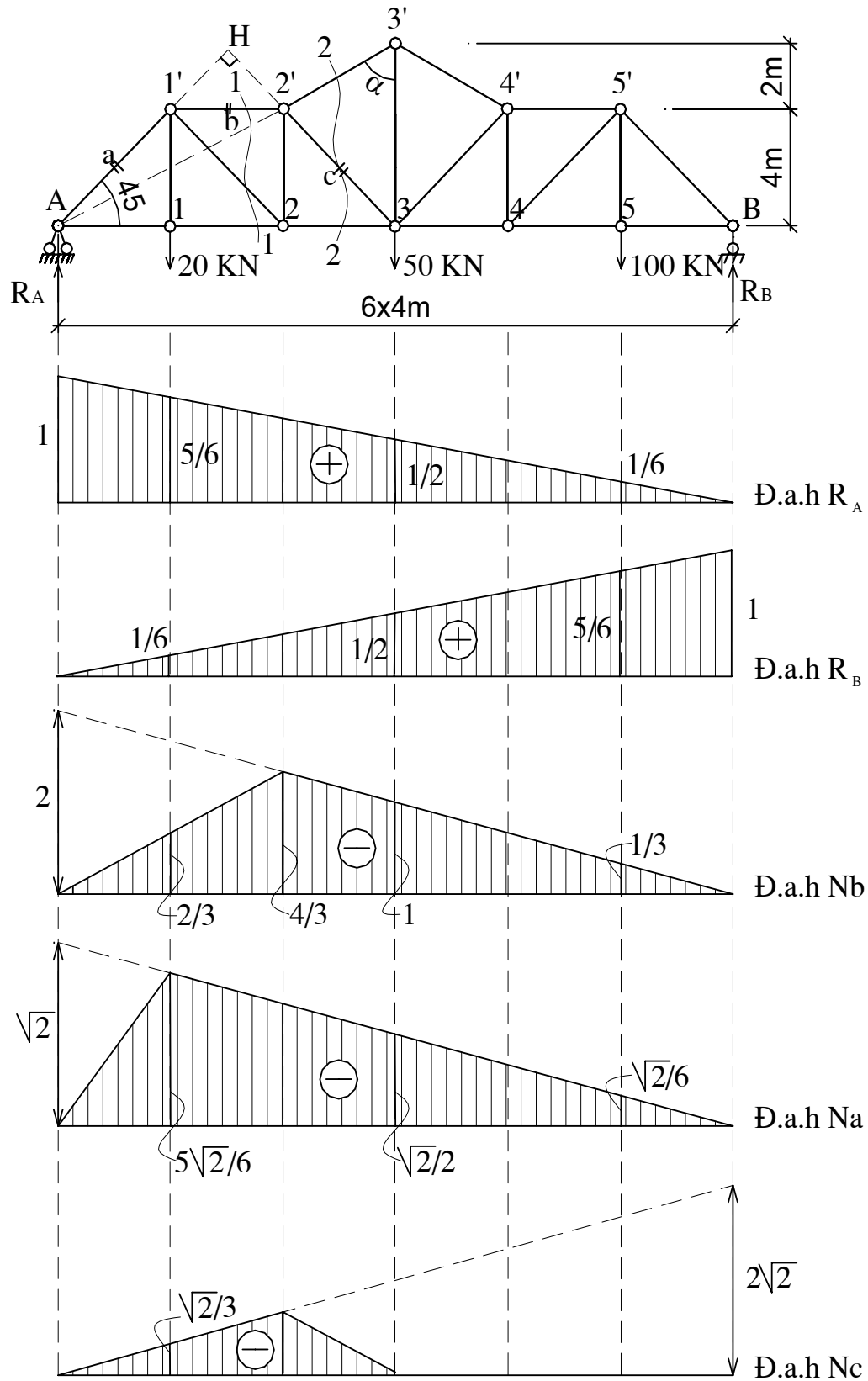
$$= -20 \text{ KN.m.}$$

Tính Q_K :

$$Q_K = 20 \cdot 0,5 - 40 \cdot \operatorname{tg} \varphi_Q + 5 \cdot 0,5 \cdot 4; \quad \operatorname{tg} \varphi_Q = 0,125.$$

$$= 10 \text{ KN.}$$

Ví dụ 2: Cho kết cấu như hình vẽ. Hãy tính các phản lực gối R_A , R_B , Nội lực các thanh N_a , N_b , N_c bằng Phương pháp dùng Đường ảnh hưởng.



Giải:

- **Bước 1: Vẽ các ĐAH .**

Đah R_A , Đah R_B : Giống như Đah R_A , Đah R_B của Dầm giản đơn AB.

Đah N_a : Dùng Phương pháp tiết điểm: Tách nút A.

Khi $P=1$ tác dụng tại A: $R_A=1$.

$$\sum Y = 0 \Rightarrow N_a = 0.$$

Khi $P=1$ tác dụng ngoài vị trí A:

$$\sum Y = 0 \Rightarrow N_a \sin \alpha + R_A = 0.$$

$$\Rightarrow N_a = -\frac{1}{\sin \alpha} R_A; \alpha = 45^\circ; \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow N_a = -\sqrt{2} R_A$$

Đah N_b : Dùng mặt cắt 1-1:

Khi $P=1$ di động từ A->1: Xét cân bằng phần Dàn bên phải mặt cắt 1-1:

$$\sum M_2 = 0 \Rightarrow N_b \cdot 4 + R_B \cdot 4 \cdot 4 = 0. \Rightarrow N_b = -4 R_B$$

Khi $P=1$ di động từ 2->B: Xét cân bằng phần Dàn bên trái mặt cắt 1-1:

$$\sum M_2 = 0 \Rightarrow N_b \cdot 4 + R_A \cdot 4 \cdot 2 = 0. \Rightarrow N_b = -2 R_A$$

Đah N_c : Dùng mặt cắt 2-2:

Ta dễ dàng Chứng minh được A là giao điểm của hai thanh 23 và 2'3'.

Khi $P=1$ di động từ A->2: Xét cân bằng phần Dàn bên phải mặt cắt 2-2:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow N_b \cdot 4 + R_B \cdot 4 \cdot 4 = 0.$$

Dựa vào quan hệ hình học ta có: Tam giác AH3 là tam giác vuông cân tại H.

$$\Rightarrow r_c = \frac{3 \cdot 4}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} \text{ m.}$$

$$\Rightarrow N_c = -\frac{4}{\sqrt{2}} R_B = -2\sqrt{2} R_B.$$

Khi $P=1$ di động từ 3->B: Xét cân bằng phần Dàn bên trái mặt cắt 2-2:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow N_c \cdot r_c + R_A \cdot 0 = 0. \Rightarrow N_c = 0.$$

=> Đah N_a , N_b , N_c như hình vẽ .

- **Bước 2: Tính nội lực các thanh bằng Đường ảnh hưởng .**

Phản lực R_A , R_B .

$$R_A = 20. \frac{5}{6} + 50. \frac{1}{2} + 100. \frac{1}{2} = \frac{175}{3} \text{ KN}$$

$$R_B = 20. \frac{1}{6} + 50. \frac{1}{2} + 100. \frac{5}{6} = \frac{335}{3} \text{ KN}$$

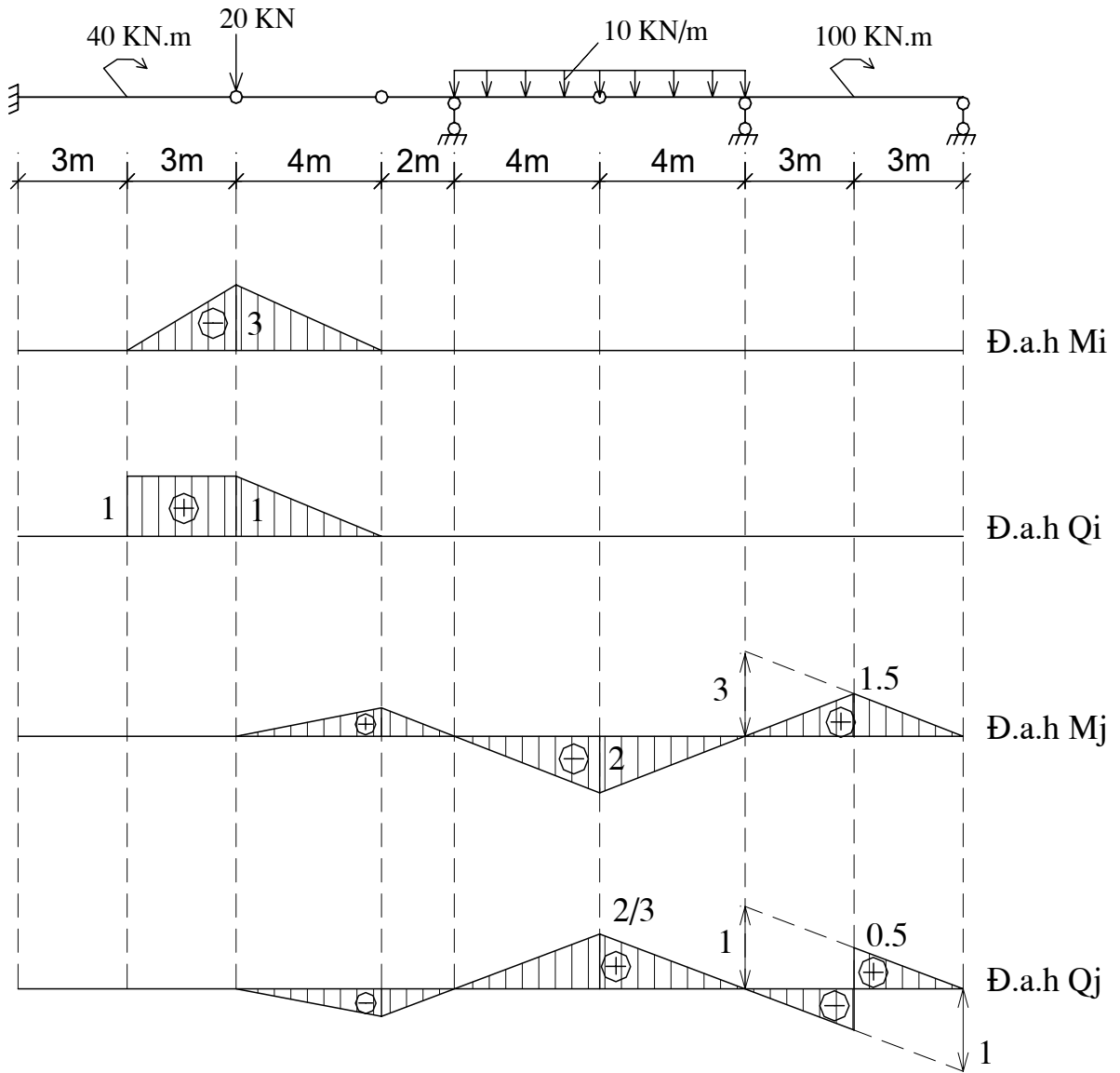
Nội lực các thanh a, b, c:

$$N_a = -20. \frac{5\sqrt{2}}{6} + 50. \frac{2}{2} + 100. \frac{\sqrt{2}}{6} = -\frac{175\sqrt{2}}{3} \text{ KN}$$

$$N_b = -20. \frac{2}{3} - 50.1 - 100. \frac{1}{3} = -\frac{290}{3} \text{ KN}$$

$$N_c = -20. \frac{\sqrt{2}}{3} = -\frac{20\sqrt{2}}{3} \text{ KN}$$

Ví dụ 3: Cho kết cấu như hình vẽ. Hãy tính mô men, lực cắt tại các mặt cắt i, j bằng Phương pháp Đường ảnh hưởng.



Giải:

- **Bước 1:** Vẽ các Đah M_i , Q_i , M_j , Q_j .
- **Bước 2:** Tính M_i , Q_i , M_j , Q_j bằng Đường ảnh hưởng .

$$M_i^{Phải} = -20 \cdot 3 = -60 \text{ KN.m}$$

$$M_i^{Trái} = -20 \cdot 3 - 40 \cdot \frac{3}{3} = -100 \text{ KN.m}$$

$$M_j^{Trái} = -10 \cdot (0,5 \cdot 8 \cdot 2) + 100 \cdot \text{tg} \varphi^{Phải} = -130 \text{ KN.m}; \quad \text{tg} \varphi^{Phải} = -\frac{1,5}{3}$$

$$M_j^{Phải} = -10.(0,5.8.2) + 100.tg\varphi^{Trái} = -30 \text{ KN.m}; \quad tg\varphi^{Trái} = \frac{1.5}{3}$$

$$Q_i = 100.tg0^0 + 20.1 = 20 \text{ KN.}$$

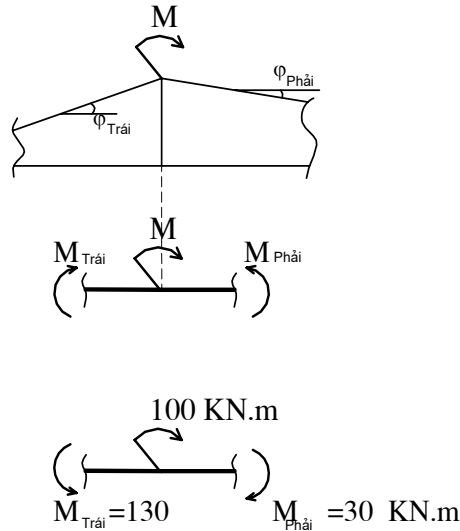
$$Q_j^{trái} = Q_j^{Phải} = 10 \text{ KN.}$$

Chú ý:

Nếu mô men tập trung đặt tại đỉnh của Đường ảnh hưởng dạng tam giác hoặc đa giác (Tại vị trí có 2 giá trị φ là $\varphi^{trái}$ và $\varphi^{phải}$) thì tại đó ta phải tính cả hai giá trị mô men bên trái và bên phải mặt cắt.

