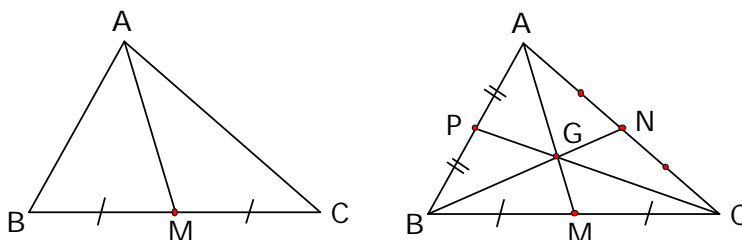


## TÍNH CHẤT CÁC ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, ĐƯỜNG PHÂN GIÁC, ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC.

### 1/ Tóm tắt lý thuyết:

+ **Đường trung tuyến** là đường xuất phát từ đỉnh và đi qua trung điểm cạnh đối diện của tam giác.



$AM$  là trung tuyến của  $\Delta ABC \Leftrightarrow MB = MC$

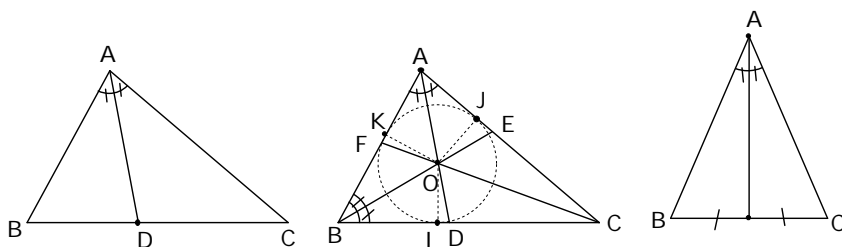
+ Một tam giác có 3 đường trung tuyến. Ba đường trung tuyến của tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm đó cách đỉnh bằng  $\frac{2}{3}$  độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh đó.

$$\frac{GA}{AM} = \frac{GB}{BN} = \frac{GC}{CP} = \frac{2}{3}$$

+ Giao điểm của ba đường trung tuyến gọi là trọng tâm của tam giác.

+ Trong một tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền.

+ **Đường phân giác** của tam giác là đường thẳng xuất phát từ một đỉnh và chia góc có đỉnh đó ra hai phần bằng nhau.

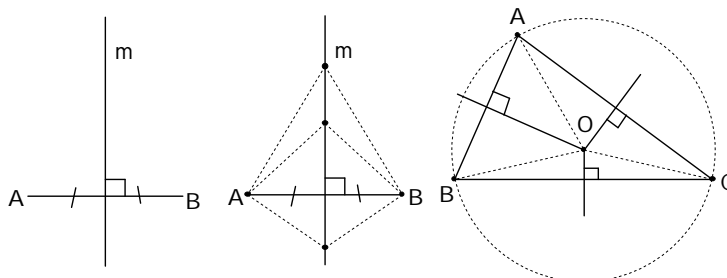


+ Một tam giác có ba đường phân giác. Ba đường phân giác của tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó cách đều ba cạnh của tam giác. (giao điểm đó là tâm của đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác)

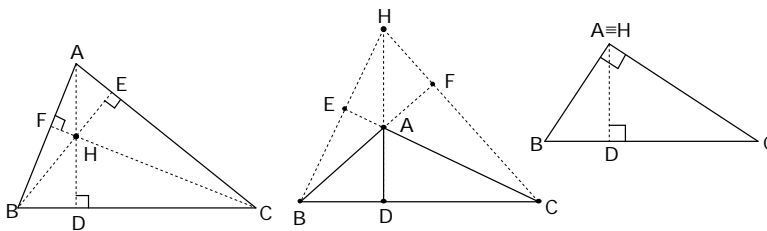
+ Trong một tam giác cân, đường phân giác kẻ từ đỉnh đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh đáy.

+ **Đường trung trực của đoạn thẳng** là đường vuông góc tại trung điểm của đoạn thẳng đó.

+ **Đường trung trực của tam giác** là đường trung trực của cạnh tam giác. Một tam giác có ba đường trung trực. Ba đường trung trực của tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó cách đều ba đỉnh của tam giác



+ Các điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB cách đều hai đầu đoạn thẳng AB.  
 + Tập hợp các điểm cách đều hai đầu đoạn thẳng AB là đường trung trực của đoạn thẳng AB.  
 + Đoạn vuông góc kẻ từ đỉnh đến đường thẳng chứa cạnh đối diện được gọi là **đường cao của tam giác**.  
 + Một tam giác có ba đường cao. Ba đường cao của tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này gọi là **trực tâm của tam giác**.