Hai giá trị mô men $M^{trái}$ và $M^{Phải}$ sẽ cân bằng với mô men ngoại lực tại đó.

$$M^{trái} + M^{Phải} + M = 0$$

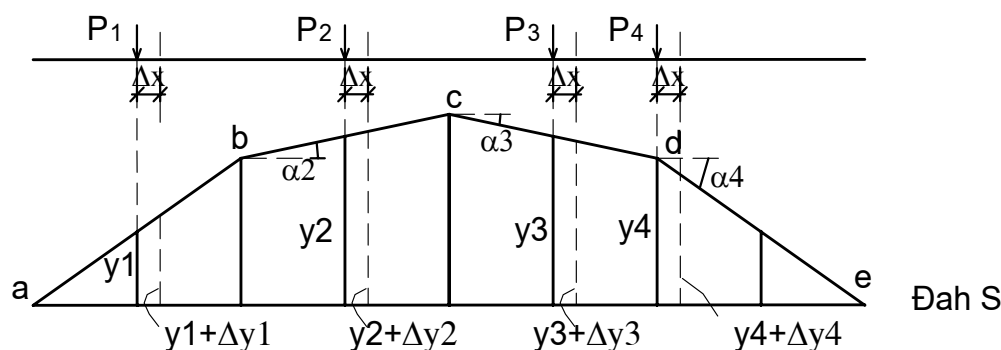


2. Vị trí bất lợi nhất của tải trọng.

a. Định nghĩa:

Vị trí bất lợi nhất của tải trọng là vị trí mà tải trọng đặt tại đó sẽ gây ra giá trị nội lực lớn nhất của đại lượng cần nghiên cứu .

b. Đường ảnh hưởng có dạng đa giác:



Trường hợp 1:

Khi giữ nguyên vị trí tác dụng của tải trọng:

Nội lực tương ứng là:

$$S_1 = P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2 + P_3 \cdot y_3 + P_4 \cdot y_4$$

Trường hợp 2:

Dịch đoàn tải trọng sang bên phải một đoạn Δx :

Nội lực tương ứng là:

$$S_2 = P_1 \cdot (y_1 + \Delta y_1) + P_2 \cdot (y_2 + \Delta y_2) + P_3 \cdot (y_3 + \Delta y_3) + P_4 \cdot (y_4 + \Delta y_4);$$

$$\text{Xét } \Delta S = S_2 - S_1 = P_1 \cdot \Delta y_1 + P_2 \cdot \Delta y_2 + P_3 \cdot \Delta y_3 + P_4 \cdot \Delta y_4$$

Nếu ở trường hợp 1: S_1 là nội lực lớn nhất thì : $\Delta S < 0$;

Xét quan hệ giữa Δx và Δy_i

Ta có: $\Delta y_i = \Delta x \cdot \tan \alpha_i$

$$\Rightarrow \Delta S = \Delta x \cdot (P_1 \cdot \tan \alpha_1 + P_2 \cdot \tan \alpha_2 + P_3 \cdot \tan \alpha_3 + P_4 \cdot \tan \alpha_4) < 0;$$

Vì $\Delta x > 0$ nên $(P_1 \cdot \tan \alpha_1 + P_2 \cdot \tan \alpha_2 + P_3 \cdot \tan \alpha_3 + P_4 \cdot \tan \alpha_4) < 0$;

Vậy để $\Delta S < 0$ thì bắt buộc phải có ít nhất một tải trọng P nào đó trong đoàn tải trọng phải đặt ở đỉnh ĐAH.

Vậy

$$\underline{\Delta x} : \Delta S < 0 \Rightarrow \sum P_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i < 0; \quad (1) \quad (\text{Đoàn tải trọng dịch chuyển sang phải});$$

Tương tự:

$$\underline{\Delta x} : \Delta S < 0 \Rightarrow \sum P_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i > 0; \quad (2) \quad (\text{Đoàn tải trọng dịch chuyển sang trái});$$

Công thức 1 và 2 là điều kiện để xác định vị trí bất lợi nhất của đoàn tải trọng trên Đường ảnh hưởng hình đa giác.

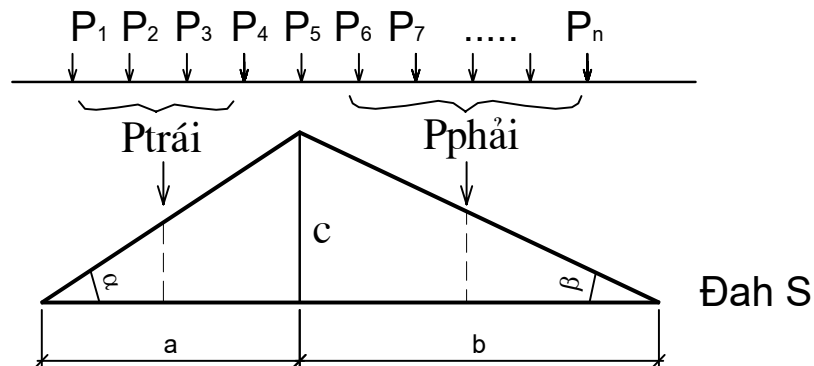
Kinh nghiệm tính toán cho thấy: Khi tải trọng có trị số lớn nhất trong đoàn tải trọng đặt lên đỉnh Đường ảnh hưởng có tung độ lớn nhất thì sẽ được vị trí bất lợi nhất của tải trọng.

Vậy để tìm được vị trí bất lợi nhất của đoàn tải trọng trên Đường ảnh hưởng ta thực hiện theo trình tự sau:

- Đặt đoàn tải trọng lên Đường ảnh hưởng sao cho tải trọng lớn nhất trong đoàn ở vị trí có đỉnh cao nhất của Đường ảnh hưởng .
- Cho đoàn tải trọng xô dịch sang trái và sang phải một đoạn Dx . Sau đó kiểm tra lại hai điều kiện tương ứng trong công thức 1 và 2. Nếu thỏa mãn thì vị trí đó là vị trí bất lợi nhất của tải trọng .

c. Đường ảnh hưởng có dạng tam giác.

Xét đoàn tải trọng gồm các tải trọng tập trung P_1, P_2, \dots, P_n . đặt trên Đường ảnh hưởng tam giác trong đó có tải trọng $P_k = P_{\max}$ tác dụng trên đỉnh Đường ảnh hưởng.



Gọi $P_{\text{trái}}$ và $P_{\text{phải}}$ lần lượt là hợp lực của các lực bên trái và bên phải đỉnh Đường ảnh hưởng .

Nếu vị trí ta đang xét là vị trí bất lợi nhất của tải trọng thì phải thoả mãn điều kiện:

$\boxed{\underline{\Delta x} : P_{\text{trái}}.tg\alpha + (P_{\text{phải}} + P_k).tg\beta < 0}$ (3) (Đoàn tải trọng dịch chuyển sang phải);

$\boxed{\overline{\Delta x} : P_{\text{trái}}.tg\alpha + (P_{\text{phải}} + P_k).tg\beta < 0}$ (4) (Đoàn tải trọng dịch chuyển sang trái);

Trong đó :

$$tg\alpha = \frac{c}{a}; tg\beta = \frac{c}{b};$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Delta x} : \frac{P_{\text{Trai}} + P_k}{a} > \frac{P_{\text{Phai}}}{b}} \quad (5)$$

$$\boxed{\overleftarrow{\Delta x} : \frac{P_{\text{Trai}}}{a} < \frac{P_{\text{Phai}} + P_k}{b}} \quad (6)$$

Công thức 5 và 6 dùng để xác định vị trí bất lợi nhất của tải trọng trên Đường ảnh hưởng.

Chú ý:

Nếu tải trọng phân bố đều thì ta sẽ có điều kiện duy nhất

$$\boxed{\frac{P_{\text{Trai}}}{a} > \frac{P_{\text{Phai}}}{b}} \quad (6)$$

3.7. TẢI TRỌNG RẢI ĐỀU THAY THẾ TƯƠNG ĐƯƠNG.

1. Định nghĩa:

- Tải trọng rải đều thay thế tương đương là loại tải trọng rải đều quy đổi từ tải trọng thực tế được đặt tại vị trí bất lợi nhất của tải trọng trên Đường ảnh hưởng.

- Vậy nội lực tính theo tải trọng tương đương sẽ là:

$$S_{max} = q^{td} \cdot \Omega \quad (1)$$

Trong đó:

Ω : Là diện tích Đường ảnh hưởng tương ứng với chiều dài đặt tải.

q^{td} : tải trọng tương xếp trên Đường ảnh hưởng.

Mặt khác:

$$S = \sum P_i \cdot y_i + \sum q_i \cdot \Omega_i \quad (2)$$

Trong đó:

Ω_i : Là diện tích Đường ảnh hưởng tương ứng với chiều dài đặt tải q_i .

q_i : Tải trọng rải đều trên 1 phần Đường ảnh hưởng.

$P_i \cdot y_i$: Tải trọng tập trung và tung độ Đường ảnh hưởng tương ứng.

Từ 1 và 2 :

$$\Rightarrow q^{td} = \frac{\sum P_i \cdot y_i + \sum q_i \cdot \Omega_i}{\Omega}$$

- Trong Xây dựng Cầu đường, ta thường gặp đoàn tải trọng là đoàn ô tô, đoàn tàu hoả hay đoàn người.

- Trong Quy Trình 79 của Bộ GTVT thì tất cả các tải trọng ô tô và xe hoả đều được quy về tải trọng rải đều tương đương và được lập thành bảng tra sẵn dùng để tính toán thiết kế công trình cầu đường. Còn tải trọng người luôn được lấy là: 300 Kg/m².

- Trong Quy Trình 2001 của Bộ GTVT thì tải trọng ô tô được xếp trực tiếp trên Đường ảnh hưởng.

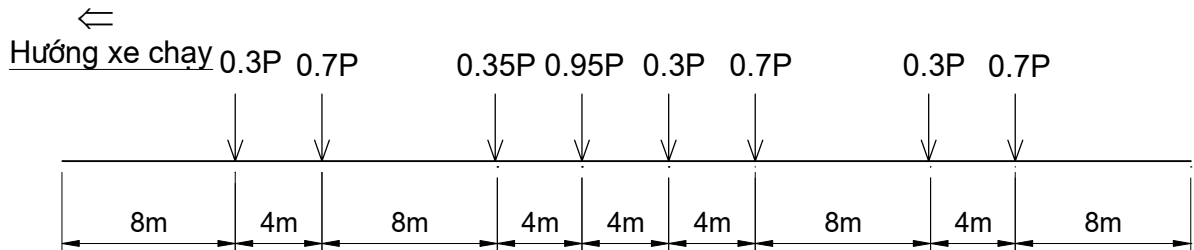
2. Đoàn tải trọng ô tô:

- Tải trọng tiêu chuẩn ô tô được chia làm các cấp sau:

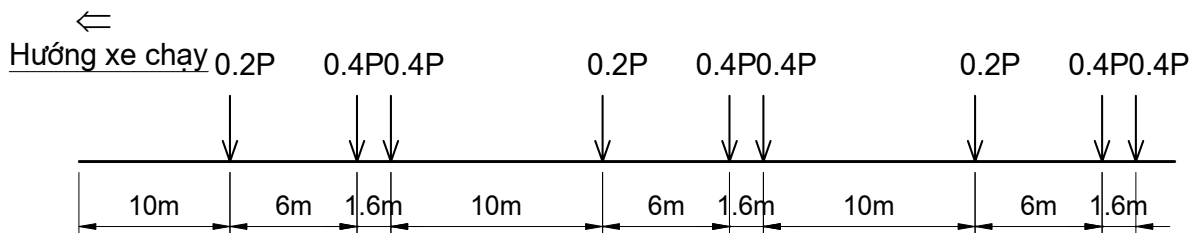
H6, H8, H10, H13, H30.

Cách bố trí các đoàn xe ô tô:

- Đoàn xe tiêu chuẩn: H6, H8, H10, H13.



- Đoàn xe tiêu chuẩn: H30.



- Đoàn tải trọng xe hoả:**

Chia làm 4 cấp:

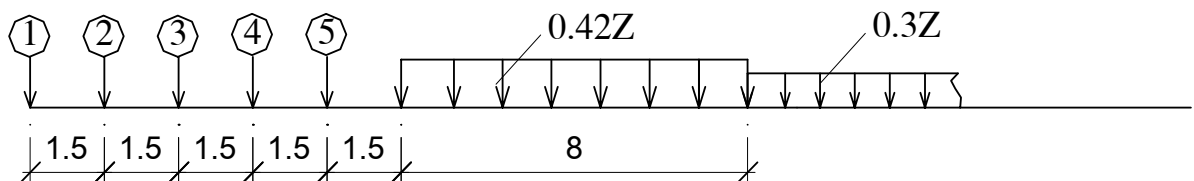
Cấp 1: Z10. ($Z=10T$);

Cấp 2: Z18 ($Z=18T$);

Cấp 3: Z22 ($Z=22T$);

Cấp 4: Z26 ($Z=26T$);

Cách bố trí các đoàn xe xe hoả:



4. Tìm vị trí bất lợi nhất đối với các đoàn ô tô và xe hoả:

Việc tìm vị trí bất lợi nhất của tải trọng trên Đường ảnh hưởng là tương đối phức tạp. Trong quá trình tải trọng thiết kế, người ta thường dùng tải trọng rải đều tương đương q^{td} do đó rất thuận lợi cho việc tìm vị trí bất lợi nhất của đoàn tải trọng.

Đối với Đường ảnh hưởng tam giác:

Để có được q^{td} ta phải tra bảng căn cứ vào :

Chiều dài Đường ảnh hưởng (l).

$$\text{Trị số: } \alpha = \frac{a}{l};$$

Với :

a: Chiều dài theo phương ngang phần Đường ảnh hưởng có cạnh ngắn hơn.

l: Chiều dài Đường ảnh hưởng.

Đối với Đường ảnh hưởng đa giác:

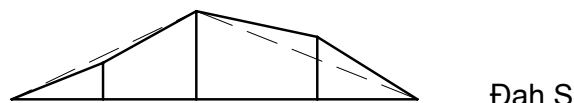
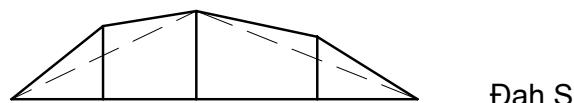
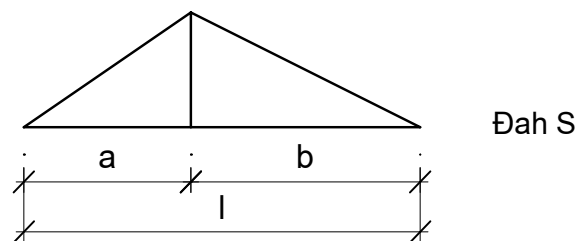
Để tính được nội lực ta dùng 1 trong hai cách:

Cách 1: Xếp tải trực tiếp lên Đường ảnh hưởng .

Cách 2: Coi Đường ảnh hưởng đa giác xấp xỉ là Đường ảnh hưởng tam giác có đường cao là đỉnh cao nhất của Đường ảnh hưởng đa giác.

=> q^{td} .

=> Xác định vị trí bất lợi nhất.



BẢNG TẢI TRỌNG TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA ĐOÀN Ô TÔ H-10 (T/M)

λ (m)	Vị trí đỉnh của tam giác			λ (m)	Vị trí đỉnh của tam giác		
	Ở giữa	Ở L/4	Ở đầu		Ở giữa	Ở L/4	Ở đầu
4	4.75	4.78	4.75	32	1.23	1.29	1.37
5	3.80	3.80	4.08	40	1.15	1.16	1.27
6	3.17	3.30	3.66	50	1.09	1.09	1.19
8	2.38	2.67	2.81	60	1.05	1.05	1.13
10	2.16	2.23	2.54	70	1.01	1.02	1.08
12	1.94	1.99	2.31	80	0.99	1.00	1.05
14	1.76	1.86	2.08	90	0.97	0.97	1.03
16	1.59	1.73	1.71	100	0.96	0.96	1.01
20	1.40	1.57	1.67	120	0.94	0.94	0.98
24	1.35	1.44	1.57	140	0.92	0.92	0.96
28	1.30	1.34	1.45	160	0.91	0.91	0.94

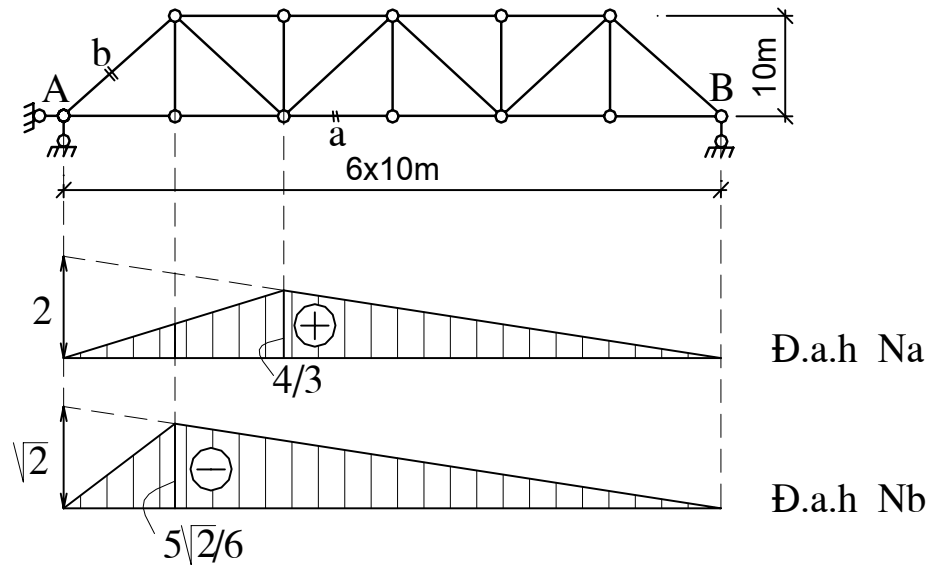
BẢNG TẢI TRỌNG TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA ĐOÀN Ô TÔ H-30 (T/M)

λ (m)	Vị trí đỉnh của tam giác			λ (m)	Vị trí đỉnh của tam giác		
	Ở giữa	Ở L/4	Ở đầu		Ở giữa	Ở L/4	Ở đầu
4	7.20	6.80	9.60	32	1.76	2.06	2.46
5	6.53	7.55	8.06	40	1.76	1.90	2.29
6	5.87	6.58	6.93	50	1.76	1.79	2.17
8	4.80	5.20	5.47	60	1.76	1.78	2.08
10	4.03	4.29	4.70	70	1.74	1.74	2.02
12	3.47	3.80	4.10	80	1.74	1.74	2.00
14	3.16	3.40	3.62	90	1.74	1.74	1.97
16	2.89	3.08	3.24	100	1.72	1.74	1.93
20	2.45	2.57	2.87	120	1.72	1.72	1.90
24	2.13	2.22	2.78	140	1.70	1.71	1.68
28	1.93	2.13	2.60	160	1.70	1.71	1.68

BẢNG TẢI TRỌNG TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA XE XB80 VÀ X60 (T/M)

λ (m)	XB80 có đỉnh ở		X60 có đỉnh bất kỳ	λ (m)	XB80 có đỉnh ở		X60 có đỉnh bất kỳ
	Ở giữa nhịp và 1/4L	Ở đầu			Ở giữa nhịp và 1/4L	Ở đầu	
4	18.00	22.00	12.00	22	6.48	6.67	4.83
5	16.64	20.50	12.00	24	6.00	6.17	4.48
6	16.00	18.67	11.67	26	5.58	5.73	4.17
7	15.02	16.97	11.02	28	5.22	5.33	3.90
8	14.00	15.50	10.31	30	4.91	5.01	3.67
9	13.04	14.22	9.63	32	4.62	4.71	3.46
10	12.15	13.12	9.00	36	4.15	4.22	3.10
12	10.67	11.33	7.92	40	3.76	3.82	2.81
14	9.47	9.95	7.04	50	3.05	3.08	2.28
16	8.50	8.67	6.33	60	2.56	2.59	1.92
18	7.70	8.00	5.74	70	2.21	2.22	1.65
20	7.04	7.28	5.25	80	1.94	1.95	1.45

5. Ví dụ: Tính nội lực các thanh Na, Nb trong dàn sau bằng cách dùng tải trọng tương đương khi có đoàn xe H30 chạy qua.



Giải:

Bước 1: Vẽ Đường ảnh hưởng Na, Nb;

Bước 2: Tra bảng tải trọng tương đương để có: q_a^{td} ; q_b^{td} ;

Tính q_a^{td} : Với $l=60\text{ m}$; $a=\frac{20}{60}=0.3333$; H30.

Tra bảng và Nội suy $\Rightarrow q_a^{td}=1.7542\text{ (T/m)}$.

Tính q_b^{td} : Với $l=60\text{ m}$; $a=\frac{10}{60}=0.1667$; H30.

Tra bảng và Nội suy $\Rightarrow q_b^{td}=1.912\text{ (T/m)}$.

Bước 3: Tính Na, Nb:

$$Na = q_a^{td} \cdot \Omega_a = 1.7542 \cdot (0.5 \cdot \frac{4}{3} \cdot 60) = 70.168\text{ T}.$$

$$Nb = q_b^{td} \cdot \Omega_b = 1.912 \cdot (-0.5 \cdot \frac{5}{6} \sqrt{2} \cdot 60) = -67.5994\text{ T}.$$

CHƯƠNG 4. TÍNH CHUYỂN VỊ TẠI MỘT ĐIỂM TRÊN KẾT CẤU TĨNH ĐỊNH.

4.1. KHÁI NIỆM BIẾN DẠNG VÀ CHUYỂN VỊ.

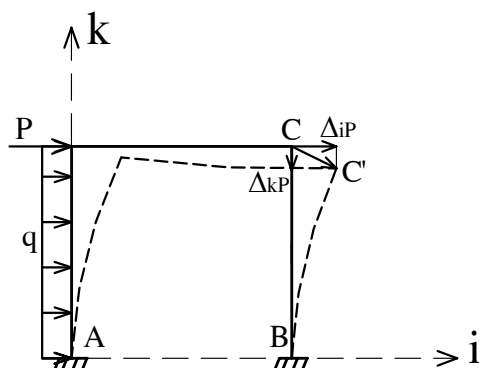
- **Dưới tác dụng của các nhân tố :** Tải trọng, nhiệt độ thay đổi và chuyển vị cưỡng bức; kết cấu sẽ bị biến dạng uốn , kéo, nén hoặc trượt, xoắn.

- Biến dạng của kết cấu là tổng hợp các chuyển vị của tất cả các điểm trên kết cấu. Hay nói khác đi, khi kết cấu bị biến dạng, hầu hết các điểm trên kết cấu sẽ bị dịch chuyển tới vị trí mới . Sự dịch chuyển vị trí của 1 điểm khi kết cấu bị biến dạng gọi là chuyển vị của điểm đó.

- Chuyển vị bao gồm : chuyển vị đường và chuyển vị góc xoay.

- Xét kết cấu khung chịu tải trọng tác dụng như hình vẽ.

Dưới tác dụng của tải trọng, điểm C sẽ dịch chuyển tới vị trí C'.



CC' gọi là chuyển vị toàn phần của điểm C. CC' được phân tích thành 2 thành phần: Δ_{kp} và Δ_{ip} .

Δ_{kp} : Chuyển vị của điểm C theo phương k do tải trọng gây ra.

Δ_{ip} : Chuyển vị của điểm C theo phương i do tải trọng gây ra.

Gọi δ_{kp} và δ_{ip} Chuyển vị đơn vị của điểm C theo phương k và i do tải trọng gây ra.

$$\Delta_{kP} = \delta_{kP} \cdot P;$$

$$\Delta_{iP} = \delta_{iP} \cdot P;$$

Nếu trên kết cấu có n tải trọng tác dụng thì theo nguyên lý cộng tác dụng :

$$\Delta_{kP} = \Delta_{kP1} + \Delta_{kP2} + \Delta_{kP3} + \dots + \Delta_{kPn} = \sum_{i=1}^n (\delta_{kPi} \cdot P_i);$$

$$\Delta_{iP} = \Delta_{iP1} + \Delta_{iP2} + \Delta_{iP3} + \dots + \Delta_{iPn} = \sum_{i=1}^n (\delta_{iPi} \cdot P_i);$$

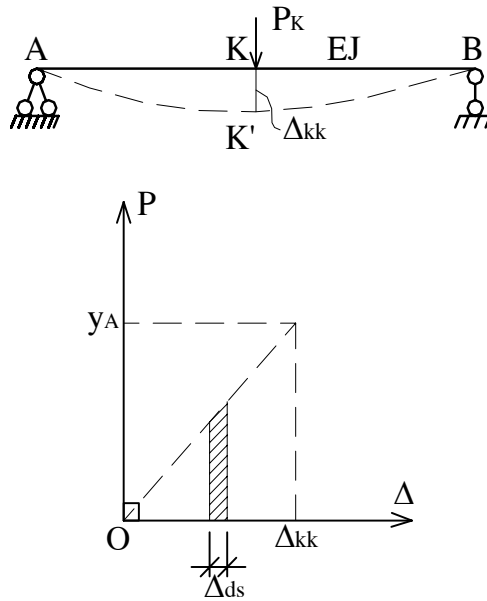
Các giả thiết trong tính toán:

- Vật liệu làm kết cấu là đàn hồi, đồng nhất và đẳng hướng.
- Kết cấu làm việc trong giới hạn đàn hồi (Biến dạng nhỏ), do đó quan hệ giữa ứng suất và biến dạng tuân theo định luật Hook.
- Khi tính chuyển vị ta áp dụng nguyên lý cộng tác dụng.

4.2. CÁC KHÁI NIỆM VỀ CÔNG VÀ NGUYÊN LÝ CÔNG KHẢ DĨ.

Có rất nhiều Phương pháp tính chuyển vị nhưng Phương pháp thông dụng nhất là Phương pháp: Dùng nguyên lý bảo toàn về công để tính chuyển vị .

1. Công thức của ngoại lực:



Xét Dầm giản đơn chịu tác dụng của lực tập trung P_k tại K

=> Điểm K sẽ chuyển dịch tới K'.

Công do P_k gây nên trên chuyển vị đơn vị Δds là vi phân công dT :

Vậy công do P_k gây ra chuyển vị Δ_{kk} là:

$$T = \int_0^{\Delta_{kk}} dT = \int_0^{\Delta_{kk}} P_x \cdot \Delta ds = \int_0^{\Delta_{kk}} \frac{\Delta}{c} \Delta ds$$

Trong đó :

c: là độ cứng đơn vị của kết cấu: $\Delta = P_x \cdot c$.

$$\Rightarrow T = \frac{\Delta^2}{2c}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{1}{2} P \cdot \Delta}$$

Đặc điểm: Do lực tăng dần từ giá trị 0 tới P_k nên trong biểu thức tính công của ngoại lực có thêm số $1/2$

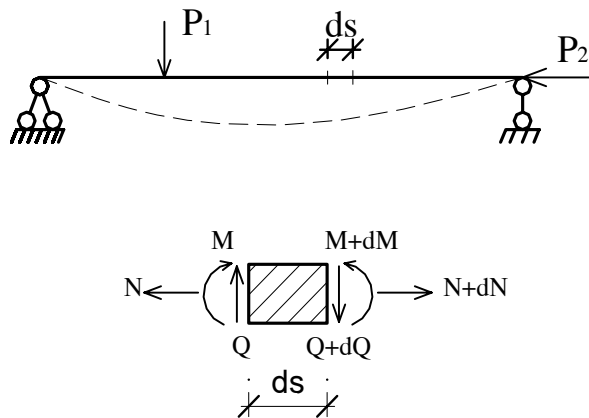
Công của mô men ngoại lực:

$$T = \frac{1}{2} M \cdot \varphi$$

Trong đó :

φ : là góc quay tại mặt cắt có mô men tác dụng.

b. Công thực của nội lực:



Dưới tác dụng của ngoại lực, nhiệt độ thay đổi hay chuyển vị cưỡng bức. (Với kết cấu siêu tĩnh). Trong kết cấu phát sinh nội lực. Trường hợp tổng quát, nội lực bao gồm 3 thành phần: M , Q , N .

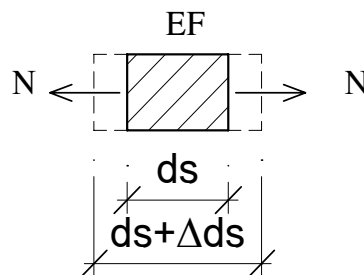
Xét kết cấu Dầm giản đơn chịu tác dụng của lực như hình vẽ .

Xét phân tố có chiều dài dọc theo trục thanh là ds :

Coi các nội lực trên 2 mặt cắt của phân tố là ngoại lực tác dụng .

Ta đi tính thế năng biến dạng do từng thành phần gây ra.