## 2/ Bài tập:

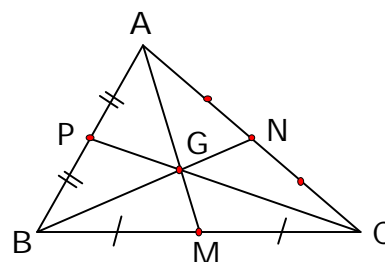
**Bài tập 1:** Cho hình vẽ. Hãy điền vào chỗ trống (...) cho được kết quả đúng:

a)  $GM = \dots\dots GA$ ;  $GN = \dots\dots GB$ ;  $GP = \dots\dots GC$ .

b)  $AM = \dots\dots GM$ ;  $BN = \dots\dots GN$ ;  $CP = \dots\dots GP$ .

a)  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{2}$

b) 3 ; 3 ; 3



**Bài tập 2:** Cho  $\Delta ABC$  có BM, CN là hai đường trung tuyến cắt nhau tại G. Kéo dài BM lấy đoạn  $ME = MG$ . Kéo dài CN lấy đoạn  $NF = NG$ . Chứng minh:

a)  $EF = BC$ .

b) Đường thẳng AG đi qua trung điểm của BC.

**Bài tập 3:** Kéo dài trung tuyến  $AM$  của  $\Delta ABC$  một đoạn  $MD$  có độ dài bằng  $1/3$  độ dài  $AM$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ . So sánh các cạnh của  $\Delta BGD$  với các trung tuyến của  $\Delta ABC$ .

**Bài tập 4:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ . Biết  $GM = 1,5\text{cm}$ .  $AB = 5\text{cm}$ . Tính  $AC$  và chu vi của tam giác  $ABC$ .

**Bài tập 5:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại  $A$ . Các đường cao  $BH$  và  $CK$  cắt nhau tại  $I$ . Chứng minh  $AI$  là phân giác của góc  $BAC$ .

**Bài tập 6:** Cho  $\angle xOy = 90^\circ$  và tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ , có  $B$  thuộc  $Ox$ ,  $C$  thuộc  $Oy$ ,  $A$  và  $O$  thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là  $BC$ . Chứng minh rằng  $OA$  là tia phân giác của góc  $xOy$ .

**Bài tập 7:** Các phân giác ngoài của tam giác  $ABC$  cắt nhau và tạo thành  $\Delta EFG$ .

- Tính các góc của  $\Delta EFG$  theo các góc của  $\Delta ABC$ .
- Chứng minh rằng các phân giác trong của  $\Delta ABC$  đi qua các đỉnh  $E, F, G$ .

**Bài tập 8:** Cho góc nhọn  $xOy$ . Trên tia  $Ox$  lấy hai điểm  $A$  và  $B$ . Tìm trên tia  $Oy$  điểm  $C$  sao cho  $CA = CB$ .

**Bài tập 9:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AC > AB$ , phân giác trong của góc  $A$  cắt  $BC$  tại  $D$ . Trên  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AB = AE$ . Chứng minh rằng  $AD$  vuông góc với  $BE$ .

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $AB = 5\text{cm}$ ,  $BC = 6\text{cm}$ .

- Tính độ dài các đoạn thẳng  $BH$ ,  $AH$ ?
- Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng ba điểm  $A, G, H$  thẳng hàng?
- Chứng minh:  $\widehat{ABG} = \widehat{ACG}$  ?

**Bài 2:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ .

- Chứng minh :  $\Delta ABM = \Delta ACM$
- Từ  $M$  vẽ  $MH \perp AB$  và  $MK \perp AC$ . Chứng minh  $BH = CK$
- Từ  $B$  vẽ  $BP \perp AC$ ,  $BP$  cắt  $MH$  tại  $I$ . Chứng minh  $\Delta IBM$  cân.

**Bài 3:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ . Từ một điểm  $K$  bất kỳ thuộc cạnh  $BC$  vẽ  $KH \perp AC$ . Trên tia đối của tia  $HK$  lấy điểm  $I$  sao cho  $HI = HK$ . Chứng minh :

- $AB \parallel HK$
- $\Delta AKI$  cân
- $\widehat{BAK} = \widehat{AIK}$
- $\Delta AIC = \Delta AKC$

**Bài 4 :** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A ( $\hat{A} < 90^\circ$ ), vẽ  $BD \perp AC$  và  $CE \perp AB$ . Gọi H là giao điểm của BD và CE.