• **Thế năng biến dạng đàn hồi do riêng lực dọc gây ra :**



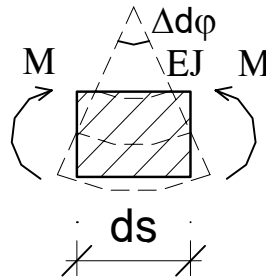
Theo Định luật Hook:

$$\Delta ds = \frac{N \cdot ds}{EF};$$

\Rightarrow Thế năng biến dạng :

$$\Rightarrow dU = \frac{1}{2} N \cdot \Delta ds = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2 \cdot ds}{EF}$$

• Thế năng biến dạng do M sinh ra:



Dưới tác dụng của M, phân tố ds chỉ bị quay đi một góc: $\Delta d\varphi$

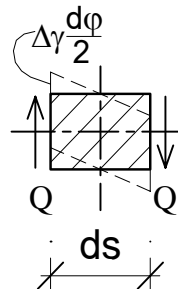
Theo Định luật Hook:

$$\Delta d\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{M^2 \cdot ds}{EJ};$$

Thế năng biến dạng uốn:

$$dU_M = \frac{1}{2} M \cdot \Delta d\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{M^2 \cdot ds}{2EJ}$$

• Thế năng biến dạng đàn hồi do riêng lực cắt gây ra :



Biến dạng trượt $\Delta\gamma$ của phân tố do riêng Q gây ra:

$$\Delta\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{Q \cdot S}{Jb \cdot G} = \mu \cdot \frac{Q}{GF};$$

Thế năng biến dạng do lực cắt gây ra:

$$dU_Q = \frac{1}{2} Q \cdot \gamma \cdot ds = \mu \cdot \frac{Q^2 \cdot ds}{2GF};$$

Trong đó:

μ : Hệ số phụ thuộc vào hình dạng tiết diện thanh.

• **Thế năng biến dạng đàn hồi toàn phần của phân tố là tổng thế năng do các lực gây ra.**

$$dU = dU_M + dU_Q + dU_N$$

$$\Rightarrow dU = \frac{1}{2} \cdot \frac{M^2 \cdot ds}{2EJ} + \mu \cdot \frac{Q^2 \cdot ds}{2GF} + \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2 \cdot ds}{EF};$$

$$\Rightarrow U = \int_l dU = \int_l \frac{1}{2} \cdot \frac{M^2 \cdot ds}{2EJ} + \int_l \mu \cdot \frac{Q^2 \cdot ds}{2GF} + \int_l \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2 \cdot ds}{EF}$$

Vậy công của nội lực là:

$$V = -U$$

Dấu - là do khi đưa ra công thức ta đã giả sử nội lực là ngoại lực.

Vậy:

$$\Rightarrow V = \int_l \frac{1}{2} \cdot \frac{M^2 \cdot ds}{2EJ} + \int_l \mu \cdot \frac{Q^2 \cdot ds}{2GF} + \int_l \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2 \cdot ds}{EF}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có quan hệ giữa công của nội lực và ngoại lực.

$$T = -V;$$

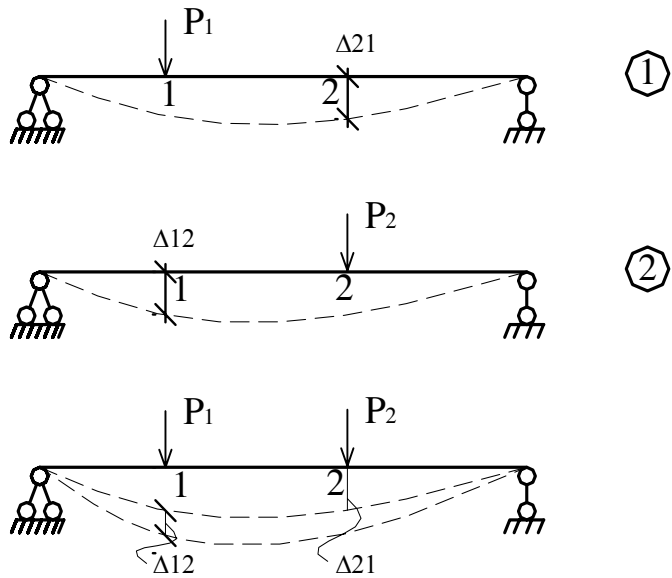
2. Công giả của nội và ngoại lực:

a. Công giả của ngoại lực:

Định nghĩa:

Công giả (Công có thể) là công sinh ra bởi hệ lực này với chuyển vị tương ứng do một lực khác hay nguyên nhân khác sinh ra.

Xét hai trường hợp đặt lực 1 và 2 trên Dầm giản đơn :



Trường hợp 1:

Dưới tác dụng của lực P_1 thì tại vị trí 2 sẽ có chuyển vị Δ_{21} ;

Trường hợp 2:

Dưới tác dụng của lực P_2 thì tại vị trí 1 sẽ có chuyển vị Δ_{12} ;

Vậy theo định nghĩa thì:

Công giả của ngoại lực P_1 là:

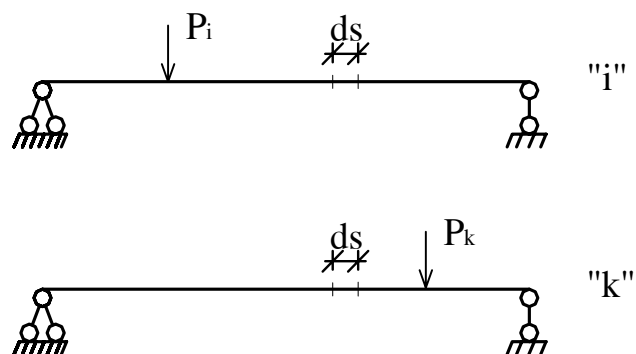
$$T_1 = P_1 \cdot \Delta_{12}$$

Công giả của ngoại lực P_2 là:

$$T_2 = P_2 \cdot \Delta_{21}$$

b. Công giả của nội lực :

Xét hai trạng thái chịu lực trên cùng một kết cấu:



Công giá của nội lực :

$$dV = - (M_i \cdot \Delta d\varphi + N_i \cdot \Delta d\varphi + Q_i \cdot \Delta d\varphi);$$

$$\Rightarrow V = \sum \int - (M_i \Delta d\varphi^k + N_i \cdot \Delta ds^k + Q_i \cdot \Delta d\gamma^k);$$

Mặt khác:

$$\Delta d\varphi^k = \frac{M_k \cdot ds}{EJ} ;$$

$$\Delta d\delta^k = \frac{N_k \cdot ds}{EF} ;$$

$$\Delta d\gamma^k = \mu \frac{Q_k \cdot ds}{GF} ;$$

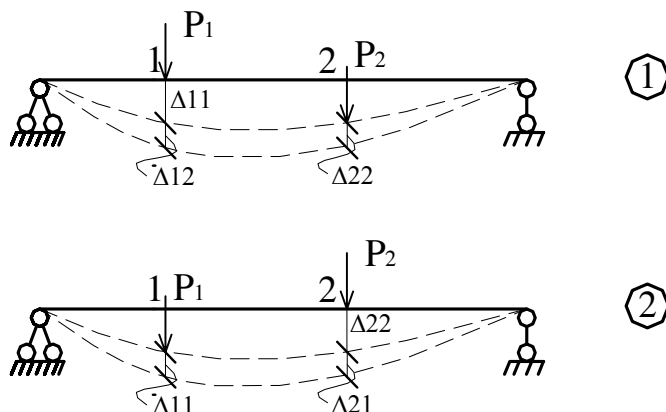
Vậy :

$$V = - \left[\sum \int \frac{M_i M_k}{EJ} ds + \sum \int \mu \frac{Q_i Q_k}{GF} ds + \sum \int \frac{N_i N_k}{EF} ds \right]$$

4.3. CÁC ĐỊNH LÝ VỀ SỰ TƯƠNG HỖ TRONG HỆ ĐÀN HỒ TUYẾN TÍNH.

1. Định lý tương hỗ về công (Định lý Betti):

Xét hai trường hợp đặt lực trên cùng 1 hệ kết cấu:



Trường hợp 1:

Công tổng cộng là:

$$T_1 = T_{11} + T_{22} + T_{12};$$

Trường hợp 2:

Công tổng cộng là:

$$T_2 = T_{22} + T_{11} + T_{21};$$

Trong đó:

T_{22}, T_{11} là công thật;

T_{21} là công giả;

Do hệ làm việc trong giới hạn đàn hồi nên: $T_1 = T_2$

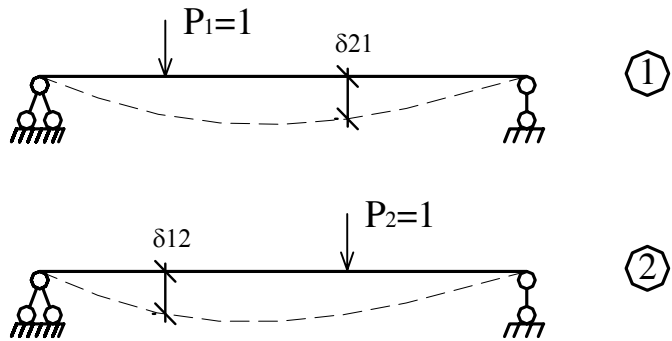
$$\Rightarrow \boxed{T_{12} = T_{21}}$$

Định lý tương hỗ:

Công giả do lực ở trạng thái 1 gây ra ở trạng thái 2 bằng công giả do nội lực ở trạng thái 2 gây ra ở trạng thái 1 ;

2. Định lý tương hỗ của chuyển vị đơn vị:

Xét hai trạng thái chịu lực trên cùng một kết cấu ;



Từ Định lý tương hỗ :

$$\Rightarrow T_{12} = T_{21};$$

Mặt khác:

$$T_{12} = P_1 \cdot \delta_{12} = 1 \cdot \delta_{12};$$

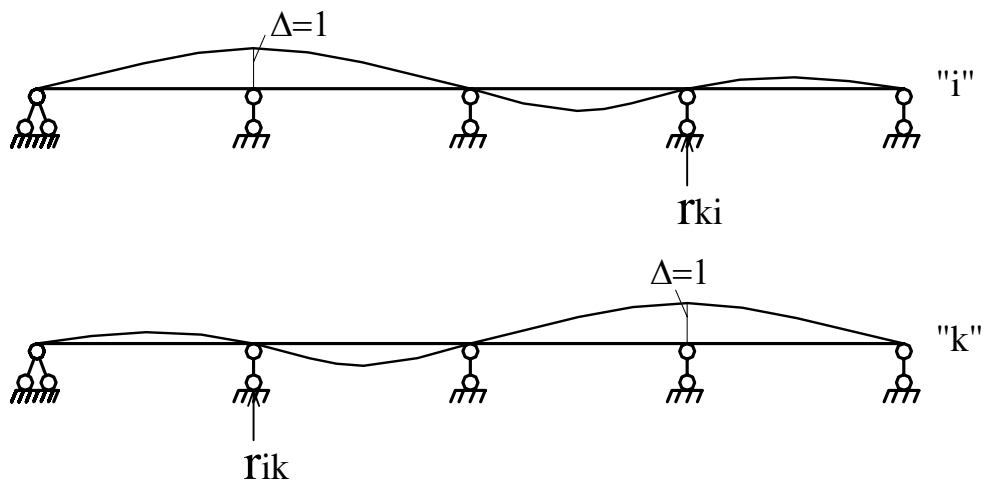
$$T_{21} = P_2 \cdot \delta_{21} = 1 \cdot \delta_{21};$$

Vậy :

$$\boxed{\delta_{21} = \delta_{12}}$$

2. Định lý tương hỗ của phản lực đơn vị :

Xét 2 trạng thái chịu lực trên cùng một kết cấu :



Theo Định lý tương hỗ:

$$\Rightarrow T_{ik} = T_{ki};$$

Mặt khác:

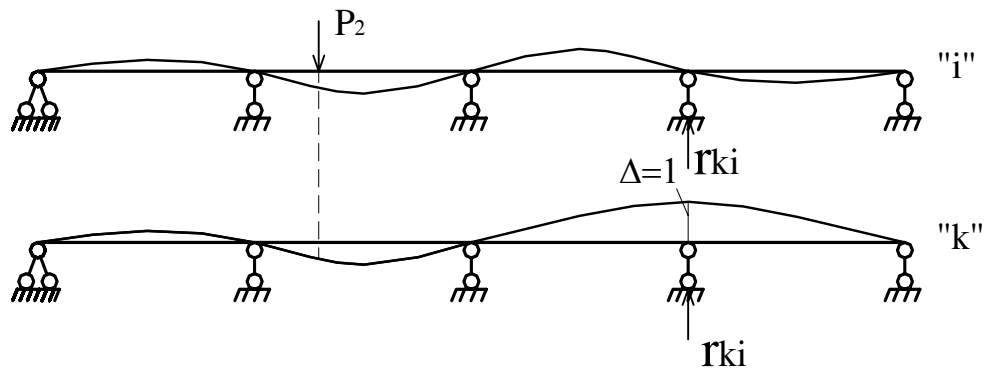
$$T_{ik} = r_{ik} \cdot 1;$$

$$T_{ki} = r_{ki} \cdot 1;$$

Vậy : $\boxed{r_{21} = r_{12}}$

4. Định lý tương hỗ giữa chuyển vị đơn vị và phản lực đơn vị:

Xét 2 trạng thái chịu lực trên cùng một kết cấu :



Theo Định lý tương hỗ:

$$\Rightarrow T_{ik} = T_{ki};$$

Mặt khác:

$$T_{ik} = r_{ki} \cdot 1 + 1 \cdot \delta_{ik};$$

$$T_{ki} = 0;$$

$$\Rightarrow r_{ki} \cdot 1 + 1 \cdot \delta_{ik} = 0;$$

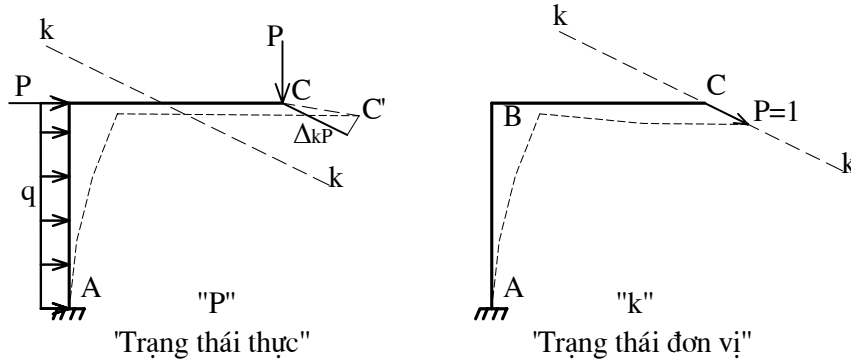
Vậy :

$$\boxed{\delta_{ik} = -r_{ki}}$$

4.4. TÍNH CHUYỂN VỊ CỦA MỘT ĐIỂM TRÊN KẾT CẤU.

1. Công thức tính chuyển vị do tải trọng:

Xét kết cấu khung chịu tải trọng như hình vẽ.



Ta cần xác định chuyển vị tại điểm C theo phương k-k: Δ_{kp} ;

Để xác định ta lập trạng thái giả (Trạng thái đơn vị) bằng cách cho 1 lực đơn vị $P=1$ tác dụng tại điểm C theo phương k-k.

Theo Định lý tương hỗ:

$$V_{kp} = -T_{kp};$$

Trong đó:

$$T_{kp} = 1 \cdot \Delta_{kp};$$

$$\text{Mà: } V_{kp} = - \left[\sum \int \frac{M_p \bar{M}_k}{EJ} ds + \sum \int \mu \frac{Q_p \bar{Q}_k}{GF} ds + \sum \int \frac{N_p \bar{N}_k}{EF} ds \right]$$

$$\text{Vậy: } \Delta_{kp} = \left[\sum \int \frac{M_p \bar{M}_k}{EJ} ds + \sum \int \mu \frac{Q_p \bar{Q}_k}{GF} ds + \sum \int \frac{N_p \bar{N}_k}{EF} ds \right] \quad (*)$$

Công thức * là công thức tổng quát xác định chuyển vị tại 1 điểm do tải trọng gây ra. (Công thức Morr);

Trong công thức * có đầy đủ 3 thành phần chuyển vị do từng thành phần nội lực M, Q, N gây ra.

Trong tính toán tùy thuộc loại kết cấu mà các chuyển vị thành phần do M, Q, N gây ra là khác nhau. Thành phần chuyển vị nào nhỏ ta có thể bỏ qua tức là ta bỏ qua thành phần nội lực ít ảnh hưởng tới chuyển vị cần tính.

Chẳng hạn : Với kết cấu dàn, nội lực trong kết cấu chỉ có duy nhất là lực dọc trục vậy công thức tính chuyển vị là:

$$\Delta_{kp} = \sum_{i=1}^n \frac{N_{pi} \cdot \overline{N_{ki}}}{EF_i} ds$$

Trong đó: n là số thanh trong dàn;

Để tính chuyển vị tại một điểm ta thực hiện theo trình tự sau:

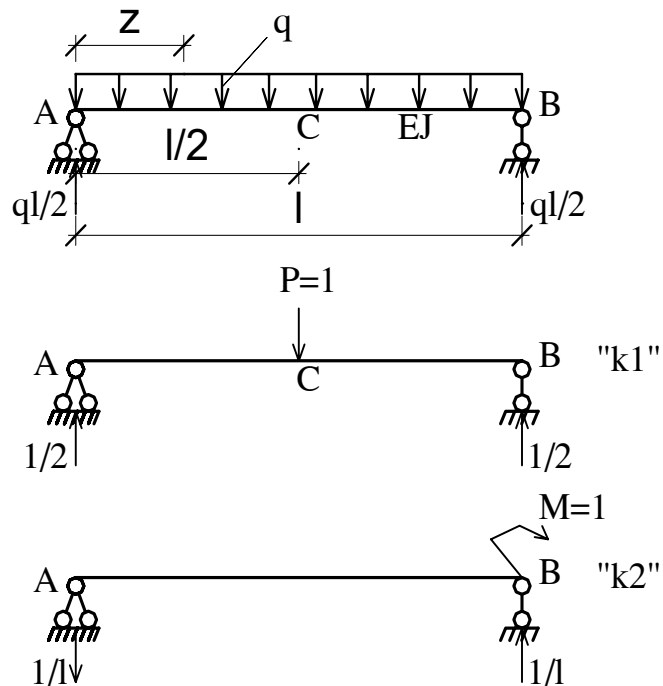
Bước 1: Lập trạng thái đơn vị. (trạng thái “k”);

Bước 2: Viết biểu thức nội lực ở cả hai trạng thái “P” và “k”;

Bước 3: Thay vào công thức tính chuyển vị.

Ví dụ 1:

Cho kết cấu như hình vẽ.



Tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm C và góc quay tại B;

Giải

Tính $\Delta_C \downarrow$:

Áp dụng công thức tính chuyển vị tuy nhiên ta bỏ qua các thành phần chuyển vị rất nhỏ do lực cắt và lực dọc gây ra.

$$\Delta C \downarrow = \boxed{\sum \int \frac{M_p \overline{M}_k}{EJ} ds} \quad (1);$$

- **Bước 1:** Lập trạng thái đơn vị. (trạng thái “k”);
- **Bước 2:** Viết biểu thức nội lực ở cả hai trạng thái “P” và “k”;

- Đoạn AC: ($0 < z < 0.5l$);

$$M_p = \frac{ql}{2} \cdot z - \frac{qz^2}{2} = \frac{qz}{2} \cdot (l - z);$$

$$M_k = 0.5z;$$

- Đoạn CB: ($0.5l < z < l$);

$$M_p = \frac{ql}{2} \cdot z - \frac{qz^2}{2} = \frac{qz}{2} \cdot (l - z);$$

$$M_k = 0.5z - l \cdot (z - 0.5l) = 0.5(l - z);$$

- **Bước 3:** Thay vào công thức tính chuyển vị (1).

$$\Delta C \downarrow = \boxed{\sum \int \frac{M_p \overline{M}_k}{EJ} ds} \quad ;$$

$$\Delta C \downarrow = \frac{1}{EJ} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{qz}{2} (l - z) \cdot \frac{1}{2} \cdot z \cdot dz + \frac{1}{EJ} \int_{\frac{l}{2}}^l \frac{qz}{2} (l - z) \cdot \frac{1}{2} \cdot (l - z) \cdot dz$$

$$\boxed{\Delta C \downarrow = \frac{ql^4}{48EJ}}$$

$\Delta C \downarrow > 0$ chứng tỏ chiều chuyển vị từ trên xuống dưới.

Tính φ_B :

Bỏ qua ảnh hưởng của Q và N :

$$\varphi_B = \boxed{\sum \int \frac{M_p \overline{M}_k}{EJ} ds} \quad (2);$$

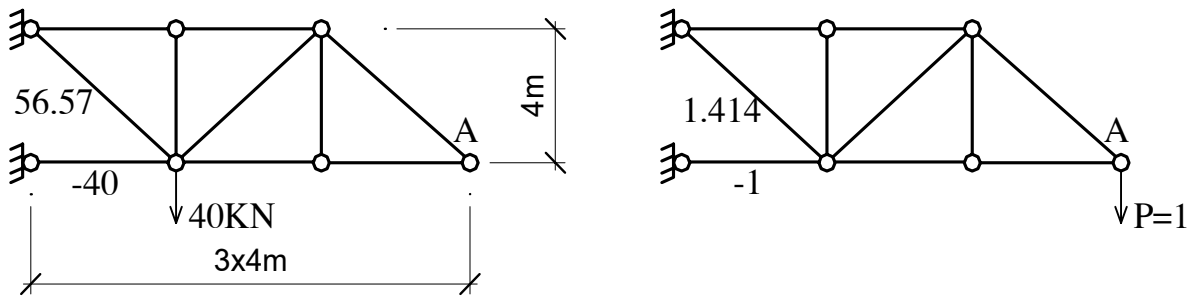
Thực hiện theo trình tự như trên ta có:

$$\boxed{\varphi_B = -\frac{ql^3}{24EJ}}$$

$\varphi_B < 0$ Vậy chiều quay tại mặt cắt B ngược chiều kim đồng hồ.

Ví dụ 2: Cho dàn chịu tải trọng như hình vẽ ; $EF = \text{const}$;

Tính $\Delta A \downarrow$;



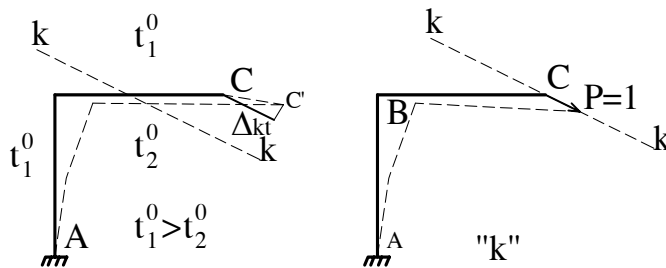
Giải:

- **Bước 1:** Lập trạng thái đơn vị. (trạng thái “k”);
- **Bước 2:** Tính nội lực ở cả hai trạng thái “P” và “k”;
- **Bước 3:** Thay vào công thức tính chuyển vị (1).

$$\Delta A \downarrow = \sum \frac{N_p \bar{N}_k}{EF} S_i = \frac{56,57 \cdot 1,414 \cdot 5,657 + (-40) \cdot (-1) \cdot 4}{EF} = \frac{525,13}{EF} ;$$

$\Delta A \downarrow > 0$ chứng tỏ chiều chuyển vị từ trên xuống dưới.

2. Công thức tính chuyển vị do nhiệt độ thay đổi gây ra:



Giả sử kết cấu khung ABC chịu tác dụng của nhiệt độ thay đổi t_1^0 và t_2^0

Tính chuyển vị tại điểm C theo phương k-k dưới tác dụng của nhiệt độ thay đổi .

Lập trạng thái giả "k";

Theo Định lý tương hỗ công ta có:

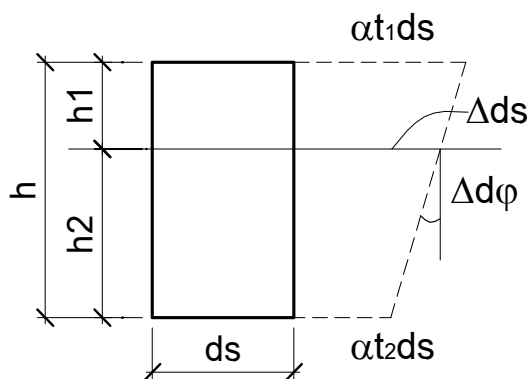
$$T_{kt} = -V_{kt};$$

Với

$$T_{kl} = l \cdot \Delta_{kt}; \quad (1)$$

$$V_{kt} = - \left[\sum \int \bar{M}_k \cdot \Delta d\varphi^t + \sum \int \bar{N}_k \cdot \Delta ds^t \right] \quad (2);$$

Tính $\Delta d\varphi^t$ và Δds^t



$$\Delta d\varphi^t = \alpha \frac{(t_1 - t_2)}{s} ds ;$$

$$\Delta ds^t = \frac{\alpha}{h} (t_1 \cdot h_2 + t_2 \cdot h_1) ds ;$$

Thay $\Delta\varphi^I$ và Δds^I vào 1 và 2:

$$\Delta_{kt} = \alpha \frac{(t_1 - t_2)}{h} \int \overline{M}_k ds + \frac{\alpha}{h} (t_1 \cdot h_2 + t_2 \cdot h_1) \int \overline{N}_k ds;$$

Với

$\int \overline{M}_k ds = \Omega_{\overline{M}_k}$ là diện tích biểu đồ mô men của kết cấu ở trạng thái “k”;

$\int \overline{N}_k ds = \Omega_{\overline{N}_k}$ là diện tích biểu đồ lực dọc của kết cấu ở trạng thái “k”;

Tổng quát:

$$\Delta_{kt} = \sum \alpha \frac{|t_1 - t_2|}{h} \Omega_{\overline{M}_k} + \sum \frac{\alpha}{h} (t_1 \cdot h_2 + t_2 \cdot h_1) \Omega_{\overline{N}_k}$$

Trường hợp tiết diện đều: $h_1 = h_2$;

$$\Delta_{kt} = \sum \pm \alpha \frac{|t_1 - t_2|}{h} \Omega_{\overline{M}_k} + \sum \pm \frac{\alpha}{2} |t_1 + t_2| \Omega_{\overline{N}_k}$$

Trong đó:

α : là Hệ số dẫn nở vì nhiệt là .

$\Omega_{\overline{M}_k}$ là diện tích biểu đồ mô men của kết cấu ở trạng thái “k”;

$\Omega_{\overline{N}_k}$ là diện tích biểu đồ lực dọc của kết cấu ở trạng thái “k”;

Với kết cấu dàn:

Nhiệt độ hai bên : $t_1^0 = t_2^0 = t$;

$$\Delta_{kt} = \sum \pm \alpha \cdot t \cdot \overline{N}_{ki} \cdot S_i$$

Trong đó:

\overline{N}_{ki} là lực dọc trong thanh thứ i của kết cấu ở trạng thái “k”;

S_i là chiều dài thanh thứ i ;

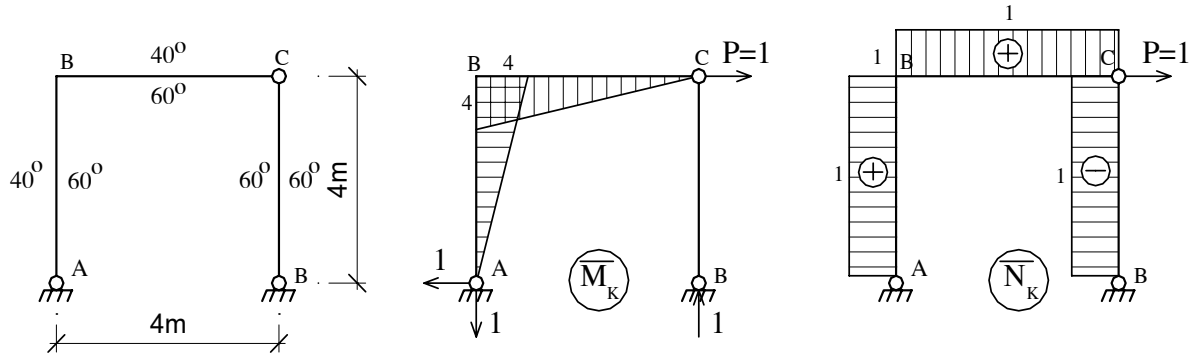
Quy tắc lấy dấu trong công thức:

Nếu biến dạng của thanh do nhiệt độ gây ra cùng chiều với biến dạng của thanh do nội lực của thanh ở trạng thái “k” sinh ra ta lấy dấu +;

Ngược lại ta lấy dấu -;

Ví dụ:

Cho kết cấu khung chịu tác dụng của nhiệt độ thay đổi như hình vẽ . Hãy tính chuyển vị ngang tại C biết thanh có tiết diện đều và có chiều cao thanh là h. Hệ số dẫn nở vì nhiệt là α .