- Chứng minh :  $\Delta ABD = \Delta ACE$
- Chứng minh  $\Delta AED$  cân
- Chứng minh AH là đường trung trực của ED
- Trên tia đối của tia DB lấy điểm K sao cho  $DK = DB$ . Chứng minh  $\widehat{ECB} = \widehat{DKC}$

**Bài 5 :** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D, trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho  $BD = CE$ . Vẽ DH và EK cùng vuông góc với đường thẳng BC. Chứng minh :

- $HB = CK$
- $\widehat{AHB} = \widehat{AKC}$
- $HK \parallel DE$
- $\Delta AHE = \Delta AKD$
- Gọi I là giao điểm của DK và EH. Chứng minh  $AI \perp DE$ .

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

**Bài 1:** Cho  $\Delta ABC$  có góc A bằng  $60^\circ$ . Tia phân giác của góc B cắt AC ở M, tia phân giác của góc C cắt AB ở N. Chứng minh rằng  $BN + CM = BC$ .

**Bài 2:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A, M là trung điểm của AC. Trên tia đối của tia MB lấy điểm K sao cho  $MK = MB$ . Chứng minh rằng:

- KC vuông góc với AC.
- AK song song với BC.

**Bài 3:** Cho  $\Delta ABC$ , kẻ BD vuông góc với AC, kẻ CE vuông góc với AB. Trên tia đối của tia BD, lấy điểm H sao cho  $BH = AC$ . Trên tia đối của tia CE lấy điểm K sao cho  $CK = AB$ . Chứng minh rằng  $AH = AK$ .

**Bài 4:** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB = AC$ . Trên cạnh AB và AC lấy các điểm D và E sao cho  $AD = AE$ . Gọi K là giao điểm của BE và CD. Chứng minh rằng:

- $BE = CD$
- $\Delta KBD = \Delta KCE$ .

**Bài 5:** Cho  $\Delta ABC$  có góc A =  $60^\circ$ . Tia phân giác của góc B cắt AC ở D, tia phân giác của góc C cắt AB ở E. Các tia phân giác đó cắt nhau ở I. Chứng minh rằng  $ID = IE$ .

**Bài 6:** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi M là trung điểm của AC, N là trung điểm của AB. Trên tia đối của tia MB lấy điểm E sao cho  $ME = MB$ , trên tia đối của tia NC lấy điểm F sao cho  $NF = NC$ . Chứng minh rằng:

- $\Delta MAE = \Delta MCB$ .
- $AE = AF$ .
- Ba điểm A, E, F thẳng hàng.

**Bài 7:** Cho đoạn thẳng AB, D là trung điểm của AB. Kẻ Dx vuông góc với AB. Trên Dx lấy hai điểm M và N (*M nằm giữa D và N*). Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle NAD = \triangle NBD$ .
- b)  $\triangle MNA = \triangle MNB$ .
- c) ND là phân giác của góc ANB.
- d) Góc AMB lớn hơn góc ANB.

**Bài 8:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A, M là trung điểm của AC. Trên tia đối của tia MB lấy điểm K sao cho  $MK = MB$ . Chứng minh rằng:

- c) KC vuông góc với AC.
- d) AK song song với BC.

**Bài 9:** Cho  $\triangle ABC$ , kẻ BD vuông góc với AC, kẻ CE vuông góc với AB. Trên tia đối của tia BD, lấy điểm H sao cho  $BH = AC$ . Trên tia đối của tia CE lấy điểm K sao cho  $CK = AB$ . Chứng minh rằng  $AH = AK$ .

**Bài 10:** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC$ . Trên cạnh AB và AC lấy các điểm D và E sao cho  $AD = AE$ . Gọi K là giao điểm của BE và CD. Chứng minh rằng:

- a)  $BE = CD$
- b)  $\triangle KBD = \triangle KCE$ .

**Bài 11:** Cho  $\triangle ABC$ . Gọi M là trung điểm của AC, N là trung điểm của AB. Trên tia đối của tia MB lấy điểm E sao cho  $ME = MB$ , trên tia đối của tia NC lấy điểm F sao cho  $NF = NC$ . Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle MAE = \triangle MCB$ .
- b)  $AE = AF$ .
- c) Ba điểm A, E, F thẳng hàng.

**Bài 12:** Cho đoạn thẳng AB, D là trung điểm của AB. Kẻ Dx vuông góc với AB. Trên Dx lấy hai điểm M và N (*M nằm giữa D và N*). Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle NAD = \triangle NBD$ .
- b)  $\triangle MNA = \triangle MNB$ .
- c) ND là phân giác của góc ANB.
- d) Góc AMB lớn hơn góc ANB.