Giải:

Bước 1: Lập trạng thái đơn vị. (trạng thái “k”);

Bước 2: vẽ biểu đồ mô men, lực dọc ở trạng thái “k”:

Bước 3: Thay vào công thức tính chuyển vị.

=> chuyển vị ngang tại C:

$$\Delta C = \sum \pm \alpha \frac{|t_1 - t_2|}{h} \Omega_{\bar{M}_k} + \sum \pm \frac{\alpha}{2} |t_1 + t_2| \Omega_{\bar{N}_k}$$

Ta lập bảng tính sau:

Thanh	$\frac{ t_1 - t_2 }{h}$	$\frac{ t_1 + t_2 }{2}$	$\Omega_{\bar{M}_k}$	$\Omega_{\bar{N}_k}$	$\pm \alpha \frac{ t_1 - t_2 }{h} \Omega_{\bar{M}_k}$	$\pm \frac{\alpha}{2} t_1 + t_2 \Omega_{\bar{N}_k}$
AB	$\frac{20}{h}$	50	8	4	$+\frac{160\alpha}{h}$	$+200\alpha$
BC	$\frac{20}{h}$	50	8	4	$+\frac{160\alpha}{h}$	$+200\alpha$
CD	0	60	0	4	0	-240α
Tổng					$\Sigma = +\frac{320\alpha}{h}$	$\Sigma = +160\alpha$

Vậy :

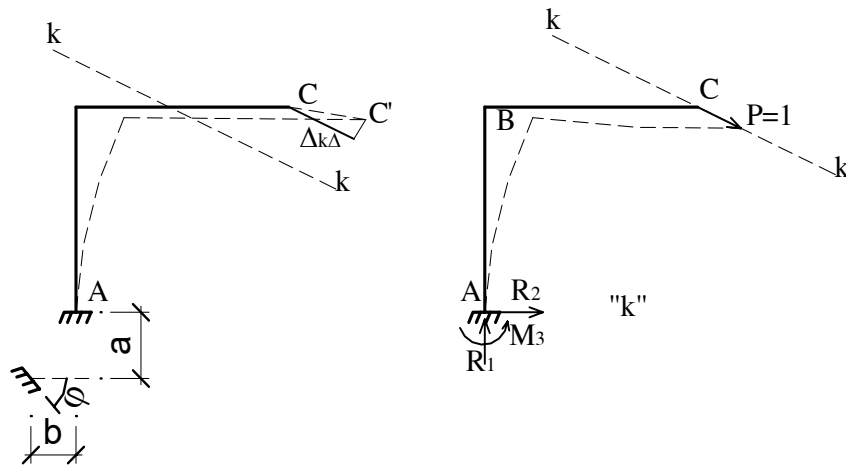
$$\underline{\Delta C} = + \frac{320\alpha}{h} + 160\alpha = +160\alpha\left(\frac{2}{h} + 1\right)$$

$\underline{\Delta C} > 0 \Rightarrow$ chiều của chuyển vị hướng từ trái sang phải.

3. Chuyển vị do chuyển vị cưỡng bức gây ra:

Xét kết cấu khung chịu tác dụng của chuyển vị cưỡng bức như hình vẽ.

Tính chuyển vị tại điểm C theo phương k-k;



Lập trạng thái giả "k";

Tính các thành phần phản lực tại vị trí liên kết với đất chịu chuyển vị cưỡng bức: R_1 , R_2 , M_3 ;

Theo Định lý tương hỗ công:

$$T_{k\Delta} = T_{\Delta k};$$

Mặt khác:

$$T_{k\Delta} = 1 \cdot \Delta_{k\Delta} - R_1 \cdot a - R_2 \cdot b - M_3 \cdot \varphi = 0;$$

$$T_{\Delta k} = 0;$$

$$\Rightarrow 1 \cdot \Delta_{k\Delta} - R_1 \cdot a - R_2 \cdot b - M_3 \cdot \varphi = 0;$$

$$\Rightarrow \Delta_{k\Delta} = R_1 \cdot a + R_2 \cdot b + M_3 \cdot \varphi;$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta_{k\Delta} = \sum \pm R_i \cdot \Delta_i} (1);$$

Trong đó:

Δ_i : chuyển vị cưỡng bức trên kết cấu theo phương i ;

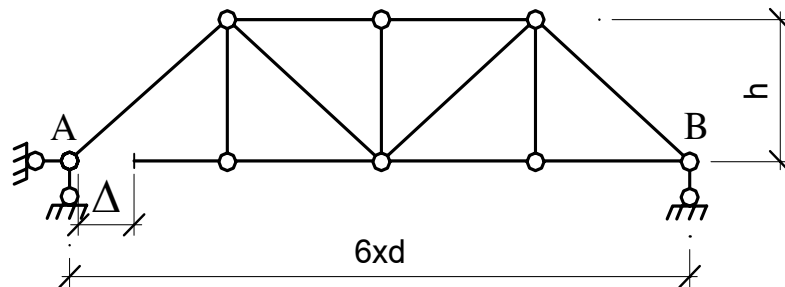
R_i : Phản lực tại vị trí có chuyển vị cưỡng bức do tải trọng đơn vị $P=1$ tác dụng theo phương $k-k$ gây ra.

Quy tắc lấy dấu:

Lấy dấu + khi R_i và Δ_i ngược chiều nhau.

Lấy dấu - khi R_i và Δ_i cùng chiều nhau.

4. Tính chuyển vị tại một điểm do cả tải trọng, nhiệt độ thay đổi và chuyển vị cưỡng bức gây ra.



Theo nguyên lý cộng tác dụng :

$$\Delta_k = \Delta_{kP} + \Delta_{kt} + \Delta_{k\Delta}$$

Trong đó:

Δ_{kP} , Δ_{kt} , $\Delta_{k\Delta}$ lần lượt là chuyển vị do riêng tải trọng, nhiệt độ thay đổi và chuyển vị cưỡng bức gây ra.

Chú ý:

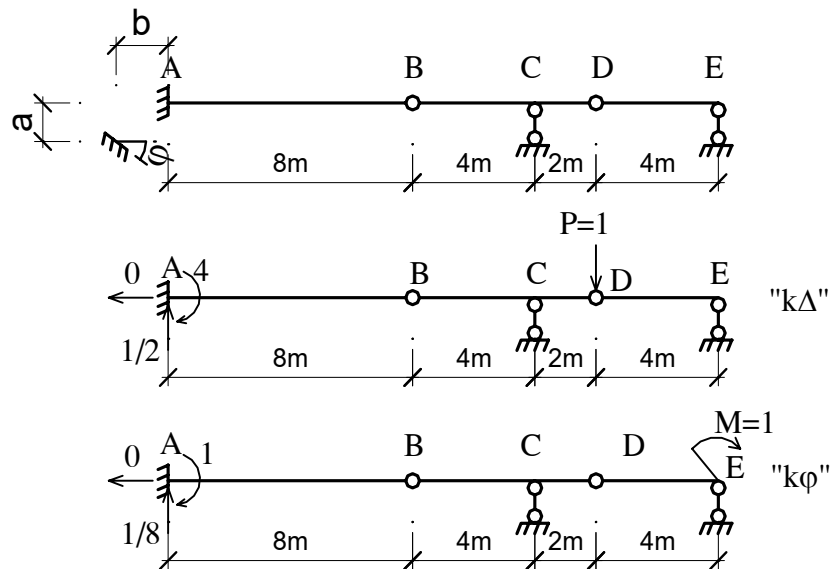
Trong thực tế ta có thể gặp bài toán một số thanh trong dàn chế tạo sai chiều dài Khi đó chuyển vị tại một điểm nút trên dàn theo phương k là:

$$\Delta_{k\Delta} = \sum \pm |N_i| \Delta_i$$

Với N_i : lực dọc trong thanh dàn bị chế tạo sai dài Δ_i

Lấy dấu (+) khi N_i và Δ_i cùng chiều.

Ví dụ 1: Tính chuyển vị thẳng đứng tại D và chuyển vị góc xoay tại E của kết cấu:



Giải:

Bước 1: Lập trạng thái "k"

Tính các phản lực tại ngàm A tương ứng với từng trạng thái.

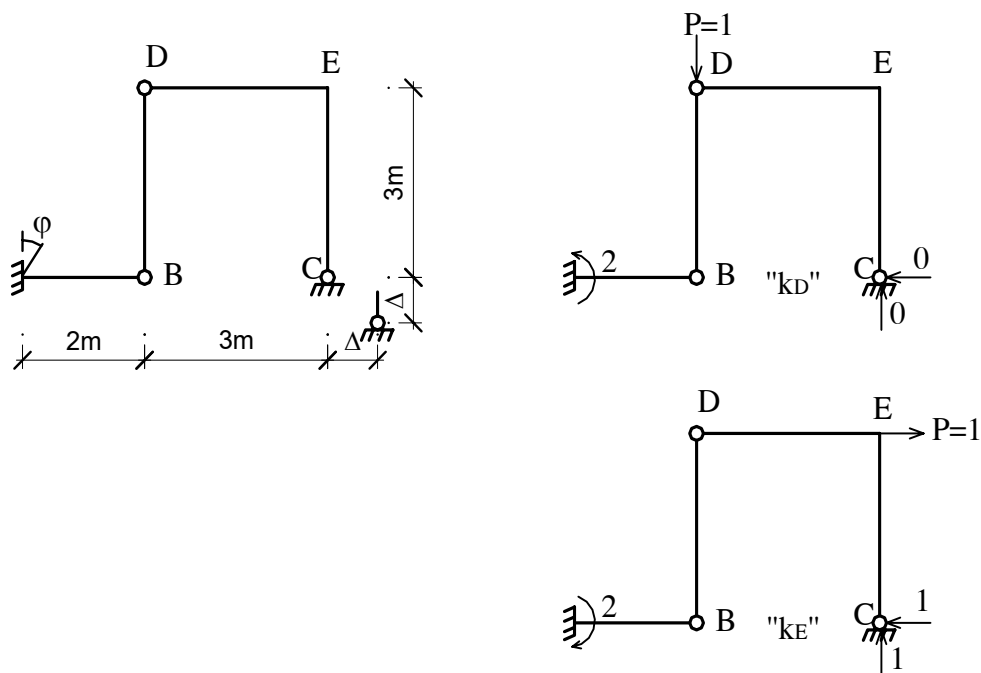
Bước 2: Tính chuyển vị theo công thức (*):

$$\text{Tính } \Delta_{D\Delta} = \sum \pm R_i \cdot \Delta_i = -\frac{1}{2} \cdot a - 4 \cdot \varphi = -\frac{1}{2} \cdot (a + 8\varphi)$$

$$\varphi_{E\Delta} = \frac{1}{8} \cdot a + 1 \cdot \varphi = \frac{a}{8} + \varphi$$

Ta thấy $\Delta_{D\Delta} < 0 \Rightarrow$ Vậy chiều chuyển vị của D ngược với chiều lực đơn vị $p = 1$.

Ví dụ 2: Tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm D và chuyển vị ngang tại E của kết cấu. Biết $\Delta = 12.\varphi$



Lập trạng thái “k”

Tính

$$\Delta_D \downarrow = +2. \varphi$$

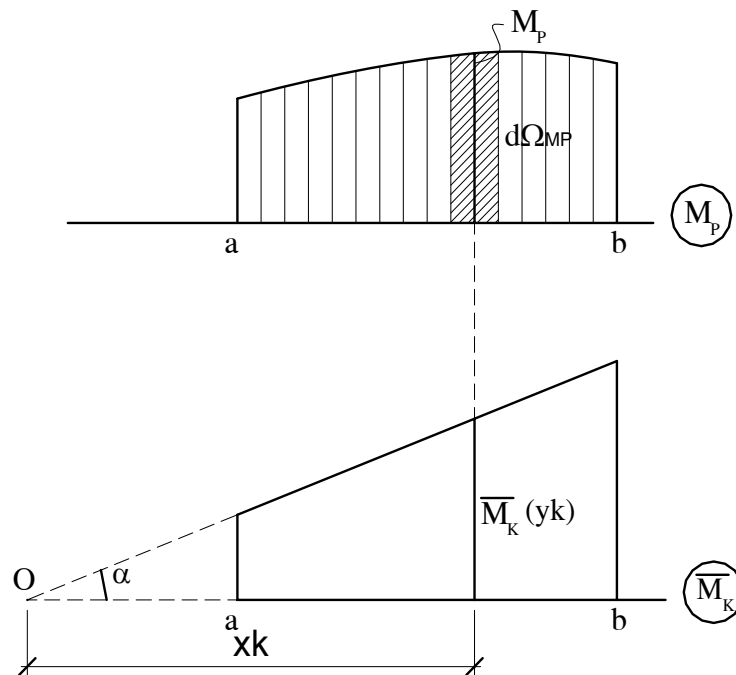
$$\Delta E = -2\varphi + 1.\Delta + 1.\Delta = 22. \varphi$$

4.5. PHƯƠNG PHÁP NHÂN BIỂU ĐỒ NỘI LỰC VEREXAGHIN

Khi tính chuyển vị tại một điểm trên kết cấu do tác dụng của tải trọng gây ra, chúng ta phải giả quyết việc tính tích phân:

$$I = \int \frac{\overline{Mk} \cdot Mp}{EJ} ds \quad (\text{xét trên một đoạn thanh}).$$

Nếu $EJ = \text{const}$ và các hàm \overline{Mk} ; Mp là hàm liên tục, có ít nhất một hàm là bậc nhất thì ta có thể thay thế việc lấy tích phân bằng phương pháp nhân biểu đồ.



$$\Rightarrow I = \frac{1}{EJ} \cdot \int \overline{Mk} \cdot Mp \cdot ds$$

Mặt khác: $Mp \cdot ds = d\Omega Mp$ (vi phân diện tích Mp).

$$\Rightarrow I = \frac{1}{EJ} \cdot \int \overline{Mk} \cdot d\Omega Mp$$

$$\text{với } \overline{Mk} = y_k = x_k \cdot \text{tg} \alpha$$

Vậy:

$$I = \frac{1}{EJ} \cdot \int_a^b x_k \cdot \text{tg} \alpha \cdot d\Omega Mp = \frac{1}{EJ} \cdot \text{tg} \alpha \int_a^b x_k \cdot d\Omega Mp = \frac{1}{EJ} \cdot \text{tg} \alpha \cdot x_k \cdot \Omega Mp$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{EJ} \cdot y_k \cdot \Omega M_p$$

$$\Rightarrow I = \int \frac{\overline{Mk} \cdot M_p}{EJ} ds = \frac{1}{EJ} \cdot \Omega M_p \cdot \Omega_{yc}$$

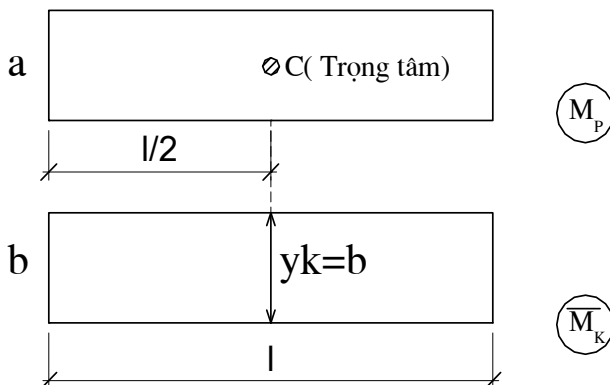
Trong đó: y_c là tung độ ở biểu đồ đường thẳng ứng với trọng tâm ở biểu đồ lấy diện tích.

Chú ý các trường hợp có thể xảy ra:

- Phương pháp nhân biểu đồ chỉ thực hiện được khi cả hai biểu đồ là các hàm liên tục. Nếu một trong hai biểu đồ là hàm không liên tục thì ta phải chia thành hai hay nhiều biểu đồ liên tục.
- Nếu M_p , \overline{Mk} cùng là hàm bậc nhất thì ta có thể lấy diện tích của biểu đồ nào cũng được sau đó nhân với tung độ biểu đồ còn lại ứng với trọng tâm của biểu đồ đã lấy diện tích.
- Một trong hai biểu đồ M_p , \overline{Mk} là đường cong, biểu đồ còn lại là đường thẳng thì diện tích phải được lấy trên biểu đồ đường cong.
- Nếu hai biểu đồ cùng một bên (cùng chiều, cùng dấu) thì ta lấy dấu (+), ngược lại dấu (-).
- Biểu đồ phức tạp ta phải chia thành nhiều biểu đồ đơn giản để nhân.

Ví dụ các trường hợp nhân biểu đồ cơ bản:

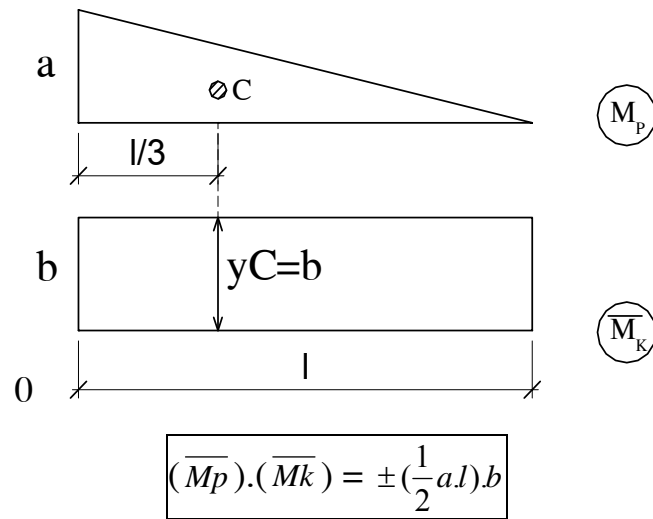
1. M_p , \overline{Mk} cùng là dạng hình chữ nhật.



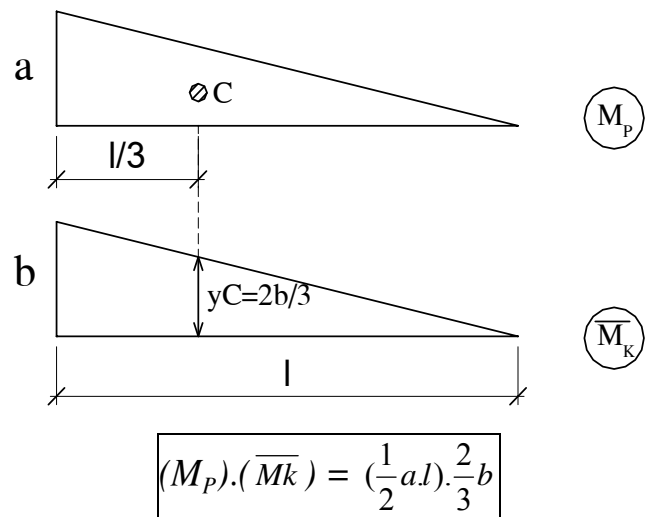
$$(M_p) \cdot (\overline{Mk}) = \pm (a \cdot l) \cdot b \quad (\text{Diện tích } M_p \cdot y_{C.Mk})$$

$$= \pm (b \cdot l) \cdot a \quad (\text{Diện tích } \overline{Mk} \cdot y_{C.Mp})$$

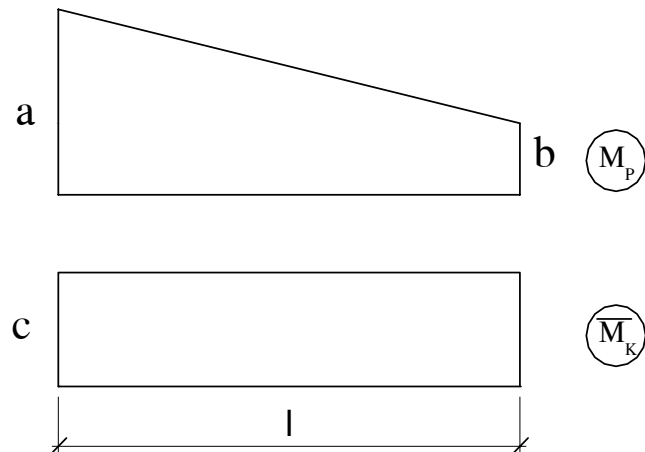
2. M_p và \overline{Mk} có một biểu đồ là Δ ; một biểu đồ là chữ nhật.



3. M_p , \overline{Mk} cùng có dạng tam giác:

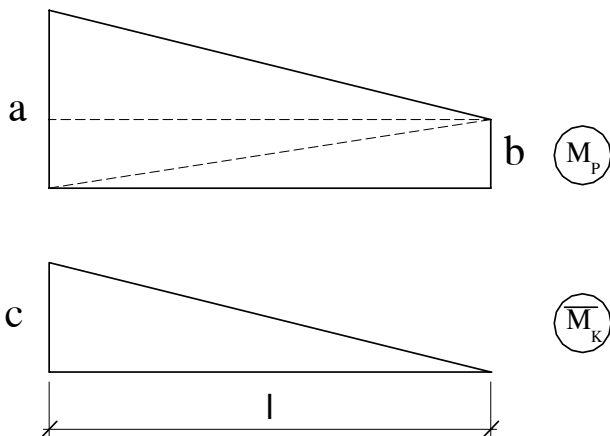


4. M_p , \overline{Mk} : Một biểu đồ dạng hình thang, một biểu đồ dạng hình chữ nhật.



$$(M_p).(\overline{Mk}) = \frac{(a+b)}{2}.l.c$$

5. M_p , \overline{Mk} : Một biểu đồ hình thang, một biểu đồ dạng tam giác.



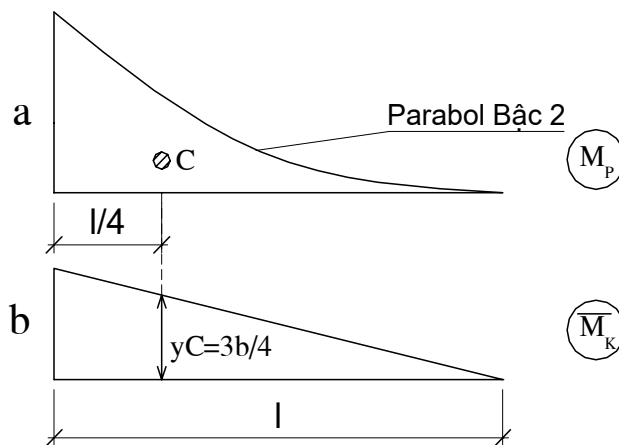
Cách1: Chia hình thang thành một hình chữ nhật + 1 tam giác.

$$(M_p).(\overline{Mk}) = \left[\frac{1}{2}(a-b).l \right] \cdot \frac{2}{3}.c + (b.l) \cdot \frac{1}{3}.c$$

Cách 2: Chia hình thang thành hai tam giác.

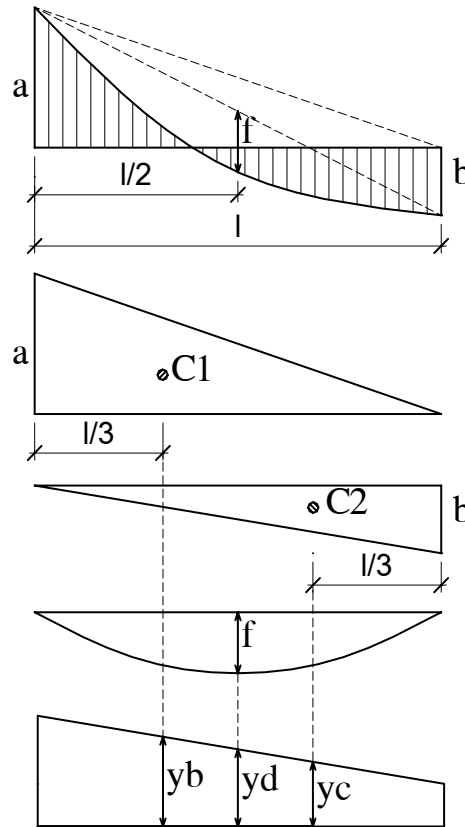
$$(M_p).(\overline{Mk}) = \left(\frac{1}{2}.a.l \right) \cdot \frac{2}{3}.c + \left(\frac{1}{2}.b.l \right) \cdot \frac{1}{3}.c$$

6. (M_p) , (\overline{Mk}) : Một Parabol bậc 2; một tam giác.



$$(M_p).(\overline{Mk}) = \left(\frac{1}{3}.a.l \right) \cdot \frac{2}{3}.c + \left(\frac{1}{2}.b.l \right) \cdot \frac{1}{3}.c$$

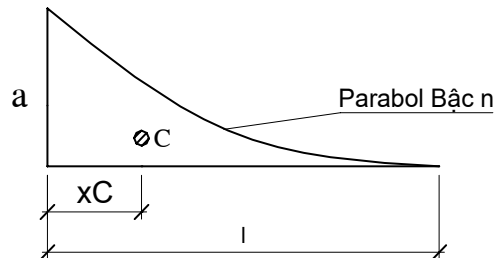
7. M_p là hình phức tạp, \overline{Mk} là bậc nhất (hình thang).



Chia biểu đồ M_p (hình a) thành 3 biểu đồ, sau đó lần lượt nhân với (M_K) .

Ta có:
$$(M_p) \cdot (\overline{M_K}) = \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot l \right) \cdot y_b - \left(\frac{1}{2} \cdot b \cdot l \right) \cdot y_c - \left(\frac{2}{3} \cdot f \cdot l \right) \cdot y_d$$

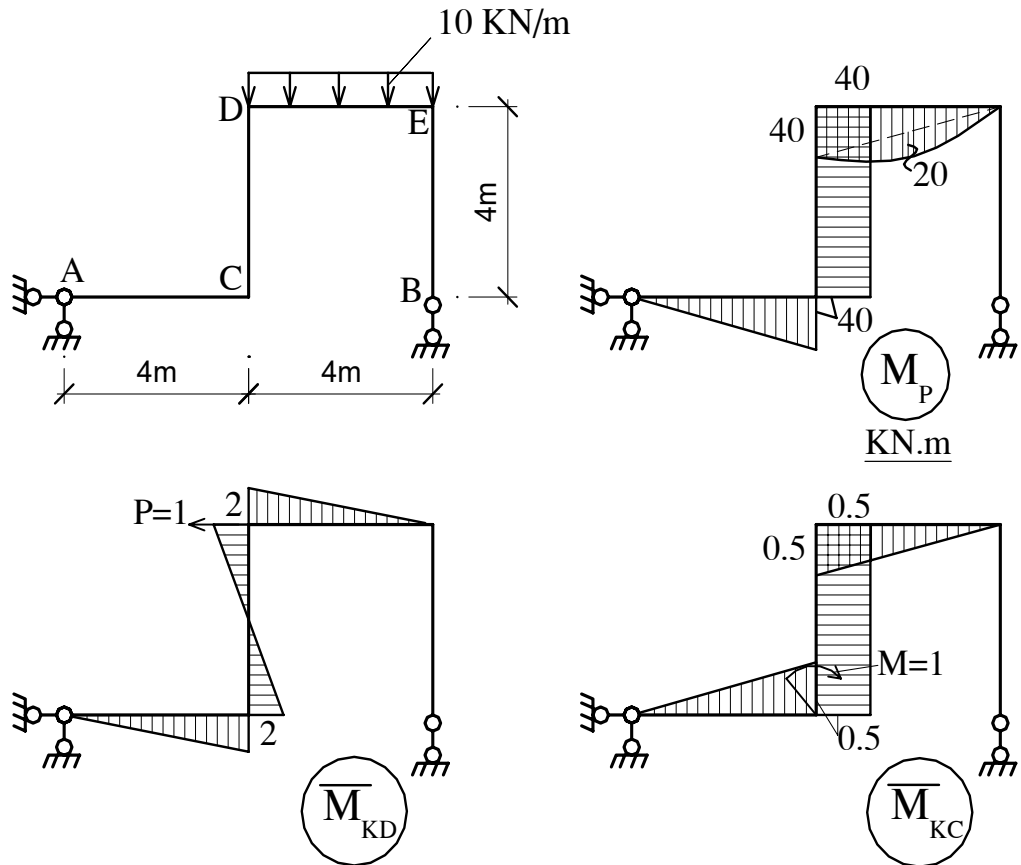
*) Diện tích và tọa độ trọng tâm của Parabol bậc n:



Diện tích: $\Omega = \frac{1}{n+1} \cdot a \cdot l$; Trọng tâm C: $x_C = \frac{l}{n+2}$

Ví dụ áp dụng

Ví dụ 1: Cho kết cấu (hình vẽ). Hãy tính chuyển vị ngang tại D; chuyển vị góc xoay tại C.



Giải:

Lập trạng thái đơn vị “k”

Vẽ (M_p) ; $(\overline{M_{KD}})$ và $(\overline{M_{KC}})$

Thực hiện nhân biểu đồ:

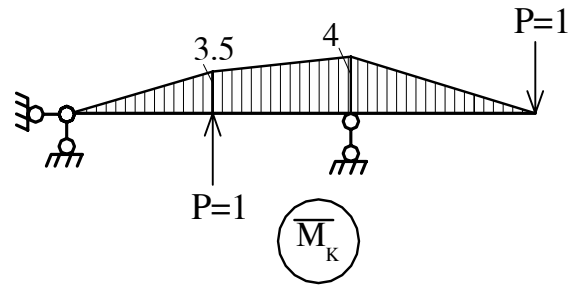
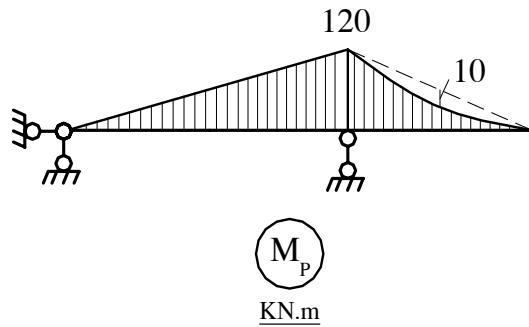
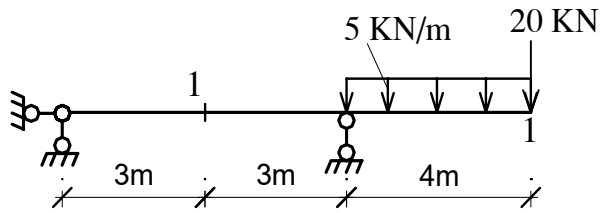
$$\Delta D = \frac{1}{EJ} (M_p) \cdot (\overline{M_{KD}}) = \frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 40 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + 40 \cdot 4 \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{2}{3} \cdot 20 \cdot 4 \cdot 1 \right]$$

$$\Rightarrow \Delta D = -\frac{160}{3EJ} < 0 \Rightarrow \text{Chiều } \Delta D \text{ hướng từ trái sang phải.}$$

$$\varphi_c = \frac{1}{EJ} (M_p) \cdot (\overline{M_{KC}}) = \frac{1}{EJ} \left[-\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 40 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + 40 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot 20 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \varphi_c = \frac{280}{3EJ}$$

Ví dụ 2: Tính chuyển vị thẳng tương đối theo phương thẳng đứng giữa hai điểm 1 và 2. $EJ = \text{hs}$.



Giải:

Lập trạng thái “k”

Để tính chuyển vị đường tương đối giữa hai điểm ta đặt một cặp lực đơn vị $p=1$ cùng phương ngược chiều vào hai điểm đó.

Để tính chuyển vị góc xoay tương đối giữa hai mặt cắt ta đặt một cặp mômen đơn vị $M=1$ ngược chiều nhau vào hai mặt cắt đó.

Vẽ các biểu đồ M_p ; \overline{M}_k .

Nhân biểu đồ:

$$\Delta_{12} = \frac{1}{EJ} \cdot (M_p) \cdot (\overline{M}_k) = \frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 60 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,5 + 60 \cdot 3 \cdot \frac{(3,5 + 4)}{2} + \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 3 \cdot \left(3,5 + \frac{2}{3} \cdot 0,5 \right) \right] +$$

$$\frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} \cdot 120 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 - \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \right]$$

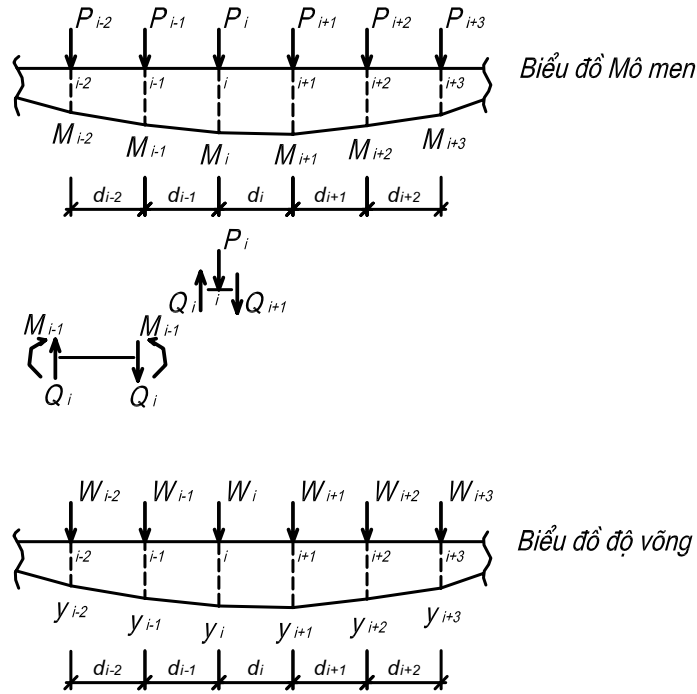
Từ đó có:

$$\Delta_{12} = \frac{1816,67}{EJ}$$

4.6. PHƯƠNG PHÁP TẢI TRỌNG ĐÀN HỒI.

1. Khái niệm:

Xét kết cấu chịu tác dụng của trọng như hình vẽ. Dưới tác dụng của tải trọng kết cấu sẽ bị biến dạng. Để tính và vẽ biểu đồ độ võng của kết cấu theo một phương nào đó ta có thể dùng phương pháp tính chuyển vị tại từng điểm sau đó nối lại với nhau, với cách này ta phải lập đi lập lại một bài toán tính chuyển vị nhiều lần, mất rất nhiều thời gian. Phương pháp tải trọng đàn hồi chính là phương pháp tính và vẽ biểu đồ độ võng nhanh và đơn giản.



Xét một phân tố chiều dài ds tại điểm i chịu tác dụng của tải trọng P_i và lực cắt tại 2 bên mặt cắt. Ta có:

$$P_i = Q_i - Q_{i+1}$$

Trong đó:

$$Q_i = -\frac{1}{d_i} M_{i-1} + \frac{1}{d_i} M_i$$

$$Q_{i+1} = -\frac{1}{d_{i+1}} M_i + \frac{1}{d_{i+1}} M_{i+1}$$

$$\text{Vậy: } P_i = -\frac{1}{d_i} M_{i-1} + \left(\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_{i+1}} \right) M_i + \frac{1}{d_{i+1}} M_{i+1} \quad (1)$$

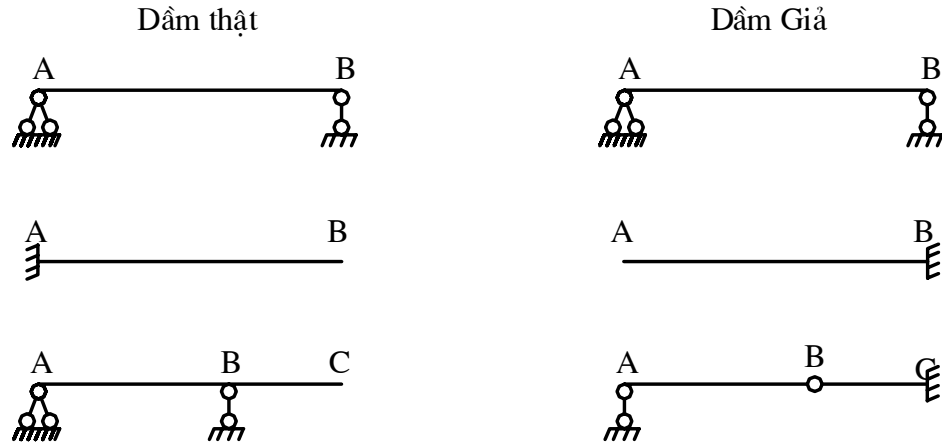
Nếu ta so sánh với biểu đồ mô men do các tải trọng tập trung tác dụng trên dầm tĩnh định sinh ra thì ta thấy hình dạng của biểu đồ độ võng giống như biểu đồ mô men do các lực tập trung nào đó (W_i gọi là tải trọng đàn hồi) tác dụng trên một dầm giả.

Vậy ta có biểu thức xác định W_i tương tự như biểu thức (1).

$$W_i = -\frac{1}{d_i} y_{i-1} + \left(\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_{i+1}} \right) y_i + \frac{1}{d_{i+1}} y_{i+1} \quad (2)$$

W_i chính là tổng chuyển vị góc xoay tại điểm i của kết cấu. Để xác định W_i ta thực hiện như sau:

- Lập trạng thái giả bằng cách cho cặp ngẫu lực đơn vị tác dụng tại điểm i .



- Lập các biểu thức nội lực của kết cấu ở trạng thái thực (Do tải trọng gây ra).
- Lập các biểu thức nội lực của kết cấu ở trạng thái giả.

Xác định chuyển vị theo công thức:

$$W_i = \left[\sum \int \frac{M_p \bar{M}_i}{EJ} ds + \sum \int \mu \frac{Q_p \bar{Q}_i}{GF} ds + \sum \int \frac{N_p \bar{N}_i}{EF} ds \right] \quad (*);$$

Trong đó: \bar{M}_i , \bar{Q}_i , \bar{N}_i là các hàm nội lực của kết cấu ở trạng thái giả (trạng thái do một đôi ngẫu lực đơn vị đặt tại điểm i).

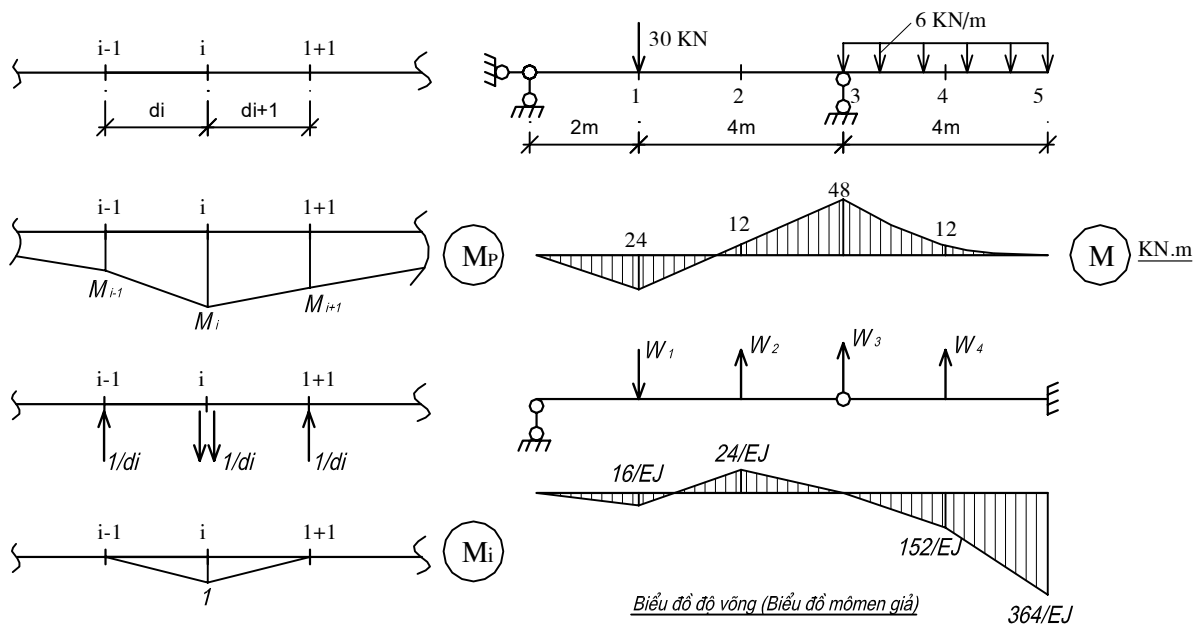
Đối với kết cấu dầm:

$$W_i = \sum \int \frac{N_p \bar{N}_i}{EF} ds$$

Đối với kết cấu khung, dầm:
$$W_i = \sum \int \frac{M_p \bar{M}_i}{EJ} ds$$

- Sau khi tính được W_i ta đặt chúng tại i trên dầm giả. Nếu $W_i > 0$ thì chiều của W_i hướng từ trên xuống dưới.
- Vẽ biểu đồ mô men do W_i gây ra trên dầm giả ta được biểu đồ độ võng của kết cấu.

Ví dụ: Cho kết cấu chịu tác dụng của tải trọng như hình vẽ. Hãy tính và vẽ biểu đồ độ võng của kết cấu bằng phương pháp tải trọng đàn hồi.



Giải:

Chia dầm làm 5 đoạn, $d=2\text{m}$.

Vẽ biểu đồ M_p

Tính W_i theo công thức:

$$W_i = \frac{S_i}{6EJ_i} (M_{i-1} + 2M_i) + \frac{S_{i+1}}{6EJ_{i+1}} (2M_i + M_{i+1}) \quad (\text{kết quả của } (M_p) \times (M_i))$$

Vì $d=2\text{m}$ và $EJ=hs$ nên:

$$W_i = \frac{1}{3EJ} (M_{i-1} + 4M_i + M_{i+1})$$

Vậy:

$$W_1 = \frac{28}{EJ}; \quad W_2 = -\frac{24}{EJ}; \quad W_3 = -\frac{72}{EJ}; \quad W_4 = -\frac{32}{EJ};$$

Đặt tải trọng đàn hồi lên dầm giả và vẽ biểu đồ mô men ta được đường cong đàn hồi của kết cấu.